

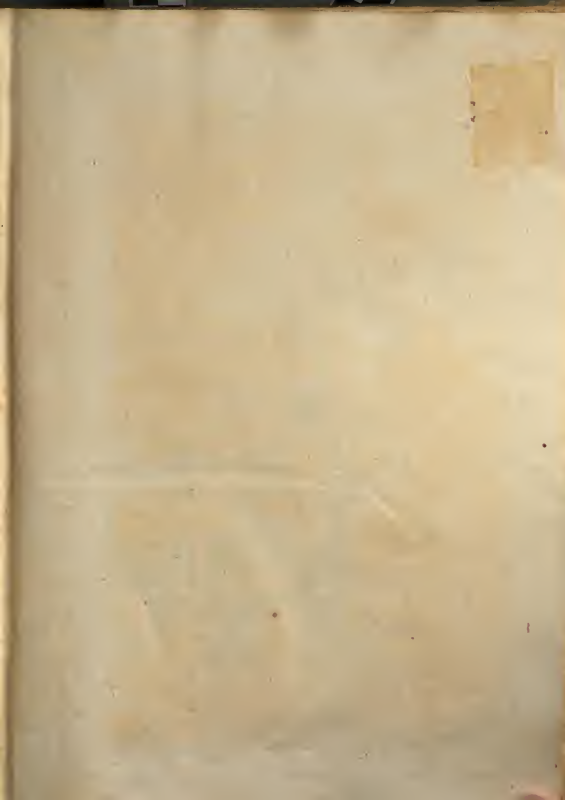








4.-6. E.7.





EVCLIDE MEGARENSE
PHILOSOPHO:
SOLO INTRODVTTORE

DELLE SCIENTIE MATHEMATICÆ:

DILIGENTEMENTE REASSETTATO, ET ALLA
INTEGRITA RIDOTTO PER IL DEGNO

Professore di tal Scienze Nicolo Tartalea,

BRISCIANO,

Secondo le due Tradottioni:

E PER COMMUNE COMMODO

& vtilità di latino in volgar
tradotto,

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE

DELLO ISTESSO TRADOTTORE

DI NOVO ACCIONTA.

Talmente chiara, che ogni mediocre Ingegno, senza la notidia, ouer sufragio di alcun'altra scientia con facilità, s'era capace a' poterlo intendere.



CQuale, & quante siano le scientie, ouero discipline Mathematiche,

LE SCIENTIE, ouero discipline dette Mathematiche, secondo il volgo sono molte, cioè, Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, Cosmographia, Geographia, Corographia, Perspectiua, Specularia, La scientia de pesi, la Architettura, & molte altre. Ma alcuni sapienti, prendono solamente le quattro prime, cioè, Arithmetica, Geometria, Musica, & Astronomia, & tutte le altre dicono esser subalterne, cioè, dependente dalle dette quattro. Alcuni altri moderni (per alcune sue ragioni) vogliono che le dette Mathematiche siano cinque, però che alle dette quattro aggliongo la Prospettiua. Nientedimeno il Reuerendissimo Pietro de Aliaco, Cardinale, nella prima questione sopra Giouanni di Sacrobusto, conclude la Musica, & la Astronomia, & similmente la Prospettiua non esser pure mathematiche (come è il vero) ma medie fra le mathematiche & la scientia naturalis, per il che seguita, che solamente la Arithmetica, & la Geometria siano pure mathematiche, & tutte le altre esser medie, ouero dependente & miste dalle mathematiche discipline, & dalla natural Philosophia, eccettuando la Astrologia giudiciaria, la qual egli conclude esser pura naturalis, in quanto alla sua essentia.



AL REVERENDO ET ILLVSTRE SIGNOR

GABRIELLE TADINO, DA MARTINENCO,
CAVALLIER HIEROSOLIMITANO,
ET PRIOR DI BARLETTA DIGNISS.

SIGNOR SVO

SEMPRE OSSERVANDISSIMO,

NICOLÒ TARTALEA

BRISCIANO.



TUTTI Li huomini Reuerendo Signor Priore (come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere: et nel primo della Posteriora, conclude che il saper non è altro che intendere per demonstratione: Platone dissimile, che la sapientia non è altro che vna cognitione delle cose diuine, & humane: Et molti philosophi determinano le parti della sapientia esser due, cioè, speculatione, & operatione, ouer pratica, & theoricar: Aristotele nel secondo della Methaphisica, dice che il fine della speculatione, ouer della scientia speculatione non è altro che la verita: & della operatione, ouer pratica l'opera compita. Et tutti li antiqui Discrutatori delle cose affirmano toccarle piu la verita nelle mathematiche (cioe nella Arithmetica, & Geometria) che in qualunque altra arte liberale: perche determinano, quelle esser nel primo grado di certezza. Et po-
rò vedemo (come dice il Cardinal di Cusa) che tutti quelli che gustano di queste due discipline, & massime della Geometria, accostarsi a quella in amor mirabile, come che in quella si contenga il puro cibo della vita intellettuale: Perche il Geometra non si cura delle linee, ouer figure materiale, di legno, ouer di alcuno metallo, ma solamente si cura di quelle come che sono in se medesime: Augna che quelle non si trouano fuora della materia, ma l'occhio sensibile guarda le figure sensibili, accio che eleuentare possano esser viste dalla mente: Et etiam la mente vede le figure mentale men vere, di quello che vede l'occhio corporale le sensibile: ma tanto piu vere quanto che la mente uede quelle figure in se separate dalla alterita della materia: Ma el senso esteriore mai se puo veder, ne toccare fora di quella alterita: perche la figura riceue la alterita dalla vnione di quella alla materia: per la qual cosa è necessario vna esser differente dall'altra: perche essendo fatto vn triangolo in plana terra, & vn'altro simile, & eguale a quello in vna parete, sempre si troua fra l'uno e l'altro esserui qualche differentia: similmente, essendo fatta vna pyramide di pietra, & vn'altra simile, & eguale a quella di legno, ouer di alcun metallo, sempre vi sarà fra l'una e l'altra qualche differentia, & tal figura pyramidale si troua esser piu vera in vna materia che nell'altra, tamen in niuna materia vna figura puo esser così vera, e precisa, che la non possi esser piu vera, e piu precisa: Adon-
que il veder della mente vede le dette figure libere da ogni variabile alterita: & la mente si troua senza alterita sensibile, e pero la mente è libera da ogni materia sensibile, & quella è come forma alle figure mathematiche. Et se vostra signoria generosissima dira, quelle figure esser forme: la mente fara forma delle forme: onde le figure nella mente faranno come nella sua propria forma, e pero faranno senza alterita: Adonque ciascuna cosa che la mente vede essa la vede in se medema: e per

ro quelle cose che la mente vede non solo in alterita sensibile, ma in essa mente
 & quella cosa che e' astratta, & fuora de' ogni alterita, non ha in se altro, che verita
 perche la verita non e' altro che vna carentia di alterita: Et se ben la mente nostra
 manca de' ogni alterita sensibile, tamen quella non manca de' ogni alterita, Adon-
 que la mente laqual non manca de' ogni alterita (almeno della mentale) vede le fi-
 gure assolute da ogni alterita, e pero lei uede quelle nella uerita, & non fuora di se,
 perche la vede quelle mentalmente: & questo non puo esser fatto fora di essa men-
 te: perche la cosa vista mentalmente non e' fora della mente: si come il senso toc-
 cando sensibilmente non e' fora del senso, ma tocca nel senso: & la mente che vede
 in se medesima la cosa inalterabile, conosciua che la mente sia alterabile, la non ve-
 de la cosa inalterabile nella sua alterabilita, perche la tra impedisse l'animo che'l
 non puo cernere il vero, ma quello lo vede nella sua inalterabilita, & la verita e'
 inalterabilita: Adonque doue che la mente vede, ciascuna cosa laqual vede, lui
 e' la uerita di quella, & di tutte le cose che essa mente uede: Adonque la uerita, nel
 laquale la mente vede tutte le cose e' formata della mente: e pero nella mente e' il
 lume della verita, per il quale e' la mente, & in quello essa vede se medesima, & tut-
 te le cose: tamen ella non vede quella verita per laqual lei si vede se medesima,
 & tutte le cose, ma solamente la vede, perche la e', ma non che cosa la sia: si come il
 veder nostro esteriore non vede la clarita di quella luce solare, per laqual vede
 tutte le cose visibili, tamen el si esperimenta non veder cosa alcuna senza la det-
 ta luce solare, & cosi la pereche la e', ma non che cosa la sia, ne etiam la quantita
 di essa luce, se non perche ella e' tanta che la eccede la uirtu sua di medesimo: & del
 la mente onde la verita nella mente e' come vn specchio inuisibile, nelqual la men-
 te uede se medesima, e uede etiam tutte le cose uisibile per essa, & quella, simplicita
 speculare e' tanta che la eccede la uirtu, & acuita della mente: & quanto piu e', piu si
 acuita, e moltiplica la uirtu della mente tanto piu e' certo e piu chiaro essa uede tut-
 te le cose nel specchio della uerita: & quella uirtu cresce per la speculatione non
 alteramente che una scintilla che inardisce ardensdo: & perche ella piglia quello ac-
 crescimento di potentia per esso lume della uerita piu, e piu la si pone in atto: De-
 co che quella uirtu e' mandata fuora da quello lume della uerita, perche mai ella
 peruiene a quel grado che quel lume della uerita non la possa tirar piu eleuata: La
 qual cosa, & molte altre, considerate dalli predetti antiqui Philosophi, destruttato-
 ri della sapientia, ouer philosophia comprehenso (come e' il uero) non poteru sen-
 za la detta Geometria rettamente philosophare, immo determinarno quella esser
 il uero principio e fondamento di essa sapientia, ouer philosophia: per questa cau-
 sa Platone, padre, e maestro de' Philosophi non uoleua che alcuno Scholario en-
 trasse nella sua schola se quello prima non era in Geometria ben esperto: il che fa-
 ceua, perche conosceua che in essa scientia geometrica ogni altra scientia occulta
 se ritroua. Ma perche questa Geometria non puo star per se, ne esser ben appresa
 senza la sua sorella Arithmetica, perche seguita la Geometria insieme con la sua so-
 rella Arithmetica esser il principio, & fondamento della sapientia. Onde trouan-
 dosi a quel tempo Euclide Megarense, acutissimo philosopho, & in tal faculta fra
 li altri molto perspicacissimo, quello con suo mirabile ingegno reassetto in quinze
 ci libri regolarmente queste due discipline, Geometria, & Arithmetica (si in ope-
 ratione come in speculatione) con tanto altro & mirabil ordine quanto che huomo
 imaginari potesse, & tal che da quel tempo per fin al presente, senza contradi-
 ctione, ouiene il principaro in tal faculta. Et perche a quel tempo (per commun ordi-
 ne di essi Philosophi) la prima cosa che si faceua imparare a tutti quelli che si de-
 dicauano alla sapientia, era la Arithmetica, & la Geometria lui uolse intitolare, e chia-
 mar la detta sua opera, Opera di principii: quasi uolendo dire Opera di principii
 e fondamenti della Sapientia, ouer Philosophia: Et questo ordine antico fu osserua-
 to & mantenuto gran tempo. Ma al presente da moderni non solamente e' stato
 corrotto, ma talmente annullato, che le dette due scientie sono quasi deperdite: &
 la perustratione

la preuaricatione di tal antico ordine (per quanto posso considerare) e' processo per le infrastrate cause. prima, per la nata variatione delle lingue i perche ciascun desiderante d'andar a fruire il nobil giardino della sapientia, al presente gli e' neces-
sario che cerchi principalmente d'intender la lingua delli antiqui Authori, che l'hanno da porre in su la retta via, (laqual cosa antiquamente non era necessaria, perche tal lingua era a loro propria) & circa cio consumma tal parte di tempo, che non solamente seria bastevole per intendere li detti principii, ma anchora la maggior parte della cosa desiderata: E da poi che hanno imparata la detta lingua con gran fatica e sudore, e senza alcuna parte, ne principio della cosa desiderata: La maggior parte como stanchi & lassì (per abbreviar il camino, & recuperare il tempo scorso) abbandonano la detta via antiqua, si drizzano per vno certo calle, ouer sentiero modernamente trouato. E se pur alcuno (come prudente) si mette a studiare l'Opera del detto sapientissimo philosopho Euclide, oltra che l' trouera quella disregolata, e deprauata, (come manifestamente si vede nel 1. le due Tradottiõni.) Ma come quello agglonge alla quinta, sesta, & octaua diffinitione del quinto libro imita il moto delli nodi del dragone con laborioso affanno: & questo e' per cagion dalcune interpositioni del Campano (se pur sono interpositioni del Campano) qual credendosi dilucidar tal diffinitioni (per la sua poca intelligentia) le ha talmente confuse, che l' studente per niun modo puo cavar alcun costrutto, perche e' sforzato abbandonar l'impresa, e drizzarsi como li altri per il moderno calle, ouer sentiero. E da qui forsi nasce che li nostri moderni non possono agglonger al segno ouer agglionseno li antiqui & di ragione douerebbono pur trappassare piu oltra, conciosia che e' facile lo agglungere alle cose trouate. Onde fra me pensando alla grandissima vtilita che di queste due discipline ne consegua per coloro che le fanno secondo li debiti bisogni allo intelletto accomodare, accio che quelle tornino nel pristino stato, & che l'Opera dello ingeniosissimo Euclide sia riconosciuta, non solamente ho voluto durar questa fatica di ri-
assettarla & integrarla secondo le due Tradottiõni, ma etiam per commune vtilita dal latino in volgar tradurla, & dilucidarla con expositioni talmente chiare (sopra tutte le diffinitioni, & altri oscuri passi) che ogni mediocre ingegno, senza notitia di alcuna altra scientia sara capace de intendela. Ne di questo vostra Reuerentia s'amarauigli, pero che queste due scientie, ouero discipline non hanno bisogno di alcuna altra scientia, inquanto alla lei essentia, ma ben tutte le altre hanno bisogno di loro, come nel processo a quella lo faro cognoscer, & vedere: & non solamente le morali, ma etiam tutte le mecanice. Dopo fra me pensando a' cui tal mia vtil fatica dedicar donessì, certo niun piu degno di vostra R. (per moltissime ragioni) mi e' potuto venire memoria, per essere quel la non solamente amatrice, & ricettacolo di virtu, ma vn vaso di prudentia, somma di generosita, fonte di magnanimita, lago di liberalita, fiume di consiglio, e mare d'alto ingegno, misto di humanita, a cui tutte le opre di virtu concenter debbono come a suo proprio albergo. Onde per non preterir alli termini di ragione, a quella la dedico, offerisco, & dono: Ne quella tenga tal due scientie a vile, però che (come di sopra e' detto) antiquamente furon reuerite, cercate, & celebrate da tutti li perspicacissimi ingegni, mediant le quali non solo son peruenuti alla notitia e cognitione delle cose terrene, a noi mortali necessarie, ma etiam per mezzo di quelle son venuti in cognitione delle diuine. Questo testifica il gran philosopho Pithagora, ilqual tutta la sua dottrina & theologia mediante li numeri dipinse: Imperoche come scriue Salomon sapientissimo. Deus omnia fecit in pondere, numero, & mensura. non ostante che l' si leggea nell' Ecclesiastico al c. 1. A latitudinem caeli, & latitudinem terre, & profundum abyssi quis dimensurus est? Nientedimeno tanta e' la virtu di queste due scientie, ouer discipline, cioe, Arithmetica & Geometria insieme con la sua figliola Prospettiva, che mediante quelle noi cognosciamo per virtu del compasso, e delle proportioni quanta sia la rotondita di tutta la terra, & quanto sia il diametro suo, & similmente delli al-

tri elementi. Perche come dice Aristotele, lo elemento superiore è dieci volte quanto il suo immediato inferiore, Verbi gratia, l'acqua è dieci volte quanto è tutta la terra similmente, l'aere è dieci volte quanto è l'acqua: il fuoco è mille volte quanto è tutta la terra: E nondimeno la grandezza di quelli corpi grandissimi si cognoscono nell'arte della Astronomia per scientia Geometrica, mediante la Perpetua, & per via del calcolo. Ma pche li scrittori delle lettere (come scriue Isidoro nel 3. delle etimologie) voleno che l'Arithmetica sia la prima delle discipline mathematiche, impero primamente in laude di quella diremo alcune ppositioni. Certa cosa è qualmente quella è nutrice & matre delli Musici (come afferma Boetio Severino, & similmente Franchin Gafforo nella sua musica,) imperoche senza li numeri, & le sue pprieta, pportione, & proportionalita, non si puo cognoscere chiaramente la consonantia, & dissonantia di tre, ouer piu voci, ma con quella el si cognosce che vna quinta, ouer ottaua fanno soauissima armonia, & grandemente diletmano lo auditore delli audienti, & similmente con la detta scientia de numeri sappiamo che vna quarta grande dissonantia, & non puoco turba lo auditore. Questa con le sue regole calculatorie, & virtu, de suoi numeri da la via all'arte giudinaria detta Astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Necromantia, Geomantia, Horoscopio, Aruspicio, Augurio, Auspicio, & ad altri sortilegii. E questo scriue il predetto Isidoro, & Cleo di Ascoli, & similmente Cornelio Agrippa nel secondo de occultis Philosophia. Ma piu, essendo vn giorno adimandato il diuin Platone, per qual causa l'huomo, fra li animali rationali, era chiamato animal diuino, Alche rispose, e, perche l'huomo fa numerare, & le bestie non. Quasi volendo dire, che a cognoscer li numeri, con le sue pprieta, era cosa diuina, ouero, che con li numeri l'huomo vien in cognitione delle cose, alte, e peregrine. Anchora per questa scientia di Arithmetica, ouero con le proportioni de suoi numeri el si cognosce nella scientia di Geometria le quantita comunicanti, & incommunicanti, o vuol dir, commensurabili, & incommensurabili, & similmente, le rationale, & irrationale, come nel decimo del nostro Euclide si manifesta: & similmente, quella con numeri ce illumina e ci fa capaci della quantita d'ogni figura Geometrica, cioe, de Triangoli, Quadrati, Tetragon longhi, Pentagoni, Ellagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & d'ogni altra figura piana: similmente d'ogni corpo solido, si regolare come il regolare, come sono Pyramide, Prisme, ouer Serratili, Sphere, Coni, cylindri, ouer Colonne, Cubi, Ottobasse, Dodecibase, Vintibase, con tutte le sue pprieta, e proportioni, come etiam Geometricamente descriue, & forma il nostro egregio Authore Euclide in quindici libri de quali vndeci sono di Geometria, cioe, il p.^o, il 2.^o, il 3.^o, il 4.^o, il 6.^o, il 10.^o, il 11.^o, il 12.^o, il 13.^o, il 14.^o, & il 15.^o, & tre sono di Arithmetica, cioe, il 7.^o, il 8.^o, & il 9.^o. Il 5.^o di tutti questi è commune, il qual è della proportionione, & proportionalita laqual proportionione, & proportionalita cosi se aspetta al numero come alla misura: e tante la misura, oltre la soauita dolcezza di studio che si troua nelle contemplationi mathematiche, piene di certezza, che Archimede siracusano per il studio di quelle con suoi mecanici Ingegni disse vn tempo la Citra di Siracusa contra l'impeto di Marco marcello Console Romano, pliche acquisto il nome della immortalita. Per virtu di queste Dedalo peritissimo fabricò il nominato Laberinto al Minotauro. Per mezzo di queste si fanno varii, & diuersi modelli fabricansi ponti con archi, quasi alla natura impossibili. Anchora chi con l'intelletto ben considera tutte le sorte di antiche & moderne machine, & istrumenti bellici, si offensiui come defensiui, come sono bastioni, ripari, briccoli, trabocchi, catapulte, scorpioni, baliste, ariete, testudine, helepoli, come dimostra Vetrulo nel decimo, sempre con forza di numeri & misura le loro proportioni si trouano formate, & fabricate. Delle noue Inventioni per metrouare sopra il tirar delle moderne machine tormentarle (dette dal volgo, ardigliarie) non voglio replicar lo per hauerlo altronde detto, & in parte pubblicato. Ma sta solamente a dire, che per consiglio di queste (senza alcuna pratica in tal esercizio) la maggior parte si troua. Da queste medesime discipline germoglia, & nasce ponderibus,

la scientia de pesi; come apertamente dimostra Iordano In quello de ponderibus, per mezzo della qual scientia Aristotele nelle sue questioni mecanice assegna la causa d'ogni miracolosa mecanica inuentione. Di quanto aiuto e presidio siano le dette due scientie, ouer discipline alla Architettura Vitruuio Pollione nel suo Prohemio lo fa manifesto. Anchora che ben considera & guarda la scientia Perspectiua, senza dubbio si trouera che nulla sarebbe, se la Geometria come matre sua non se gli accommodasse. Questo ci manifesta il detto nostro Euclide nella sua Perspectiua, & similmente l'Archuesco Giouane Cantuariense, ma piu abbondantemente Vitaleone, il qual ogni sua propositione approua, e dimostra con le Euclidane propositioni. Che diremo della Cosmographia, & Geographia? Non ci dimostra Ptholomeo, & tutti li altri eccellentissimi Cosmographi, & Geographi, quanto gli siano necessarie queste due scientie, ouer discipline. Quando de tutto l'uniuerso, debitamente proportionando li lor gradi delle longitudine, e latitudine, rendano in vna piccol carta tutte le famose Prouinde, citta, castelli, monti, fiumi, isole, & altri siti maritimi, & medii terranei (come piu volte insieme con V. R. sopra la sua Carta nauigatoria, habbiamo discusso, & visto, & similmente sopra il suo Globo Alemanico.) et quella sappia che non per altra causa al presente e' penuria di buoni, & eccellenti Astronomi, saluo che per difetto, & ignorantia delle predette due scientie, ouer discipline. Perche di ben intender l'Almagesto di Ptholomeo, & similmente Giouane de Monte Regio, senza le Euclidane instructioni, niun certo si puo auantare. Piu forte, Bartolo da Sasso ferrato nella sua Teberina, sue figure geometriche vñando, espressamente dimostra la Geometria esser necessaria in iure. Piu oltre, la guida, & scorta di nostra salute, sacra Theologia, non dimostra apertamente il R. Cardinale Nicolo di Cusa, nel la penultima parte dell'Opra sua, senza detta Geometria non puotersi alli intelletti nostri comunicare; Laqual parte e' intitulata, Complementum Theologicum figurarum in complementis mathematicis. Ma piu, eglie di tanta necessita questa Geometrica disciplina, & scientia, che non solamente li huomini mortali nelle sue cose commensurabili vñano quella (come di sopra piu volte e' detto) ma anchora il magnifico Iddio, il qual e' misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano non si gouerna senza quella, con laqual anchora questi Compositori de' immagini, & pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro vñando il suo compasso; Perche etiam li peritissimi Architetti (come ci manifesta Vitruuio Pollione al primo capitolo del suo terzo libro) cercano con ogni diligentia di proportionar la Acce, & altri suoi publici e priuati edificiij alla similitudine di detto corpo humano, per esser quello (come e' detto) dal sommo Architetto, con debite misure fabricato. Anchora el si conosce la nobilita, eccellentia, & altezza di detta Geometria, per la grande fama, & nome di quelli, liquali hanno dato opera ad ornare, & studiar detta scientia; come furono Mercurio Terenzio philosopho, sacerdote, & Re d'Egitto; similmente Pithagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclide, Ptholomeo, Archimede, Appollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto, & molti altri liquali per breuita li lasso, per non tediare piu l'auditorio senso di V. R. parendomi che per le cose dette, & allegate quella debba esser, no solamente informata, & aduertita qualmente le gia dette discipline non sono fauole, ne altre ridicole cose, & false facciende similmente inuentioni incredibile poitice, che di vento & fumo le orecchie nostre paschino; ma totalmente accertata (come e' il vero) quelle non solamente esser vere, ma verissime (come in principio fu detto) e nel primo grado di certezza, come anchora afferma Aristotele nel primo della Posteriora, libro. 2. & similmente Auerois sopra il. 2. della Methaphisica; Perilche non dubito che vostra R. hauera tal cosa agitata; perche son certo che quella con suo mirabile Ingegno, & natural discorso nelle sue cose accidentale ne cauera conitutti grandissimi, allaqual con humile e debita reuerentia sommamente me aricommando; Pregando l'omnipotente Iddio gli pia di restituirgli la sua pristina sanita, & quella accrescer, e conseruar con tutti li suoi adherenti, e beniuoli, secondo ogni suo buon desiderio. Vale.

Alto ogni Studente (volendo) possa con facilità renderfi instrutto del modo de ritrouar ciascuna propositione da me tradotta, così nella prima come nella seconda tradottion latina, & sapere qual siano quelle che sono in una e non nell'altra, ho vso questa tal regola di antiporre à ciascuna propositione duoi ordini di numeri vno sopra l'altro, con certa picciol linea interposta, laqual diuide la tradottione del Campano da quella di Bartholaméo Zamberto, cioè, il numero che sera sopra la detta linea dinotara il numero di tal propositione nella prima tradottione, che è quella del Campano; & quello che sera di sotto, dinotara il numero della propositione nella seconda tradottione, cioè, di Bartholaméo Zamberto. Et quando sopra la predetta linea sera posto vn.o, dinotara quella ppositione nō esser nella prima tradottione; & similmente quando il detto.o. sera posto di sotto dinotara tal propositione non esser nella seconda tradottione. E quando sopra, ouer sotto di tal linea seranno posti duoi, ouero piu numeri, dinotara tal propositione essere smembrata in due, o plu, in tal tradottione. Et il medesimo debbesi intendere nelle diffinitioni: & exempli gratia. La quarta diffinitione del sequente primo libro ha an riposto in margine sopra la predetta linea vn.4. & di sotto vn.5. & 6. laqual cosa di eo che dinota tal diffinitione esser la quarta nella prima tradottione; & nella seconda esser la quinta & sesta, cioè, diuisa in due il medesimo si debbe intendere nelle propositioni.

Il Traduttore.

Anchora inanzi che piu oltra procediamo bisogna notar qualmente la scientia di Geometria, & di Arithmetica se diuide in due specie, vna dellequal (come fu detto in principio) è detta Theorica, cioè, speculatiua, ouer contemplatiua; l'altra è detta pratica, cioè, attiuu, ouer operatiua. La theorica, cioè, la speculatiua (come afferma Ptolomeo nell'Almagesto) è per augmento della scientia, perche per mezzo della speculatiua possiamo ritrouar continuamente cose noue, & ampliar la scientia. Ma la pratica, cioè, la operatiua è per operar, cioè, per designare, construir, & fabricar manualmente tutte le cose occorrente. Euclide adonque per darci il fondamento d'una e dell'altra specie, ci ha descritto nell'opra sua di due specie propositioni, l'una dellequal ce introduce nella theorica, cioè, nella parte speculatiua; & l'altra, ci conduce alla pratica, cioè, nella parte operatiua. Le propositioni adonque che ci conducono nella speculatiua Grecamente si dicono Theoremeti & quelle che ci guidano alla operatiua si dicono Problemeti da dette Probleme si apprende il modo & la via di disegnar, discriuere, incriuere, circonscriuere, diuidere, e formar non solamente ogni qualita di figura superficiale con tutte quelle accidentali conditioni che occorrer possano in Pittura, Prospettiuu, Ichnographia, Cosmographia, Scenographia, Geographia, & Cosmographia, ma anchora ogni varia qualita di corpo solido con tutte quelle sortil & accidental conditioni che occorrer possano, non solamente nella Orthographia, Scultura, & Archittectura, ma in ogni altra Ingeniolo operatione da queste dependente, come procedendo manifestamente si potrà vedere.

Accio che la presente opera uerga alquanto più correttamente in luce dell molti errori occorsi nel stamparla, me parso di farne una nota ouer tauola (non di tutti ma almen de quelli che puono generar qualche difficultà, & accio che ogni studente ne sia di cio aduertito, ho voluto che la detta tauola sia posta quiui suanti al principio di lopra, quantunque la interrompa il numero delle carte di tutta lopra. Ma p ben intendere la sotto scritta tauola bisogna notare il significato delle sotto scritte lettere ouer abbreviature che se usara nel dimostrar il luogo doue saranno li errori (per abbreviar scrittura.)

D, significa di distinzione. p. propositione. t. testo. c. commento. tra. traduttore. l. linee cioe righe della scrittura doue fara lo errore. col. 1. colonna prima (cioe la prima fazzza della carta, col. 2. colonna seconda cioe la seconda fazzza della carta. Anchora bisogna notare che li sotto notati errori non si trouaranno uniuersalmente in ogni libro ma in alcuni si, & in alcuni non il che procede che molti errori stampando si sono stati trouati & sono stati emendati sotto alla stampa essend doue gia gran parte stampati ideo &c.

Alta prima carta nella distinzione delle scientie mathematiche a linee, 5. doue di ce Arithmetica (leggesi) Arithmetica.

Errori della Epistola.

Al terzo foglio ouer carta a linee. 11. della prima colonna doue dice uia antiqua se drizzano (leggesi) uia antiqua & se drizzano. a linee. 37. doue dice uenir memoria (leggesi) uenir alla memoria. a linee. 43. doue dice perspicacissimi ingegni (leggesi) perspicacissimi & suoi ingegni a linee. 21. della. 2. colonna del mes desimo terzo foglio doue dice a animali rationali (leggesi) animali irrationali. a linee. 39. souanità uolcezza (leggesi) souanità & dolcezza.

A fol. 4. a linee. 9. della propositione (leggesi) della medesima propositione.

Errori del primo libro.

D. 14. nel traduttore. l. 7. in detto cerchio leggesi il detto cerchio.

d. 15. tra. l. 2. di quella di quello. E d. 20. tra. l. 17. di duoi equali di duoi lati d. equali l. 22. lati pur equali (lati inequali. E d. 22. tra. l. 7. sopra esse super fide (sopra detta superficie. l. 6. della colonna. 2. conio correctiano (concorreriano.

Petitione prima nella seconda parte del traduttore a l. 14. doue dice con le due sequenti, niun altro atto si potra negare (leggesi) con le due sequente: saria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme con le due sequenti se niun altro atto operatiuo si potra negare. E p. prima quella diction che e fra il testo & il commento qual dice il Traduttore oua depenata: perche tal espation non e di traduttore.

E p. 2. c. l. 10. il lato. d. (il lato. d. c.

p. 3. la figura e stampata rouersa non in tutti. ma in la maggior parte perche tale de se auedere di tal errore & uol stare come appar in margine.

p. 5. c. l. 8. ciascun relativo (ciascun al suo relativo.

p. 8. nel angolo di man si sinistra della figura gli manca un a.

p. 10. nella prima figura gli manca un c.

nela figura gli manca d. & e. E p. 15. c. l. 9. per la terza decima conconnectione.

(per la terza conconnectione. E p. 16. c. l. 1. per esser la a. c. e. (per esser l'angolo a. c. e. d. del altro fouche la e maggiore (che lui e maggiore. l. 3. alla g. e. alla g. c.

p. 17. c. l. 3. dal a. d. del angolo a. al. 4. a. l. 4. ma l'angolo b. e. trinfico, ma l'angolo c. e. trinfico.

p. 19. c. l. 1. angolo b. c. a. c. (angolo b. c. a.

p. 21. c. l. 2. del lato. d. e. del lato. d. c.

p. 27. c. l. 1. penultima e serano (adonque seranno. E p. 32. nella ultima figura nella parte agionta doue a. g. poneralli. f. & conuerso cioe tramutali.

p. 37. c. l. 4. alla linea. b. e. alla linea. b. d.

E p. 39. c. l. 6. triangolo. d. b. triangolo. d. b. e. anchor nella seconda figura se nel angolo supremo gli fara un b. de penalo & ponui un a. & se nel angolo da mano sinistra gli fara un a. de penalo & ponui un b. perche tal figure una parte fur stampate incorrette.



Figura della terza propositione del primo

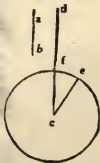
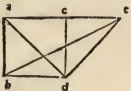


figura della. 41. proposizione
del primo,



p. 40. c. 1. 3. in ponto, d. e. in poto, h. (la linea. d. e. in ponto, h.
p. 41. c. 1. 1. la bafa, d. (la bafa, b. d. (li 3. triangolo. e. b. a. (triangolo. e. b.
d. anchora nella maggior parte gli moncano le fue figure per il che le ho fatte
stampar in margine. Cp. 44. c. 1. 4. a. l. c. dato. (equal al angolo. c. dato. (li 1.
per la quarta concezione (per la quinta concezione.
p. 47. nella figura quadrata addita dal traduttore le lettere u sono poste false,
però doue. a. ponui. b. & e conuerio & doue e. d. ponui. c. & e conuerio.
p. 48. c. 1. 10. doue somme (le due somme.

Errori del secondo libro,

Diffinitione ouer suppositione prima auanti alla esposizione: porrai il li tradotto
re, perche tal suppositione e del traduttore. Cd. 2. tra. l. 9. in fama quattro (in
fama all quattro lati. Cp. 3. nella figura a l'angolo inferior da man destra
doue. d. porrai un. b. Cp. 4. nel suo correlario. c. a. l. 35. de la seconda colon
na dun retto angolo (dun retto & l'angolo. l. 1. 3. di l'altra carta. goli. f. g. h. g. b. f.
(goli. g. f. b. & g. b. f. nella linea. a. b. doue. a. intermedio ponui. c.
p. 5. c. 1. 2. linea. c. d. (linea. c. b. (li 3. del quadrato d. i. c. b. & del quadrato d. i. c. a.
p. 6. c. 1. 4. il diametro. c. d. (il diametro. e. d. (li 19. a tutta la linea. a. d. (a tutta la
linea. a. d. & alla linea. d. b. l. penultima rettangolo fetto (rettangolo fetto.
p. 10. c. 1. 1. al quadrato. d. a. c. (al quadrato. d. a. c.
p. 12. c. 1. 20. delle due linee. b. a. & a. d. (delle due linee. b. a. & a. d. & al doppio. l.
9. da l'altra banda, che perche za (per e za. Cp. 15. T. l. 4. di quello ai qua
le di quello lato al quale. Cp. 15. c. 1. 10. parti ineguale (parti equali. l. 11
della b. e della a. b. c.

Errori del terzo libro.

D. 2. T. l. ultima, il cerchio (il c. re. lo. Cd. 6. tra. l. 1. la parte sedechio (la
1. parte del cerchio. Cd. 8. tra. l. 4. dua podione (della portione
p. 1. c. 1. 4. conducono (conduco (linea. 10. fara di fuora (fara di fuora.
cor. l. tra. l. 6. denuto del detto. ceto del detto. Cp. 3. c. 1. 9. l'una fara equa
le (l'uno fara equale. Cp. 4. c. 1. 22. pretendi coarment (pendi coarment
p. 8. alla figura gli manca da tirar. 4. linee cioe. h. b. & h. d. h. c. Cp. 9. uel
la figura doue. c. b. ponui. c. & e conuerio, & nella sommita della protratta linea. h
a. ponerai un. c. nella seconda figura nel fin della protratta linea. g. d. ponerai. f.
p. 11. co. dell'altra banda. l. 5. di che la. g. a. (di che se la. g. a. Cp. 14. figura. 12
tra. l. 9. l. uel. c. d. b. l. a. c. d. Cp. 15. c. 1. 2. in. 3. del diametro (del diametro. l. 9.
della col. 2. sopra la. a. c. (sopra la. a. b. Cp. 16. c. 1. 2. a. c. (a. c. Cp. 20.
tra. l. 13. retta (retta. Cp. 25. su l'altra fazza. l. 3. a linea (la linea (nella prima
figura tirai la linea. c. b. nella seconda nel mezzo della corda. a. b. ponerai un. d.
p. 31. nella seconda c. 1. figura nella istremita del diametro. a. d. e. da banda destra
ponerai un. c. Cp. 32. T. l. 1. se in una linea (se una linea. Cp. 33. c. 1. 31
l'angolo. g. a. b. e equal (l'angolo. g. a. b. e equal.
perche la. c. d. (perche la. c. d. l. 49. di cerchli (il cerchio ala sopra l'altra fazza. l. 12.
due linee. e. b. & e. d. (le due linee. e. b. & e. d. e equal. l. 5. & 6. per l'uno e l'altra (per
che l'uno e l'altra.

Errori del quarto libro.

p. prima. c. 1. 6. linea. b. (linea. a. b. Cp. 2. T. l. 1. a anno (a uno. c. l. 11. cioe lo
cerchio (cioe in lo cerchio. l. 13. triangoli (tre angoli. Cp. 5. c. 1. sopra l'altra faz
za. l. 33. c. 34. triangolo. d. b. d. f. (triangolo. d. b. f. la seconda figura uorria esser
nel ultimo luoco non essendoui sta remissa. Cp. 6. c. 1. 8. ono (ono.
p. 7. nel angolo superior (de la figura) da banda destra noterai un. l.
p. 10. c. 1. su l'altra fazza. l. 29. del terzo (del primo. nella quarta figura tirai una li
nea dal. b. a. l. d. e nella ultima una dal. d. a. l. c. l. 42. legara in alcun ponto (adonq
il cerchio. d. c. a. non segara in alcun ponto. l. 41. & 44. nella. 3. & 4. figura tira
rai dal. b. a. l. d. una linea retta & nella ultima una l'altra dal. c. a. l. d. anchor nel cen
tro della. 3. figura ponerai un. a. anchor la prima & la ultima nō sono rettamente
fabricate

fabricate pero bisogna intenderli secondo la intention della Ispostione & non
secondo la figura. ¶ p. 11. c. l. 9. queste (questo.

Errores del quinto libro.

D. i. c. l. g. in questo (in questo luoco). 7. p. l. u. suo del tutto (piu del suo tutto).
 d. 3. u. l. a. l. t. a. l. a. f. a. z. z. a. c. l. g. di noi (da noi). C. d. 6. c. l. u. l. t. i. m. a. (che le
 quantita. C. d. 11. r. a. l. d. d. o. p. p. i. a. a. q. u. e. l. l. o. (d. o. p. p. i. a. a. q. u. e. l. l. o. (che le
 d. i. n. e. q. u. e. s. t. a. d. e. d. a. l. a. b. a. n. d. a. l. a. g. de numeri ouer (de numeri molte uolte
 ouer. p. i. c. d. a. l. a. b. a. n. d. a. l. a. 4. a. n. c. h. o. r. a. m. a. (anchora eguale m.
 p. a. c. l. g. l. i. q. u. a. l. l. a. d. (il qual l. a. b. C. p. 1. r. a. l. i. l. i. c. o. (sono d. 2. l. i. la quant
 a. m. l. a. quantita. g. m. C. p. 6. c. a. l. i. t. r. a. b. a. n. d. a. l. i. 4. c. o. n. t. i. n. e. n. e. (contiene
 p. 11. c. l. g. 9. d. 10. d. a. l. l. a. t. r. e. a. l. l. a. f. (dall'e. a. l. l. e. C. p. 12. c. l. 7. c. h. e. d. a. l. l. a. a.
 e. e. d. a. l. l. a. a. l. 4. o. l. a. q. u. a. l. f. i. a. l. g. (la qual f. i. a. l. a. C. p. 14. c. l. 1. l. a. p. r. o. p. o. s. i. t. i. o. n. e. (la propo
 sizione). l. a. p. r. o. p. o. s. i. t. i. o. n. e. C. o. r. 15. c. o. l. 33. a. d. f. l. a. m. i. t. a. (a. d. e. l. l. a. m. i. t. a.
 p. 20. c. l. 7. i. n. g. d. e. l. l. a. a. l. l. a. d. (della. c. a. l. l. a. d. g. f. e. l. a. e. m. a. g. g. i. o. r. e. d. e. l. l. a. c. (f. e.
 l. a. a. e. m. a. g. g. i. o. r. e. d. e. l. l. a. e. C. p. 21. T. l. i. d. a. l. u. n. p. r. e. f. e. s. s. o. d. e. l. l. a. l. u. n. l. a. t. o. p. r. e. f. e. s. s. o. (se
 f. e. l. a. e. e. q. u. a. l. e. (8. f. e. l. a. e. e. q. u. a. l. e. C. p. 28. c. l. g. d. e. l. l. a. a. e. l. l. a. b. (della. c. a. l. l. a.
 b. a. f. i. g. u. r. a. u. o. l. l. a. r. c. o. a. p. p. a. r. i. n. m. a. r. g. i. n. e. C. p. 33. c. l. 7. g. e. n. u. a. t. a. m. e. n. t. e. d. a. l.
 l. a. b. a. l. l. a. f. e. r. a. m. a. g. g. i. o. r. e. d. e. l. l. a. f. i. a. l. l. e. p. e. r. l. a. q. u. a. l. c. o. s. i. (p. l. a. 26.) m. e. n. o. r. e. f. a. r. a.

Errori del sesto libro.

P. 1. la sua prima figura c'è mai stata però intendetela cōe appar in margine.
p. 3. tra l. 9. goli. c. b. c. & a. b. c. (goli. c. b. c. & a. b. c.) Cp. 4. T. l. 1. d. ogni trian
goli. d. ogni duoi triangoli. Cp. 5. T. l. 1. i lati proporzionali i lati relatiu
proporzionali dala latria banda. l. 1. lo dare lo lato. p. 6. c. l. 1. accade di
accade li. Cp. 7. c. l. 1. latria fazz. a. z. per la trigefima fecoda del primo
per la. 12. & 17. del primo. 7. perche se possibile (perche eglie possibile
p. 9. c. l. 6. trigefima terza del terzo (trigefima prima del terzo.
p. 10. c. l. 1. latria banda. l. 2. linea. (linea. tra. l. 2. line (line Cp. 11. T. l. 1. a te
date a tre date. c. l. 2. & tagli (& taglio. l. 8. eguale alla (eguale alla. tra. l. 1. restau
reitar. Cp. 12. nella figura nel medio loco fra. d. & c. ponerai une.
p. 13. c. l. 8. & alla. c. g. (& dala. c. g. Cp. 13. c. d. latria banda. l. 4 della b. c.
alla. d. c. della b. c. alla. c. g. Cp. 14. g. l. 1. triangolo (triangolo. Cp. 26.
c. d. latria banda. l. 14. fra loro & quale (sono fra loro eguale. Cp. 27. c. l. 7.
in ponto. e (in ponto. e. tra. l. 52. scritto la. b. g. (scritto dala. g. la prima figura
in alcuni e falsa e uerifica. Cp. 29. T. l. 2. aggiunta (agglonga. tra. l. 8. trian
goli (triangolo. p. 32. c. l. 7. le perpendicolare (& la perpendicolare.

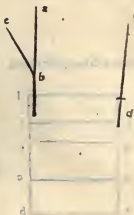
Errori del settimo libro.

D.2. tra.1.2. unitude (unitate). C.d. 4. tra.1.1. primi in li.3. (primi & in li.3.
 d. 1.4. tra.1.7. duplicata che e (duplicata a quella che e).1.1. esser (cupla) (es-
 ser una sessupla). C.d.1.5. tra.1.6. in.6. quella substantia (quella in substantia.1.
 11. proportion (proportioni).1.ultima accidenti in numeri (accidenti in numeri).
 d. 1.6. tra.1.10. e dool (e duoi). C.d. 1.7. tra.1. prima gnada (grada.1.3. quaran-
 ta quarta (quaranta quatro). C.d. 2. tra.2. da laitra banda.1. prima trise (trei
 petition prima. tra.1.1. che pea (che per. Cpetition 2. tra.1.4. la quala qual
 petition.3. tra.1.1. uor (uno.1.2. diffinibile (d finitione.1.6. argumentando (aug-
 mentando). C Comuna concetione.9. tra.1.4. renta fel (renta fel.
 p. e tra.1.3. da numero (dal numero. Cp.12. T.1.2. proportion (ppordone
 de quelli.c.1. residuo del residuo del.b. Cp.15. T.1.3. duoi (duoi.
 p.16. c.1.2. a.1. alla.c.1.2. a.1. alla.c. Cp.28. T.1.1. comparati (comparati.
 p.41. c.1.2. darti e parti.1.2. g. & minor del doppio (& maggior del doppio.
 Cor.1.1. c.1.2. il minimor (& il minimo.

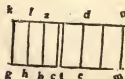
Errori del ottavo libro.

D-z, nel tra. l. 3. ma. 13. ne. 17. ne. 19. (ma alcuni dicono che ne 13. ne 17. ne. 19. l'ultima, & l'uno di suoi e la unita & l'un di suoi lati e la unita. Cp. sc. l. 9. come posita (e composta. Cp. 12. c. l. 2. dale. Jos. tal. c. 10. f.

Figura della uigesima octava
proposizione del quinto.



Prima figura della prima
del sesto.



Errori del libro nono.

D. 7. tra. l. penul. a. 1000. (a. 1000. C. p. prima. T. J. z. in latro. / in latro p. r. c. l. a. numero. dn. (numero. b. C. p. r. c. l. a. 7. fara. a. effo. primo. fara a effo primo. p. r. c. l. a. 5. latra fara. l. c. q. q. l. a. nō fēra (q. l. a. a. dō q. l. a. nō fēra L. o. i. a. n. t. e. c. e. d. e. d. e. alla. p. 7. c. l. i. z. g. a. l. c. h. i. quadrat. a. l. c. b. i. l. quadrat. p. 7. c. l. i. n. z. i. n. i. n. i. f. i. n. i. t. i. C. p. z. c. l. a. d. e. a. b. c. d. e. a. b. c. C. p. z. c. l. a. l. a. figura. l. e. 3. lettere. e. d. f. g. h. i. debbono intendere applicata alla linea inferiore.

Errori del libro decimo.

D. 17. l. 2. enmunament. (cōmunamēte. Cp. 3. l. 1. l. due. (due. Cp. 22. c. 6. l. 1. laro. (l loro 1. l. 3. laro. communican. (laro incōmunicāte. Lemma an-
clana. p. 16. c. 7. l. 10 ritroua. (e ritroua. Cp. 16. c. 6. cō solamēte. (cō cō. sola
mentē. l. 1. 2. el quadrato. d. e. c. (el quadrato. d. e. Cp. 17. c. 1. 10. fuplice qua-
drato. (fuplice q̄drato. f. l. laro fazzal. 1. 1. 8. g. le linee f. a. 2. (e le linee f. a. 3. f. x.
Lemma anciana laro. p. 24. c. 1. l. 9. f. a. d. f. g. d. a. 1. f. Cp. 2. 1. 1. laro fazzal.
1. 3. 1. in longhezza p. 1. a. (in longhezza addō q̄ la linea. f. g. e. ratiōne solamēte
in pōrtia. & incōmēfurabile in lōghezza alla linea. f. g. per l. Cp. 16. c. 4.
laro banda. 1. 3. are. (are. Lemma 2. anciana laro. p. 32. l. 1. laro fazzal. 2. crī
in tegime. (hor in le prime. 1. 6. & c. d. e. f. g. e. c. e. q̄le nella figura a l'angolo
inferiore poneul. Cp. 41. c. 1. 3. f. a. h. h. f. a. l. g. nella figura a l'angolo
deitro superiore poneul. l. 1. Cp. 48. c. 1. 4. come duos. (come de duos.
p. 49. c. 1. 6. cōmēfurabile (incōmēfurabile Cp. 6. c. 1. f. laro fazzal. 1. 2. e.
& c. f. (e & f. l. 66. p̄che cōmunicāno (p̄che nō cōmunicāno. p. 75. l. 1. l. an-
sā laro (e una linea. c. 1. ult. fuplice. f. h. (fuplice. f. g. p. 80. c. 1. 3. mediale. &
p̄che mediale & il doppio della fuplice di luno in l'altro ratiōne cō p̄che
p. 91. la fua figura & difforme & uol l'ar come appar in margine.

Errori del undecimo libro.

D. 6. c. 1. l. 1. in equiditate protracte (equidistanter protracte) ¶ p. 26. nel titolo
doue dior opatione quarta (legge) problema quarta. c. 20. sono due linee (sono
due delle linee) ¶ p. 30. in la figura 1. 7. di quali le supreme superficie (di
quali la lad oppositi delle superficie) l. 8. una linea fino una linea
p. 36. c. 1. p. chelli solidi (che le li solidi alle figure mancano lettere affai pero
adveritiera sopra li fig. 1. 9. 1. 3. 1. 3. sono dupli (sarano subduple) ¶ p. 17. c. 1. ult.
angolo. l. 1. d. (angolo. l. d. n. ¶ p. 41. c. 1. 30. e in superficie in la superficie)

Errori del duodecimo libro.

p. tra l'ult. p.polla figa (po.polla quella). Cp.9. T.II. treppiaata (ess. treppia
p.to.c nella scoda faza). 29.com della pyramide (come del corpo.e alla py-
ramide rotonda). e la concezione qlla medesima della pyramide.
p. 4.ta.nella seconda figura dal.d.al.h. fia tirata una linea retta & nota che fa
deta.h. affimiglia un b. pero aduertire ^e parte line. due prime figure in la
magior parte fur stampate con le pie in suso pero aduertire.

Errori del terzodecimo libro.

P.g.nella figura dalla a. al c. tirata una linea retta nò uel offendo. P.g. e. dia.
metro d. d. da metro. a. b. c. 1.36 linea/linea. 1.42 che d. q. che di q. Cp. 10.
nella figura sia alōgara la linea. d. l. p. fin alla circonferētia in ponto. l. Cp. 11. c.
1.3. a. c. b. c. a. c. a. b. e. Cp. 18. nella figura di sopra opposto ala. p. oneral
g. & n. opposto al m.

Errori del quattordicesimo libro.

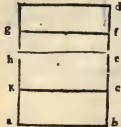
Nell' caratteri decantanti la fration della enzo lo carnero signato per dragua si-
gnifica secula , & lo se quente e poi significa dragua : I la seguente exposition
de l'altra banda . I . 41. el quincuplo di quel pentagono, & el dodecuplo di quel
pentragono. C p i . c . b . z . o . li . ii . langolo . c . f . e . li . ii . langolo . a .
c . e . (langolo . c . e .

Errori del quindicesimo libro.

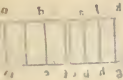
Dalla ottava fin in fine a tutte le proposizioni mancano li numeri in margine le
quale se ritrovano solamente nella prima traduzione.
Eine.

Eine.

Figura della nonaggesima prima



John 1:1



✻ INCOMINCIA ✻ IL PRIMO LIBRO DI EVCLIDE MEGARENSE

ACVTISSIMO PHILOSOPHO,
ET PERSPICACISSIMO
MATHEMATICO.

SECONDO
LE DVE TRADOTTIONI,
NOVAMENTE TRADOTTO,
DI LATINO IN VOLTARE,
PER IL DIGNISSIMO PROFESSORE
DELLE MATHEMATICHE DISCIPLINE

NICOLO TARTALEA

BRISCIANO,

Al commune commodo & vtilita,

CON LA AGGIONTA DI ALCVNE SVB
BELLISIME ESPOSITIONI;

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.



PER INTELLIGENTIA delle cose che seguitano e da notare, qualmente eglie costume (anzi e debito) di ciascuno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina co in tutti li suoi occorrenti termini, et perche la Geometria e vna scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descriptione delle figure, ouero forme della quantita continua immobile, detta magnitudine. Perche il soggetto generale di detta Geometria verria ad essere la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioe, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a vari, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi; pertanto l'Authore inanzi che dia alcuna propositione ci ha voluto ordinariamente diffinire tutte quelle di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potra vedere.

Diffinitione prima,

IL Ponto e' quello che non ha parte.

Il Traduttore.

IN QUESTA prima diffinitione l'Authore ci diffinisce il principio della quantita continua (che e' il ponto) & dice che il ponto e' quello che non ha parte

commune scientia,) seguita che la cosa misurata sia medesimamente diuifibile in infinito. E però non si puo dire, che alcuna voce sia indiuifibile, si come non si puo dire, che il ponto sia vna quantita continua indiuifibile, perche seria contradittorio. Si vede adonque che il ponto ha similitudine con tutte le cose istesso, ha gran similitudine con l'Idio: & per questa causa li Sapiendi hanno attribuito questo nome Ponto. A esso Idio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Questo ponto nella seconda tradottione e' detto segno: ma perche questo nome ponto e' piu commune, & piu frequentato, fra li Latini e Volgari che segno, Ponto e non segno, m'e' apparso chiamarlo. Questo medesimo stile ho vñato neli e altre diffinitioni, etiam nelle propositioni perche non mi e' apparso de imitare li Alemanni, liquali hanno stampato vna propositione della prima tradottione de verbo ad verbum precisamente come sta, co'l suo commento. Et consequentemente x quella vna della seconda tradottione, pur de verbo ad verbum, come sta co'l suo commento, la qual miffione non e' altro che vna confusione alli studenti: & massime, doue che le propositioni sono diuerse in conclusioni. Anzi ho offeruato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione, siano doue si vogliano) quantunque nel dire, ouer nel proferir gli sia qualche differenza (come e' stato del ponto) ne ho formato vna sol propositione in volgare, formando la maggior parte de testi volgare sopra quella che ha vocali piu comuni, cioe, sopra la prima: E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti, ouero expositioni: perche, in vero la prima tradottione, si nelli testi come nelli commenti vñ generalmente vocaboli piu comuni & piu vñati che la seconda: vero e' che la seconda pur in molti testi parla piu correttamente che la prima, come procedendo in molti luoghi si vedra palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione, ii.

La linea e' una lunghezza senza larghezza: li termini della quale so, no duoi ponti.

Il Tradottore.

IN questa diffinitione l'Authore ci diffinisce la prima specie della quantita continua (che e' la linea.) Et dice, che la linea e' vna lunghezza senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti (essendo pero' intesa terminata) perche, sono molte linee che non sono terminate, como e' la circonferentia d'vno cerchio, & altre simile. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: & alcune, dall'arte: & alcune, a caso: & alcune, imagine con la mente. Quelle che sono fatte dalla natura, sono le semplice lunghezze, ouero le semplice larghezze, ouero grossezze, che sono naturalmente in ogni qualita de corpi materiali dalla natura prodotti, ouero dall'arte fabricati: & sono etiam li semplici termini delle superficie, terminanti detti corpi. Ma perche anchora non si e' diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente non e' lecito di parlarne, ma nel processo si vedera manifestamente cosi essere. Ma le linee fatte dall'arte, ouero a caso sono fatte volontariamente, ouero a caso dall'operante Geometrico con qualche stiletto appontito, ouero con qualche materia colorata, in qualche spazio, come per esempio (in varii modi, si come etiam in varii modi puoono accadere) habbiamo designato in margine. Vero e', che alcuno potria dire (come fu detto del ponto) che queste tali linee artificialmente fatte dallo operante non habuer conuenientia alcuna con la linea diffinita dallo egregio nostro Authore Euclide, attento che mai possono essere tirate, ouero disegnate tanto sottili, che

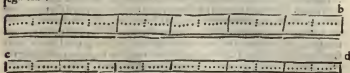
Linea

Linea

Linea

quelle non habbiano qualche larghezza in se: Nientedimeno questo dubbio se
 risolue secondo quello del pontor: cioè, chi vol considerar ciascaduna di dette linee
 o' altre similie similmente quelle che sono in ogni qualita di superficie & corpo, co
 si secondo la ragione come secondo l'essere, congiunte e miste con que'la materia:
 di negro colore, o' altra simile, che ce le fa visibile in larghezza, come fa il naturale
 senza dubbio secondo tal consideratione hauranno sempre qualche larghezza, &
 anchor grossezza, per causa della sua veste materiale. Ma che considerera dette li
 nee, pur congiunte con detta materia secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, se
 parate da quella, cioè, nude e spogliate di quella sua veste materiale de inchiostro o'
 carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouera esser reso
 luto il dubbio. Si vede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerarle
 cose si accordano in vna parte, perche ciascaduno le considera secondo l'esser con
 giunte con la materia doue sono infusima si discordano in vn'altra, cioè, secondo
 la ragione perche il naturale secondo la ragione le considera medefimamente con
 giunte e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate,
 cioè, nude & spogliate della detta sua veste materiale, come fu detto sopra il pont
 to. E tutto questo afferma Aristotele nel preallegato testo della *Metaphisica*, testo
 ii, & similmente il Commentatore sopra il primo de celo & mundo, commento pri
 mo, ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della *Physica*, testo. xx. ce lo dichiara.
 Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda & intenda questa dif
 ferentia che e' fra il naturale & il mathematico nel considerarle cose, voglio ad
 dur anchora vno esempio in campo, molto facile da capire. Hor poniamo che sie
 no due misure materiale di alcuno metallo, ouer di legno (si come sono quelle che
 viano questi mechanici per misurar le cose occorrente) & che dette misure siano
 di equal longhezza, come serebbe che fussino duoi passi, & che ciascuno di essi pas
 si sia diuiso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze. xii. come si costuma fra li
 Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un'es
 gno molto grosso, cioè, il passo. a. b. & l'altra sia d'un legno sottile, cioè, il passo. c. d.
 dico che chi vuol considerarle queste due misure, ouero quantita realmente consen
 do che sono, cioè, secondo la materia, senza dubbio si concludera vna esser mag
 giore dell'altra, cioè, la. a. b. esser maggiore della. c. d. perche eglie piu materia den
 tro, cioè, piu quantita di legno per la sua maggior larghezza & grossezza: & que
 sta tal consideratione sera naturale laqual le referisse alla materia che si vede, cioè,
 alla quantita del legno. Ma chi vuol considerarle queste due misure secondo il Geome
 tra, ouer mathematico (ilquale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragio
 ne) dira (si queste due misure esser eguale, come e' il vero, perche sono tolte & con
 siderate secondo la intentione dell'operante che le ha fabricate, ilquale le ha fat
 te con intentione di far vna semplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni
 altra sorte di famosa misura, cioè, perliche, braccia, canne, cauezzi, & altre simile, o'
 siano di ferro, ouer di legno: grosse, o' sottile non importa; perche tal grossezza non
 vien considerata, e pero' si potria dire che la linea e' vna longhezza senza alcuna
 considerata larghezza, ouer grossezza. E che'l sia il vero che ciascuna delle sopra
 dette famose misure siano intese e tolte per linee, oltre che Euclide ce lo manifesta
 nel decimo, chiamando ciascuna simile, linea data rationale, come al suo luoco si di
 ra. Il sapientissimo Commentator Auerrois sopra il secondo della *Physica*, comen
 to. xx. volendo dichiarare la consideratione del prospettiuo (circa alla li
 nea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo rag
 iona con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinibus
 abstractis: materia naturalis vero considerat de eis secundum quod sunt in ma
 teria. A spectibus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas
 considerationes: non enim considerat de linea secundum quod est linea simpli
 ter, vt Geometrix: neque secundum quod est linea lignea, aut area, ut naturalis,
 sed secundum quod visualis. Perliche e' da sapere che per la linea lignea, ouero
 metallica

metallica se piglia naturalmente come e' detto di soprasuero e' che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, auræa; ma io credo che sia stato mal tradotto, & che uoglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioe, linea lignea, aut ærea: Et questo credo sera bastante alla intelligentia della differentia della consideratione ne naturale & mathematica, con laqual si resoluera varii dubbii sopra le cose che seguitano.



Diffinitione.iii.

- 3 La linea retta e' la breuissima estensione da uno ponto ad un'altro che
4 riceue l'uno e l'altro di quell nelle sue estrema.

Il Traduttore.

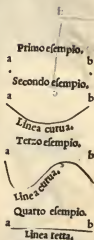
HAuendo lo Authore nella precedente diffinitione diffinito che cosa sia la linea in genere. (Ma perche questo genere de linea si diuide in due specie principali, cioe, in retta, e curua, e pero nella presente diffinitione ci uol dar à cognoscere qual sia la retta) e dice che la linea retta e' la piu breuissima estensione, ouero tratta che tirar si possa in atto, ouer con la mente da un ponto à un'altro, riceuendo nelle sue estrema ciascaduno di quelli, come per lo esempio si uedera. Siano li duoi ponti, a, & b, come qui in margine uedi nel primo esempio. Dico che dal ponto a, al ponto b, si puo tirar infinite linee l'una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di fuori nel secondo esempio, & similimente infinite altre nella forma & maniera che habbiamo posto nel terzo esempio, & in altri uarij modi: ma la piu breue che tirar si possa dal detto ponto. a, al ponto b, poniamo che sia quella che qui di fuori in margine habbiamo tirata rettamente nel quarto esempio: Essendo adunque la piu breuissima che tirar si possa dall'uno all'altro di detti ponti, sera detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per declaratione della linea retta, & etiam per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa e' sforzato à cognoscere etiam il rouerscio, e pero lo Authore non ha uogliuto diffinir altrimenti la linea curua per essere cosa superflua, imaginandosi tal cognitione esser compresa à chi ha uera notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione.iiii.

- 4 La superficie e' quella che ha solamente longhezza & larghezza: li
5.6 termini dellaquale sono linee.

Il Traduttore.

IN questa quarta diffinitione l'Author ci diffinisse la seconda specie della quantita continua (che e' la superficie) & dice che la superficie e' quella che ha sola



mente lunghezza e larghezza, cioè, che gli manca la profondità, ouer grossezza: i termini dell' aquale (essendo terminata) sono linee, dico essendo terminata, perché sono molte superficie che non sono terminate, come faria la superficie d'una balla ronda, ouer d'un ovo, & altri corpi simil. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmente sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dal l'arte, alcune a caso, & alcune immaginate con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualità di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato: ma per non esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell' Authore, ilqual non colluma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle che vengono fatte, ouer disegnate volontariamente, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stiletto apointo, ouer con qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per esemplo hauemo designato in margine, ilqual margine è pur anchora lui superficie di questo foglio di carta. Ma diui dubbij ponno occorrere nella mente dello studente circa alla sopraposta diffinitione, e circa alla nostra esposizione, l'uso no di quali è questo. Lui potrà dire, la diffinitione dice che la superficie ha solamente lunghezza, e larghezza, & trouo la maggior parte delle superficie hauer più lunghezza & più larghezza, come appare nella superficie, a. b. c. d. laquale ha due lunghezze, cioè li lato. a. b. & li lato. c. d. & due diuerse larghezze, cioè li lato. a. d. & li lato. b. c. Circa a questo dubbio rispondo, che la lunghezza & la larghezza d'una superficie è vna cosa, & li lat. ouer linee che la terminano ne è vn'altra: perché le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si vogliano) se dicono non solamente termini di quella superficie, e non lunghezze, ne larghezze di quella: auero è che per mezzo de diti termini noi vegniamo in cognitione della vera e semplice lunghezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezza della detta vera e semplice lunghezza & larghezza noi vegniamo in cognitione della quantita di quella tal superficie, come nel. i. libro si vedera manifesto: & per questo si dice che la superficie ha solamente lunghezza, & larghezza, & che li termini di quella sono linee: ma non dice che le linee che la terminano siano la sua lunghezza, ouer larghezza: & questo basta per declaratione del primo dubbio. El secondo è simile a quello della linea, cioè, che se potrà dire, che quelle superficie artificiali fatte, ouer designate, ouer pinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità: ma questo dubbio se risolve come quello del ponno, ouer della linea, cioè, che li Geometri le considero (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata: secondo che sono in se, cioè senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per elucidatione della superficie in genere.

Definition 5.

5 La superficie piana è la breuissima estensione da una linea a un'altra,
7 che riceua nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.

Il Traduttore, Giovanni B. ...

Hauendo l'Auttor di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche
sono due specie principali de superficie; cioè, plana, e globosa, ouer conuessa,
ouer spherica, ouer monuola) e pero in questa diffinitione ne diffinisse plana, &
dice, che la superficie plana e la più breuissima superficie che si possa intendere da
una linea a vn'altra, ricorrendo nelle sue estremità ciascuna di quelle; perche biso
gna notare che quella diffinitione e 'quasi simile a quella della linea retta: Onde
similmente



similmente bisogna aduertire che da vna linea a vn'altra si può estendere in atto, ouer con la mente infinite superficie, che ricreranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, tamen se non vna sola se ne può estendere che sia plana, e non più: e quella sarà la più breuissima de tutte le altre che estender si possono: come (exempli gratia) siano le due linee a.b. & c.d. come vedi in margine. Nel primo esempio, dico, che dalla linea a.b. alla linea c.d. si può estendere in atto, ouer con la mente, infinite superficie. alla similitudine della superficie m. tirata nel secondo esempio che vna (era maggior dell'altra, etiam in altri varii modis) la più breuissima che estender si possa, sarà quella che sarà estesa breuemente, & rettamente dalla detta linea a.b. alla linea c.d. alla similitudine della superficie n. nel terzo esempio: la quale, essendo la più breuissima, sarà detta superficie plana, per la presenza diffinitione, domente che la sia estesa talmente che ella receua nelle sue estremità ciascuna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potrà tirar di più breue di quella, fra le dette linee, che non fariano plane, ma non ricreueriano le dette due linee a.b. & c.d. nelle sue estremità, e pero fu forza di condizionar la diffinitione: & per questo credo sia bastante alla dilucidatione della superficie plana etiam alla non pianaperche (come disse della linea retta) chi cognosce la superficie plana e' necessario che etiam cognosca la non plana: e però non fu bisogno di finirla altrimenti.

Diffinitione. yi.

6 L'angolo piano e' il toccamento, & la applicatione non diretta, de due linee, la espansione dellequale e' sopra la superficie.

Il Traduttore.

In questa diffinitione l'Authore ci da a' cognoscere qualmente l'angolo piano e' compreso sotto di tre conditioni. La prima e', il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formaria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee a.b. & b.c. lequale si tocca no in punto, b. d'una applicatione diretta, & per esser tal applicatione diretta non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa vna sola linea che e' tutta la a.b. e. ma se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta alla similitudine delle due linee d.e. & e.f. in punto, e ben formariano l'angolo in punto. e. tamen se le dette due linee d.e. & e.f. se espandesseno, ouer distendesseno sopra vna superficie globosa, ouer montuosa el detto angolo non saria angolo piano, ma montuoso, ouer curuos, perche douendo esser angolo piano bisogna che habbia la retta conditione, cioe, che le dette due linee se espandano, ouer estendano per la superficie, cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, a ben che l'Authore non lo specifica: Ma egliè suo costume, che ogni uolta che sul nomina linea, ouer superficie, senza altra conditione, egli uole che s'intenda di quella linea, ouer superficie che e' stata diffinita, & non altrimenti: e cerca cio bisogna aduertire l'espandendosi adunque le due linee d.e. & e.f. per una superficie plana, l'angolo e. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non gie altra differenza: talup che la espansione delle due linee del non piano e' in una superficie non plana, tamen li angoli piani ponno esser contenuti da due linee curve, ouero da una curva, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie plana, come per esempio hauemo disegnato in margine: & questo credo sia bastante alla declaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale dico superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, delquale se ne parla nel undecimo libro, ma in questo loco non e' a proposito di parlarne.

Primo esempio.



Secondo esempio.



Terzo esempio.



Angolo rettilineo,



7 Ma quando che due linee rette contengono un angolo, quell'angolo è detto rettilineo.

Il Traduttore.

Perche delli angoli piani (come dissi, & esemplificati nella precedente diffinitio-
ne) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curve: & alcuni, da una
curua, & una retta, pertanto l'Author ci aduertisse, come che quello angolo che è
contenuto da due linee rette se chiama, angolo rettilineo.

Definizione.viii.

8 Quando che una linea retta stia sopra una linea retta, & che li duoi
angoli contenuti dall'una e l'altra parte siano eguali: l'uno e l'altro di
quelli sarà retto,

Il Traduttore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioè, retto, e non retto: ma
del retto, e minor del retto: per il che potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo es-
ser tre, cioè, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Authore per la pre-
sente diffinitione ci dà a cognoscer l'angolo rettilineo: a qual dice, che quando una linea
retta stia sopra d'una linea retta (cioe, come sta la linea, a. b. sopra alla linea, c. d.) co-
si condizionatamente che li duoi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle det-
te due linee siano eguali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea, a. b. &
della parte, d. b. dell'altra sia eguale all'altro angolo contenuto dalla medesima linea
a. b. & dall'altra parte, c. b. del a medesima, c. d. che cadauno delli detti angoli se di-
ce angolo retto, & c. Pero per intelligetia delle cose che seguita bisogna notare, che
quando se uol denotare in scrittura un'angolo, quello se proferisse, la maggior par-
te, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella che denota il pon-
to doue termina il detto angolo: scimpli gratia. Volendo proferir, ouer dire quello
che hauemo detto di sopra (secondo si costumara, nelle cose seguente) diremo in
questo modo, Se l'angolo, a. b. d. sarà eguale all'angolo, a. b. c. l'un l'altro sarà retto,
Onde per l'angolo, a. b. d. bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea, a. b. &
dalla linea, b. d. in ponto, b. & per l'angolo, a. b. c. l'angolo contenuto dalla medesima
linea, a. b. & dalla linea, c. b. in ponto, b. & così si deve intender nelle cose seguente,

Definizione.ix.

9 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a' quella doue
sopra sta.

Il Traduttore.

Brucemente in questa diffinitione consequentemente se conclude che la linea
a. b. della figura precedente se dice perpendicolare sopra alla linea, c. d. & que-
sta diffinitione

La definizione si debbe intendere congiunta alla precedente, quantunque la sia disgiunta & segregata.

Definitio. x.

¹⁰ Er l'angolo che è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Traduttore.

IN questa definizione l'Author ci aduertisse, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto si chiama angolo ottuso: exempli gratia se la linea a.b. sita inclinata sopra alla linea c.d. (come appar in questa seconda figurazione) lei formerà duoi angoli inequali, l'uno de quali sarà maggior del retto, cioè, l'angolo a.b.d. & l'altro sarà minore, cioè, l'angolo a.b.c. l'angolo adonq. a.b.d. per la presente definizione sarà detto ottuso: l'altro ch'è minor del retto si definisce nella seguente definizione & questa definizione insieme con la seguente si debbeno intendere pur congiunte con la ottava (si come fu detto anchora della precedente.)

Definitio. xi.

¹¹ Er l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

Il Traduttore.

IN questa definizione l'Author similmente ci avvisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonq. l'angolo a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) & questo basta per la dichiarazione delle tre specie dell'angoli piani rettilinei.

Definitio. xii.

¹² Il termine è quello che è fine della cosa.

Il Traduttore.

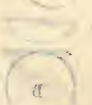
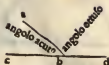
Quanti l'Author sotto breuità ci definisce che cosa sia termine, & dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa: exempli gratia se la linea a.b. è similmente la superficie, a.b.c.d. & perché ciascun delli duoi ponti, a. & b. sono principio e fine della detta linea a.b. adonq. ciascuno delli detti duoi ponti, a. & b. può esser detto termine della detta linea a.b. similmente perché la superficie, a.b.c.d. finisce nelle quattro linee a.b. a.c. c.d. & b.d. adonq. ciascuna delle dette quattro linee sarà termine della detta superficie.

Definitio. xiii.

¹³ La figura è quella che è contenuta sotto a' uno, ouer a' più termini.

Il Traduttore.

In questa definizione ci dà a conoscere qualmente la figura è compresa sotto a' uno, ouero più termini, & qual siano quelle figure che sono contenute sotto a'



yno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto 2 duol, ouer tre, ouer quattro, ouer più termini, nelle sequente diffinitioni si fara manifesto, massime di quelle di che si ha a trattare, & parlar nelle cose che seguitare perche seria cosa superflua a parlarne in questo luogo, & in quello, & pero mi passo senza altro esempio.

Diffinitione. xiiii.

14. Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circonferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dal quale tutte le linee rette, che usciscono, & vadino alla circonferentia sono fra loro eguale; & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Traduttore.

In questa diffinitione l'Author el da a cognoscere qualmente il cerchio è come preso sotto di tre conditioni: la prima è, che è vna figura piana, cioe, superficie piana, e non conuessa, ne concaua, ouero montuosa: la seconda, che è contenuta da vn sol termine, ouero da vna sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è vn ponto così conditionato che tutte le linee menate da quello alla circonferentia sono fra loro eguale: si che ogni figura che habbia queste tre conditioni è detta cerchio: perche seguita che ogni figura che manchi di alcuna di queste conditioni non se intende esser cerchio: esempi gratia, le due figure, A. & B. hanno due di quelle tre conditioni che si aspettano al cerchio, cioe, sono figure piane, sono etiam, contenute da vn solo termine, ouero linea, pur chiamata circonferentia: tamen, perche non hanno ne puonno hauere nel mezzo vn ponto così conditionato, che tutte le linee che, si partono da quello, & vadino alla circonferentia siano fra loro eguale, niuna di quelle se intende esser cerchio: perche, douendo esser cerchio bisogna che habbiano etiam l'altra terza conditione, si come ha la figura, C. e pero la detta figura, C. hauendo tutte le dette tre conditioni si chiama cerchio, & così ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto, C. sopra il quale vien constituido artificialmente in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: Vero è che alcuno potria arguir, & dire (come fu detto del ponto, & della linea artificiale) che la detta figura, C. artificialmente fatta, non esser vero cerchio (per molte ragioni, che si potriano addurre) & esser impossibile che l'operante possa constituir vn perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, ouer dubbio se risolve come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioe, per quello che habbiamo detto nel principio: perche seria superfluo a replicarlo di nouo, mi passo con silenzio, Ideo aduerte.

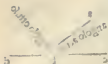
Diffinitione. xy.

15. Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quella, & applica le sue estremita alla circonferentia, & diuide il cerchio in due parte eguale.

Il Traduttore.

Lo esempio di questa diffinitione lo habbiamo descritto nella figura della presente, pero mi passo senza altra declaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente vedere.

Il mezzo



Cerchio



Circonferentia



diametro

Diffinitione. xvi.

¹⁶ Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cerchio, & dalla metà della circonferentia.

Il Traduttore,

HAuendo l'Author diffinito il cerchio, etiam il centro, & il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o vuol dire, mezzo cerchio: & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo, salvo che ho posto la figura in margine per esempio.

Diffinitione. xvii.

¹⁷ Portion di cerchio è una figura piana tenuta da una linea retta e da una parte della circonferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Traduttore,

ABenche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia anchora lui vna parte rationale del cerchio, cioe, la metà di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, ouero parti del cerchio, ma quando se dira semplicemente vna portione, ouero parte di cerchio l'Author vuole che si intenda vna parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio (come per esempio habbiamo designato in margine. E nota che tanto significa a dire vna sectione di cerchio quanto che e' a dire vna portione, ouero parte di cerchio.

Diffinitione. xviii.

¹⁸ Le figure rettilinee sono quelle che sono contenute da linee rette, del qual alcune sono trilatera, lequal sono contenute da tre linee rette; alcune quadrilatera, lequale sono contenute da quattro linee rette; alcune molilatera, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Traduttore,

Questa diffinitione altramente non espongo ne con parole, ne con esempio, per essere da se planissima le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscano nelle seguente diffinitioni.

Diffinitione. xix.

¹⁹ Delle figure di tre lati una è detta triangolo equilatero, & questo è quello che è contenuto sotto di tre lati equali; l'altra è detta triangolo isoscelo, e questo è quello che è contenuto solamente sotto di doi lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno, & questo è quello che è contenuto sotto di tre lati ineguali.

Il Traduttore,

In questa, e nella seguente diffinitione l'Author ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi che puoano esser diuise, ouer confiderate.

Mezzo cerchio.



Portion maggiore



Portion minore.



rate, cioè, secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilateri, ouer secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonq delle dette figure diuise ouer considerate secondo la uarieta delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella che ha solamente duoi lati equali, et l'altro maggiore, ouer minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo isocelo: la terza è quella che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per esempio appar in margine. L'altra diuisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella seguente diffinitione se fa manifesta.

Diffinitione, xx.

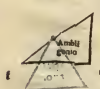
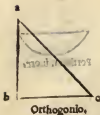
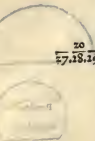
Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio, & questo è quello che ha un angolo retto: l'altra è detta triangolo Amblygonio, & è quello che ha uno angolo ottuso, l'altra è detta triangolo Oxigonio, & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti,

Il Traduttore.

IN questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'Authore diffinisce li altri no mi speciali delle figure di tre lati, secondo l'altra diuisione fatta secondo la variatione delli angoli, & non delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima è detta triangolo orthogonio, & questo triangolo è quello che ha uno angolo retto, si come è il triangolo. a. b. c. ilquale ha lo angolo. b. retto: la seconda è detta triangolo amblygonio, & questo è quello che ha vno angolo ottuso, si come è il triangolo. d. e. f. ilquale ha lo angolo. e. ottuso, cioè, maggior di uno retto: la terza è detta triangolo oxigonio, & questo è quello che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo. g. h. i. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè, che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda diuisione non si ha alcuno rispetto alla variatione delli lati: perche, il triangolo orthogonio puo hauere tutti li suoi lati inequali, & etiam puo essere di duoi equali: per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima diuisione) puo esser triangolo isocelo, e similmente triangolo scaleno: uero è che non potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si ha da dire nella penultima del primo sera manifesta.) Anchora il triangolo amblygonio puo esser di duoi lati equali, etiam di tre lati inequali, di che dando anchora a' suoi li nome secondo la prima diuisione, potria esser pur triangolo isocelo, & similmente scaleno: uero è che non puo esser equilatero. Similmente il triangolo oxigonio puo esser di tre lati equali, per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima diuisione potria esser equilatero, etiam isocelo, & similmente scaleno: e però bisogna aduertir e in queste uarie specie di nomi, perche alle uolte un triangolo puo essere chiamato per duoi nomi, secondo le dette due diuisioni, & questo baste per la declaratione delle specie delle figure di tre lati.

Diffinitione, xxi.

Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato



PRIMO

XI.

to e' de lati equali, & de angoli retti: l'altra, e' detta tetragono longo, e questa e' una figura rettangola, ma non e' equilatera: l'altra, e' detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale e' equilatera, ma non e' rettangola: l'altra, e' detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non e' contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate helmuariphe, ouero, trapezzie.

Il Traduttore.

Nella presente diffinitione l'author ci da 4 cognoscer qualmente le specie regolare delle figure quadrilatere sono quattro: vna dellequale e' detta quadrato, & questo e' quello che ha tutti li suoi quattro lati equali, & tutti li suoi angoli retti (come appare per esempio nella figura .A.) l'altra, e' detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non e' equilatera, anzi e' piu longa che larga alla similitudine della figura .B. l'altra, e' chiamata helmuaym, ouero rhombo, & questa figura ha pur li lati equali, si come il quadro, ma non ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per esempio appare nella figura .c.d.e.f.) dellaquale li duoi angoli contraposti. & .e. sono ottusi, & li altri duoi contraposti .d. & .f. sono acuti: la quarta e' detta simile helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali nelli angoli retti (come per esempio appare nella figura .g.h.i.k.) dellaquale li duoi lati oppositi .g. i. & .h. k. sono equali, & similmente li duoi .g. h. & .i. k. & similmente li duoi angoli oppositi .h. i. sono equali, & similmente li altri duoi .g. k. sono pur equali, tamen tal figura non e' equilatera, ne rettangola, anzi ciascaduno delli duoi lati .g. h. & .h. k. sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi .g. i. & .i. k. & similmente li duoi angoli .i. & .h. sono ottusi, & li duoi .g. & .k. sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra ce ne son no molte altre (come appare in margine, tamen l'author dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie esemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.

Diffinitione. xxii.

Le linee equidistante, ouero parallele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano procratte in infinito.

Il Traduttore.

L'author ci diffinisce le linee equidistante, ouero parallele sotto di due conditioni. La prima e', che siano in vna medesima superficie, & non in diuerse. La seconda e', che slongando quelle nell'una & l'altra parte in infinito che non concorrino insieme: e pero qualunque due linee mancavano in alcuna di queste due conditioni non se intende che siano parallele, ouer equidistanti: exempli gratia, se l' fusse una linea distesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente con vn capo sopra esse superficie e l'altro eleuato fuo in aereza dubbio quele linee haucriano questa conditione che logandole in

Quadrato



tetragō lōgo

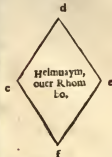
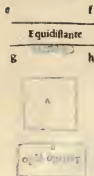


Figure helmuariphe

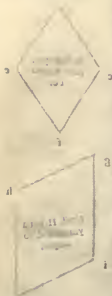


B. iii



atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte non concorreriano insieme: tamen per questo non se interdieta che quelle fussero equidistanti, per che seriano in superficie diuerse. Similmente se in vna medesima superficie se ranno due linee, come (exempli gratia) le due linee, a. b. & c. d. distese nella superficie del margine, lequale perche protratte quelle dalla parte a. & c. si vede euidentemente che concorreriano insieme, & pero non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle seranno in una medesima superficie, così condizionatamente, che slongandole dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarse insieme, quelle se intenderanno esser equidistanti, ouero parallele (come per essemplio appa- re nelle due linee. e. f. & g. h. lequale euidentemente si vede che protra- hendole, ouero slongandole da qual parte si uoglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & pero se intenderanno essere linee equidi- stante, ouero parallele: & così (hauendo sufficientemente detto) faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro,

Il Traduttore.

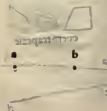


I Nanti che procediamo piu oltre bisogna notare, che li primi principii di cia- scuna scientia non si cognoscono per dimostrazione; ne etiam alcuna sci- entia e tenuta a prouar li suoi primi principii, perche bisognaria proceder in in- finito. Ma quelli tali principii si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e po- ro li principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso. Perche sono su- posti nella scientia, & con quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principii di quella scientia, perche, prouano altri, & non puonno essere prouati da altri, in quella scientia; & questi primi principii delle scientie alcu- ni li chiamano petitioni, & alcuni li dicono dignita', ouero suppositioni. Di- co adonque che li primi principii che si suppongano in questa scientia, ouero disciplina Geometrica, sono quindici, de liquali sei sono suoi proprii, cioe, che si conuengono solamente alla Geometria, & noue sono comuni, cioe, che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Authore e di voler disputare questa scientia Geometrica, & quella sostentare con dimostra- zioni: Onde per proceder rettamente, lui priuamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprii principii, liquali (come e detto) sono sei (come nel processo si vedera) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse que- ste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica, ne con quello occorreria a disputarla altramente: ma li altri noue (per essere cose notissime, etiam conces- se, & supposte in altre scientie) lui li volse chiamare commune concessioni, ouero commune sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

Adimandamo che l'ce sia concesso che da qualunque ponto in qua- lunque ponto si possi condurre una linea retta.

Il Traduttore.



L O Authore in questa prima petitione adimanda, che gli sia concesso che da vno ponto ad vn'altro el si possa menare, ouero tirare vna linea retta, come seria a dire dal ponto a. al ponto b. laqual petitione, per essere all'intelletto euidente, non si puo negare: vero e che alcuno portia dire, che a voler esegui- re tal cosa attualmente in materia non e molto facile, perche el si vede che per far piu giustamente tale effetto egli stato necessario all'operante ritrouare cau- tella,

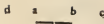
tella, non solamente per tirare vna linea da vn ponto a' vn'altro di grandissima distantia, cioe, vna linea retta di grandissima longhezza: ma anchora per tirarne ouero designarne vna che sia longa solamente vno, ouer duoi palmi. Et che'l sia il vero, el si fa che communemente per tirar, ouer designare le dette linee di pouca longhezza, el si costuma prima di farsi fare vna listetta di legno, ouero di alcu no metallo piu plana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tira le dette linee rette da vn ponto ad vn'altro, secondo le sue occorrentie, la quale listetta alcuni la chiamano Rega, & alcuni altri Regola, laqual rega, ouer regola, essendo perfettamente giusta pur piu giustamente tira le dette linee rette, doue niente che la superficie della materia doue se tirano sia perfettamente plana, & che lui sia anchora diligentissimo nell'operare: lequal cose non e' molto facile accordarle, cioe, che la regola sia perfettamente plana, & retta, & che la superficie della materia doue che si tirano sia similiter perfettamente plana, & che l'operante vñ tutta quella perfetta diligentia che si possa vfare. Similmente per tirare, ouer designar le linee di molta longhezza costuma di tuorre vna corda fortile longa & sofficienta, & imbratta quella con vna spongia infusa in certa acqua tinta comunemente d'un colore rosso, & lui insieme con vn compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro con vna mano la firmano l'uno all'uno de' li duoi ponti doue desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dappoi l'uno di loro con l'altra mano tira & inarca sforzatamente la detta corda rettamete in aere, dappoi la lascia scorrere, & quella percuotendo nella superficie di quella materia doue si ritroua, vi lascia la linea signata di quel suo liquore, e per che la detta corda si soleua antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella e' deriuato quel nome linea, laqual linea talmente fatta, douendo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequale per breuita le lascio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

HOr cerca à tutti questi dubij io rispondo, & dico, che egliè il vero, anzi dico che per tal cause niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Prohemio) puo esser cosi giusta, & precise, che la non possi esser sempre piu giusta, e piu preciamente dimeno considerato tal atto operatiuo fuor di tutti li impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitare di questo. Perche bisogna notare (come piu volte ho detto) qualmente tutta la scientia, ouero disciplina Geometrica si diuide in due parti, cioe, attua, ouero operatiua, & in contemplatiua, ouero speculatiua, e pero parte di questi primi principij indemonstrabili si suppongono per la parte operatiua, & parte per la speculatiua. quelli che si suppongono per la parte operatiua sono solamente tre, cioe, questa & le due sequente petitioni, tutti li altri si suppongono per la parte speculatiua. Dico adonche che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operatiua. & chi negasse questa insieme con le due sequente niuno altro atto operatiuo si potra negare, perche tutti le dimostreranno euidentemente. Seguita adonche che in questi tre primi principij operatiui consista tutta la sostanza del nostro bene & mai operare nelle operationi Geometriche, e pero quanto piu l'operante viera diligentia in ciascuno di quelli, cioe, di mandarli piu giustamente à esequutione che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opre sue si troueranno essere al senso giuste & precise secondo la sua intentione. e per il contrario, quanto piu errera in ciascuno delli detti tre atti, tanto piu l'opre sue si representeranno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna che usi tutta la sua diligentia nelle sue mecanice operationi.

Petitione. ii.

1 Anchora adimandamo che ci sia concesso che'l si possi slongare una
2 retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

• B lili



In questa seconda petitione, aspettante alla parte opatia, l'Author dimanda che gli sia concesso che l' si possi stongar qualunq linea retta terminata direttamente, cioè in continuo, quanto ci pare, come, exempli gratia, se l' fusse la linea a.b. & che l' ci occorresse a douerla stongare direttamente in longo verso. c. ouer verso. d. assai d' poco, secondo l' occorrenzia, L' Authur dimanda che gli sia concesso che l' si possa fare, perche se l' auersario volesse negar questo atto, el non seria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte: Ma perche la esperienza sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo uero e' che l' auersario potria addurui dubbio, si come nella precedente: nientedimeno tal dubbio si risoluera, si come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia come fa il mathematico.

Petitione. iiii.

- ² Anchora adimandamo che ce sia concesso che sopra a' qualunque
³ centro ne piace puotemo designare uno cerchio di che grandezza ci pare,

Il Tradottore.



In questa terza petitione l' Authur dimanda che gli sia etiam concesso di puoter designar vn cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, ouer centro li pare, exempli gratia, occorrendoli a douer designar, ouer descriuere vn cerchio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a qual si voglia ponto, come fiera a dir sopra il ponto. a. & che l' auersario gli volesse negar tal cosa, el non seria possibile a poter dimostrar tal possibilita, con argomenti astratti, ma peche l'opante (nelle descriptioni piccole) con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descriptioni grande) con vna corda, longa a sufficiencia, fissando vn capo sopra vn ponto centrale, e con l'altro, colligarlo con qualche ferro appontito, ouer con qualche altra materia segnate, girante attorno attorno lo conduise a pfectione, tal petitione non e' da negare: uero e' che l' auersario (parlando naturalmente) vi potria addurre dubbii assai, si come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriuer vn pfecto cerchio, nientedimeno tutti se risoluono, come quelli della prima petitione, cioè sumedo tal atto secodo la pfectione mathematica, e no naturale, ilche facendo sera risolta ogni dubitatione.

Petitione. iiii.

- ³ Similmente adimandamo che ci sia concesso tutti li angoli retti et
⁴ et fra loro equali.

Il Tradottore.

In questa quarta petitione anchora l' Authore dimanda che gli sia concesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiante che non habbia alquanto praticato l'angolo retto gli parera alquanto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra non negarano che vna squadra grande non sia bona per giutar vna piccola, peche l'angolo retto non fa mutatione per la lunghezza, ne per la correttezza delle due linee che l' costituiscono, come, exempli gratia, sia l'angolo. a.b.c. retto, e similmente l'angolo

te l'angolo, d.e.f. ma contenuto da molto minor linee dell'angolo, a.b.c. come si vede in margine, hor dico che l'angolo, d.e.f. quantunque sia contenuto da minor linee di quello che è l'angolo, a.b.c. è eguale al detto angolo, a.b.c. cioè chi posnèse l'angolo, c. sopra l'angolo, b. giustando la lineetta, c.d. sopra la linea, a.b. di co che l'altra lineetta, e.f. si giustera da se medesima sopra l'altra linea, e.b. e l'angolo, d.e.f. si giustera, ouer equaliera attorno attorno con l'angolo, a.b.c. & consequente, inquanto all'angolo saranno equali, perche se ben le linee, a.b. & b.c. son maggior delle linee, d.e. & e.f. tamen quella applicatione non diretta, delle due linee grande, è simil & eguale a quella delle due piccole, e questo è quello che bisogna conceder, perche el non si potrà dimostrar tal cosa, saluo che al senso, cioè con la esperienza in materia.



Petitione. v.

- 4 Adimandamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta casca-
ra sopra due linee rette, & che duoi angoli da una parte siano mino-
ri di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte
in quella medesima parte sia necessario congiungerli.

Il Traduttore.

IN questa quinta petitione l'Author dimanda che gli sia anchor concesso che se vna linea retta cascara sopra a due linee rette alla similitudine della linea a.b. sopra le due linee, d.e. & e.f. & che duoi angoli da vna medesima parte, come feria li duoi angoli, c.g.h. & e.h.g. del primo esempio, sian minori di duoi angoli retti, che quelle due linee prtrate in quella medesima parte, cioè in la parte verso c. & e. doue sono li predetti angoli, sia necessario a tpo congiungerli insieme, come nel secondo esempio appare in ponto. K. liqualcosa in uero al senso, ouero alla esperienza è manifesto, etiam lo intelletto puo dubitar di questo, perche non c'è da negar tal petitione.



Petitione. vi.

- 5 Similmente adimandamo che ci sia concesso due linee rette non
chiudere alcuna superficie.

Il Traduttore.

IN questa ultima petitione l'Author anchora adimanda, che gli sia concesso che due linee rette non includeno alcuna superficie, exempli gratia siano le due linee rette, a.b. & c.d. (come nel primo esempio appare) hor dico che con queste due linee sole non si potrà chiudere alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il ponto a. sopra il ponto c. (come nel secondo esempio appare) & stringer poi, ouer menare il ponto, b. verso il ponto, d. talmente che se la linea, a.b. era eguale alla, c.d. si congiogano insieme (come nel terzo esempio appare) allora tutta la linea, a.b. toccherà vniuersalmente con ogni sua parte l'altra linea c.d. & fra l'una e l'altra non ferera alcun spacio, ouero superficie, Immo che ambedue le dette linee saranno ridotte in vna linea sola (come all'intelletto si puo facilmente comprendere, etiam vedere nel detto terzo esempio) & questo è quello che l'Authore dimanda in questa vltima petitione, & così faremo fine al

Primo esempio



Second esempio



Terzo esempio



LIBRO

le petitioni, lequale in vero non sono da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scienza: & con quel tale chi le negasse non saria da disputare,

Questa ultima petitione nella seconda tradottione e' posta nelle commune sententie, & e' l'ultima di quelle: ma secondo il mio giudicio quial mi par essere piu suo conueniente luogo.

Il Tradottore.

Seguita le noue concettioni dell'animo, ouero le commune sententie.

Commune sententie.

Prima.

1 Quelle cose che a' una medesima cosa sono eguale, fra loro sono eguale.

Il Tradottore.

$$\begin{array}{cc} a & b \\ \hline & c \end{array}$$

Exempli gratia: se per caso linea. a. fusse eguale alla linea. c. & che si misurasse la linea. b. fusse pur eguale alla medesima linea. c. el si concluderia che per commune sententia la linea. a. seria similmente eguale alla linea. b. perche ogni commune intelletto affirmera questo, ne il nostro intelletto puo credere: e altramente, & per questo la si chiama commune sententia: il medesimo se intende nel le Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

Primo esempio,

$$\begin{array}{cc} b & a \\ \hline d & c \end{array}$$

2 Et se a' cose eguale siano aggiunte cose eguale, tutte le somme saranno eguale.

Il Tradottore.

Secondo esempio.

$$\begin{array}{cc} e & b & a \\ \hline f & d & c \end{array}$$

Exempli gratia: se per caso el fusse le due linee. a. b. & c. d. eguale fra loro, & che alla linea. a. b. gli aggiungessimo la linea. b. e. & similmente alla linea d. c. (come nel secondo esempio appare) & che la linea. b. e. fusse eguale alla linea d. f. el si concluderia che per commune concettione, ouer sententia, tutta la linea a. e. seria similmente eguale a' tutta la linea. c. f. pche in vero niun sano intelletto puo dubitar di questo: il medesimo seguita nelle superficie, corpi, Angoli, e Numeri.

Terza.

3 Et se da cose eguale seranno tolte cose eguale, quelle cose che restaranno seranno eguale.

Il Tradottore.

Questa e' il conuerso della precedente: exempli gratia: se per caso le due linee. a. e. & c. f. fusseno eguale fra loro: & che da quelle ne fusse tolte, dueo cauate le due parti. b. e. & d. f. & che quelle fussero equali, el si concluderia

cluderla, per comune congettione, li duoi rimanenti, cioè . a . b . & . c . d . effe-
re fra loro equali: perche in vero niuno sano intelletto potrà credere il contra-
rio: il medesimo lequita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

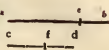


Quarta.

- 4 Et se da cose non eguale tu leuarai cose eguale, li rimanenti seran-
5 no inequali.

Il Traduttore.

Exempli gratia: se l fusse le due linee . a . b . & . c . d . & che la . a . b . fusse
maggiore della . c . d . & che l si leuasse dalla linea . a . b . la parte . e . b . &
dalla . c . d . la parte . f . d . lequal parti fuseno eguale fra loro, el si concluder-
ia per comune sententia, che li duoi residui, cioè . a . e . & . c . f . fuseno iner-
quali, cioè, che l residuo . a . e . fusse maggiore del residuo . c . f . perche, li no-
stro intelletto non puo dubitare di questo: il medesimo seguita nelle superfi-
cie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

- 5 Et se a cose ineguale tu aggiongerai cose eguale, li resultanti seran-
4 no ineguale.

Il Traduttore.

Per semplificare questa, tuorremo la figura della precedente, per essere il con-
uerio di quella: exempli gratia: se l fusse le due linee . a . e . & . c . f . inegua-
le, cioè, che la . a . e . fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggionge-
sti le parti . e . b . & . f . d . lequal parti fuseno eguale fra loro, el si concluder-
ia che per comune scientia li duoi resultanti, cioè, tutta la . a . b . & tutta la . c . d .
essere fra loro ineguale, cioè, la . a . b . essere maggiore della . c . d . perche,
il nostro intelletto non puo dubitare di questo: il medesimo si concludera nelle
Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri.

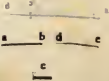


Sesta.

- 6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime
6 seranno fra loro eguale.

Il Traduttore.

Exempli: se per caso la linea . a . b . fusse doppia alla linea . c . & che similmente
la linea . d . e . fusse pur doppia alla medesima linea . c . el si concludarla che per
comune opinione, ouer sententia le due linee . a . b . & . d . e . essere fra loro egua-
le: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si conchi-
derà nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Settima.

- 7 Se seranno due cose dellequale l'una e l'altra sia la metta di una me-

defima cosa, l'una e l'altra di quelle sera eguale all'altra:

Il Traduttore,

Empior Se per caso la linea a. fusse la metta della linea c.d. & che similmente la linea b. fusse pur la metta della medesima linea c.d. el si concluderia, per comune concettione, che la linea a. fusse eguale alla linea b. perche nissuno sano intelletto negara questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottava.

8 Se alcuna cosa sia posta sopra a' un'altra, & sera applicata a' quella, che l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro eguale.

Il Traduttore,

Exempli gratia: Se l' fusse li duoi triangoli a.b.c. & d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conueniseno talmente insieme che l'uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioe, che giustasse l'angolo a. sopra lo angolo d. & l'angolo c. si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo f. & similmente la linea a. sopra la linea d. f. & la linea a.b. sopra la linea d.e. & la linea b.c. sopra la linea e.f. el si concluderia per comune sententia, che questi duoi triangoli fuseno fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra forte de figura superficiale, & similmente di due linee, cioe, quando si giustasse vna linea sopra vn'altra, & che si conueniseno talmente insieme che l'una non eccede l'altra dalli capi, ne dalle bandiere si concluderia pur per comune sententia che fuseno eguali, perche il nostro intelletto non potria creder altrimenti.

Nona.

9 Ogni tutto e' maggiore della sua parte.

Il Traduttore,

Exempli gratia: Se dalla linea a.b. se ne tagliasse vna parte, come seria a dire la b.c. el si concluderia per comune sententia, che la detta parte b.c. fusse minore del tutto, cioe, di tutta la linea a.b. il medesimo si concluderia in ogni altra parte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quantita, cioe, in Superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

Altre concettioni, ouero comune

sentente aggiunte dal

Campano.

Ma egli da notare che oltre queste commune concettioni dell'animo, ouero sentente, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehenfibile: De lequal questa ne e' vna.

SE due quantita eguale seranno comparate a qual si voglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer egualmente maggiore, ouer

ouer equalmente minore ouer insieme eguale,

Il Traduttore.

EXempli gratia, se le due linee, a. & b. fusieno eguale fra loro, & che ambedue fusieno comparate a' un'altra terza linea, come seria a' dire alla c, dice che per comune scientia el si concluderla che ambedue quelle (cioe, a, & b.) fusieno ouero equalmente maggiore della detta linea, c. ouer equalmente minore, ouer che tutte tre fusieno eguale.



Anchora vn'altra,

Quanta è alcuna quantita a' qual si voglia altra del medesimo genere tanta puo esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantita continue, questo uniuersalmente è vero, ouero se li antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioe, la quantita continua discece in infinito, ma nelli numeri non e' cosi, ma se il primo sera submultiplice del secondo, sera qual si voglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine discece in infinito.

Il Traduttore.

Certamente il Campano, nell'aggiunger questa sopra scritta seconda concettione si è dimostrato di puoco giudicio, a' uoler che un principiante suppona una cosa che non fa, ne è capace a saper che cosa la sia per fin a' tanto che'l non intende che cosa la sia a' dire esser vna quantita ad vn'altra del medesimo genere, la qual cosa si di finisce nella terza diffinitione del quinto libro, se similmete che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisce nella seconda diffinitione del detto quinto. E pero io eshorto ogni studente che non perda tempo in voler intender queste cose aggiunte, impero che la maggior parte sono cose fruite, e che confondon l'intelletto del studente, & interrompon l'ordine dell'authore, il qual e' di non parlar d'alcuna cosa auanti la diffinitione di quella (come vuol il debito), similmente di non metter cosa alcuna su per sua, cioe, che non sia bisognueole in alcuna altra cosa nell'opra sua, & similmente di non essere diminuto, & se pur in alcun luoco pareua che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli scrittori & Copistich che haueuano interlasciato, & trasportato molte sue diffinitioni & propositioni, come in questa nostra tradottione (cauata delle due tradottioni) procedendo si potra uedere, Anchora e' suo costume di arguire in ogni sua dimostratione con le cose passate, & non con quelle che hanno da venire (come vuol il debito) perche in uero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna: la qual cosa non e' stata considerata dal Campano.



HOr per far fine a' questi primi principii della scientia Geometrica, liquali si cognoscon (come è detto) per intelletto, mediante il senso, e non per demonstratione, & venir a' quelle cose che si cognoscon per demonstrationi. Bisogna notar qualmentre in piu modi si dice l'huomo saper vna cosa: poche alcuna volta diciemo saper quelle cose dellequal n'habbiamo certezza simplicemente per alcun di nostri cinq. sensierem pli gratia; se io sento vno a' cantare io diro ch'io so che colui canta: & se io vedo vno che corre, io diro che io so che colui corre, & s'io tocco vna cosa dura, ouer molle, calda, ouer fredda, io diro ch'io so che quella cosa e' dura, ouer molle, calda ouer fredda: e similmente s'io gusto vna cosa dolce, ouer garba io diro ch'io so che quella cosa e' dolce, ouer garba: similmete s'io odoro vna cosa odorifera, o' puzzolente io diro ch'io so che quella cosa e' odorifera, ouer puzzolente: alcuna uolta hiamo certi d'alcuna cosa per longa esperienza, pilqual modo cognoschiamo le cose medicinali, e questo anchor di

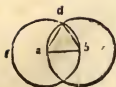


gemo sapere: alcuna volta dico a saper quelle cose, dellequale ne habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro non puo credere il contrario: & questi sono li primi principij delle scientie: liquali, cognosciuti li loro termini, in mediae sono cognosciuti: esempi gratia: se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, & che cosa sia la parte, egli non puo dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: il medesimo seguita in tutti li altri: niente di meno il proprio sapere (come afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non e' altro che a intendere per demonstratione però propriamente di quelle cose che intendiamo per demonstratione siamo detti hauer la scientia: & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente si potra vedere,

Problema prima. Propositione prima.

Polliamo sopra una data retta linea constituir un triangolo equilatero.

Il Traduttore.



c



Sia la data retta linea, a. b. voglio sopra di questa constituir vno triangolo equilatero, & per csequir tal cosa, io ponero il piede immobile del mio compasso, ouer sesto, sopra l'una delle estremita della linea, cioe, in ponto a. & l'altro piede mobile lo allargaro' per infino all'altra estremita, cioe, al ponto, b. & secondo la quantita di essa linea data per la terza petitione, descriuerò il cerchio, c. b. d. f. d'apoi questo, di nouo farò centro l'altra estremita di essa linea, cioe, il ponto, b. & per la medesima petitione (secondo la quantita della medesima linea) linearo' il cerchio, c. a. d. h. liquali cerchi se intersecaranno fra loro in duoi ponti, liquali sono, e. & d. & l'uno de detti ponti (poniamo il ponto, d.) continuerò con ambe due le estremita della data linea, tirando per la prima petitione le due linee, d. a. & d. b. & così sera constituito il triangolo, d. a. b. liqual dico essere equilatero: perche, dal ponto, a. liqual e' centro del cerchio, c. b. d. f. sono tirate le linee, a. d. &, a. b. per infino alla circonferentia di quello, perche seranno eguale, per la definitione del cerchio, similmente anchora perche, dal ponto, b. che e' centro del cerchio, c. a. d. sono tirate le linee, b. a. & b. d. per infino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro eguale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee, a. d. & b. d. e' eguale alla linea, a. b. (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra loro eguale, per la prima conuertione. Adonque sopra la data retta linea habbiamo collocato vn triangolo equilatero, che e' il preposito.

Il Traduttore.

Bisogna notar che quando l'occorresse di descriuer semplicemente il detto triangolo equilatero sopra vna data retta linea, cioe, che'l non fusse bisogno di far la demonstratione di tal operare, non e' necessario di descriuer integralmente li detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la intersecatione in ponto, d. (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto, d. tirar le due linee, d. a. & d. b. & sera designato il detto triangolo: ma volendo dimostrare, & assignar la causa che quel sia equilatero egli e' necessario a conipare li detti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme,

Il Traduttore.

Consequentemente a questa propositione nella prima tradottione egli stato aggiunto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due

tre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di doi lati equali, & quello di tre lati inequali: laqual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata; perche, chi ben confidera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) trouera lei non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua frustra, cioè, che non sia stata bisognuevole nella constructione, ouero speculatione di qualche altra di quelle che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua doue sia biso- gnuole tal propositione aggiunta (massime per quel modo) si puo dire le esser cosa superflua, & fuor di proposito, perche la habbiamo lasciata, per non confon- der il studente con tal proposito inutile. Et che pur uolesse il modo di eseguir vn tal Problema, la vigeſima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dis- mostra.

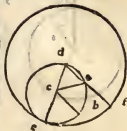
Problema.ii. Propositione.ii.

2 Da un dato ponto possiamo condurre una linea retta eguale a qua-
2 lunque proposta retta linea.

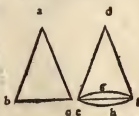
Si il ponto dato. a. & la linea data. b. c. voglio dal ponto. a. condurre vna linea retta eguale alla linea. b. c. (casi che in qual parte si voglia.) per far adonque que- sto congiungero il ponto. a. con vna delle due estremita della linea. c. b. (qual nul- pare.) hor congiogansi il detto ponto. a. con la estremita. c. tirata la linea. a. c. lo- pra laqual linea continuero vn triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedente.) ilqual sia. a. c. d. & in quella estremita della data linea con laqual ho congiunto il dato ponto. cioè, nella estremita. c. ponero il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello vn cerchio secondo la quantita della data linea (ilqual sia il cerchio. e. b.) & allongarò il lato del triangolo equilatero che è opposto al ponto dato, cioè, il lato. d. per il centro del cerchio descritto per infino alla circonferentia di quello: & sia tutta la linea cosi, protratta la. d. e. & secondo la quantita di quella sopra il centro. d. linearò vn cerchio, ilqual sia il cerchio. e. f. e dappoi questo allongarò il lato. d. a. per infino alla circonferentia di questo vitimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto. f. Dico adon- que che la linea. a. f. è eguale alla. b. c. perche le due linee. b. c. & c. e. sono fra loro eguale, perche vanno dal centro del cerchio. e. b. alla circonferentia di quello. Si- militamente anchora le due. d. f. & d. e. sono fra loro eguale, perche etiam loro vanno dal centro del cerchio. e. f. alla circonferentia, & le due linee. d. a. & d. c. sono etiam eguale, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee. d. a. & d. c. saranno leuare via dalle due. d. e. & d. f. che sono fra loro eguale, li duoi residui, liquali sono. a. f. & c. e. saranno etiam equali (per la terza comune senten- tia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee. a. f. & c. b. è eguale alla. c. e. quelle medesime sono fra loro eguale per laqual cosa dal ponto. a. habbiamo tira- ta la linea. a. f. eguale alla linea. b. c. che è il proposito.

Il Traduttore.

Molto principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scienti- fico dimostratio, quasi si scandalizzano di questa sopraſcritta proposizio- ne (per la sua bassezza) patendogli (come è il vero) puotersi eseguite tal pro- blema per piu corta via, cioè, pigliando diligentemente con vn compasso la mi- sura della data linea. b. c. & con tale apprettura di compasso assignarne vn'altra di tal quantita che termini nel detto ponto. a. laqual cosa (per esser euidente al fen- to) pare a talche non si debba, ne si possa negare. A questo se risponde, che eglie il vero che tal conclusione, per esser euidente al fenso in materia, mal si puo negare.



Siano li duoi triangoli a, b, c & d, e, f & sia il lato a, b eguale al lato d, e & il lato a, c eguale al lato d, f & l'angolo a equal all'angolo d , hor dico che la basa b, c e' eguale alla basa e, f & l'angolo b e' eguale all'angolo e , similmente l'angolo c e' equal all'angolo f , laqual cosa si approua mettendo mentalmente il triangolo a, b, c sopra al triangolo d, e, f talmente che l'angolo a caschi sopra all'angolo d & il lato a, b sopra il lato d, e & il lato a, c sopra il lato d, f & per il conuerſo modo del la penultima concettione, e' manifesto che ne li angoli, ne etiã li lati si eccederãno fra loro, perche l'angolo a e' eguale all'angolo d & li lati sopraposti sono equali a' quelli doue sono sopraposti, dal presuppohito, adonq li duoi ponti b, c & e, f cadeno sopra li duoi ponti e, f . Se adonq la linea b, c cade sopra la linea e, f e manifesto il proposito, perche quando la linea b, c sia posta sopra alla linea e, f & che la non ecceda la detta linea, e, f , ne che etiam lei sia ecceduta da quella, per la penultima concettione, e' eguale a quella, & per la medesima ragione l'angolo b se ra eguale all'angolo e & l'angolo c all'angolo f & tutto il triangolo a' tutto il triangolo. Ma se la linea b, c per lo auersario, nou cade sopra la linea e, f , necessariamente se cadera ouer di dentro del triangolo (si come fa la linea e, g, f) oueramente fuora del detto triangolo, secondo che fa la linea e, h, f , ilche essendo, due linee rette chindierano superficie laqual cosa e' contra l'ultima petitione. A donque gile necessario che la linea b, c cada precise sopra la e, f per ilche seguita il proposito.



Il Traduttore,

Bisogna notare, che ogni lato d'uno triangolo puo essere detto o basa di quello triangolo.

Theorema.ii. Propositione.v.

5 Li angoli che sono sopra la basa, de ogni triangolo de duoi lati equali, e' necessario esser fra loro equali, & se li duoi lati equali siano protratti direttamente, faranno anchora sotto alla basa duoi angoli li a loro equali.

Sia il triangolo a, b, c delquale il lato a, b sia eguale al lato a, c , dico che l'angolo a, b, c e' eguale all'angolo a, c, b , & s'el sera protratti ouer stongati li detti duoi lati, pontiamo per fina al d & e , fara etiam l'angolo d, b, c eguale all'angolo e, c, b , laqual cosa se approua in questo modo, Protratte che sia li duoi lati a, b & a, c per le terza propositione, faro' la linea a, d eguale alla linea a, e & tiraro' le due linee b, d & c, d & intendero li duoi triangoli a, b, d & a, c, d liquali io approuaro' essere equali, & equilateri, & equiangoli, cioe, che li lati dell'uno son equali alli lati dell'altro, ciã cadauno suo relatiuo, & similmente li angoli. Perche, li duoi lati a, b & a, c del triangolo a, b, c sono equali alli duoi lati a, c & a, d del triangolo a, c, d & l'angolo a e' commune all'un e l'altro: Adonque, per la precedente propositione ne la basa b, d e' eguale alla basa c, d & l'angolo b e' eguale all'angolo d & l'angolo a, b, c e' eguale all'angolo a, c, d . Intendo anchora li duoi triangoli d, b, c & d, c, e liquali similmente approuaro' essere equilateri & equiangoli, Perche li duoi lati d, b & d, c del triangolo d, b, c sono equali alli duoi lati d, c & e, d del triangolo d, c, e & l'angolo d e' eguale all'angolo e . Adonque, per la precedente, la basa dell'un sera eguale alla basa dell'altro, & li altri duoi angoli dell'uno alli altri duoi angoli dell'altro, Adonque l'angolo d, b, c e' equal all'angolo e, c, b & questo e' il se codo proposito, cioe, che li angoli che sono sotto alla basa sono equali, & l'angolo b, c, d e' eguale all'angolo e, c, d . Ma perche tutto l'angolo a, b, c e' eguale all'angolo a, c, d (come di sopra fu approuato) adonque, per la terza concettione,



l'angolo, a, b, a, (residuo) e' eguale all'angolo, a, c, b, (residuo) l'uno e l'altro di quel li e sopra la basa, che e' il primo propolito.

Theorema.iii. Propositione.vi.

Se dai angoli de alcun triangolo faranno equali, etiam li doi lati risguardante quelli angoli, faranno equali.

Questa e' il conuerlo della precedente Inquanto alla prima parte di quella: perche essendo il triangolo, a, b, c, del quale li doi angoli, b, & c, siano equali dico che il lato, a, b, e' eguale al lato, a, c. Perche se non sono equali, per l'aduersario, l'uno di quelli necessaria sia maggior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il lato, a, b, sia maggiore. A dunque del lato, a, b, maggiore ne segaremo vna parte alla equalita del minore, per la terza propositione, talmente che il super suo sia dalla banda verso, a, hor sia refecato in ponto, d, & sia la, b, d, eguale alla, a, c, & sia protratta la linea, e, d. Intendo adunque li doi triangoli, a, b, c, & d, b, c, liquali prouero esser equilateri & equiangoli. Perche li doi lati, d, b, & b, c, del tri angolo, d, b, c, sono equali alli doi lati, a, c, & b, c, del triangolo a, b, c, e l'angolo, b, e' eguale all'angolo, c, totale per il presupposito adonq la basa, d, c, e' eguale alla basa, b, a, & l'angolo, d, c, b, e' eguale all'angolo, a, c, b, cioe la parte e' eguale al tutto, che e' impossibile.

Il Traduttore,

Nota che l'angolo, d, c, b, verria a' esser eguale all'angolo, b, ma perche l'angolo a, c, b, e' etiam lui eguale al detto angolo, b, dal presupposito seguita per comune sententia l'angolo, d, c, b, esser eguale all'angolo, a, c, b, la parte al tutto che, e' impossibile.

Theorema.iiii. Propositione.vii.

Se dalli doi ponti terminanti alcuna linea retta vsciranno due linee rette, lequale concorrino a' uno medesimo ponto e' impossibile dalli medesimi ponti esser dute altre linee eguale alle sue coterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

Si la linea, a, b, dalle estremita dellaquale siano protratte da vna medesima par te due linee rette, lequale concorrino in vno medesimo ponto, come faria la linea a, c, & la b, c, lequale concorrino nel ponto, c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremita due altre linee, lequale concor rino ad altro ponto che nel ponto, c, dimento che quella laquale sera tirata dal pon to, a, sia eguale alla linea, a, o, & quella che sera tirata dal ponto, b, sia eguale alla li nea, b, c, la qual cosa, sel fusse possibile, per l'aduersario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioe verso, c,) lequale concorrino nel ponto, d, & sia la linea, a, d, eguale alla, a, c, e la linea, b, d, eguale alla linea, b, c. Adoque, ouer che'l ponto cade dentro del triangolo, ouer de fora, perche non puo caderne in l'uno & l'altro lato, perche allhora la parte seria eguale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, ouer l'una delle due linee, a, d, & b, d, segara l'una dell'altre due linee, a, c, ouer b, c, ouertamente che ne l'una ne l'altra saranno segate ne dall'una ne dall'altra hor po niamo che l'una delle due seghi l'altra delle altre due, come apparin la prima figura & sia protratta la linea, e, d, adonq pcheli doi lati, a, c, & a, d, del triangolo, a, c, d, sono

sono equali. l'angolo a.c.d. fera equale all'angolo a.d.c. (per la quinta propo-
sitione) similmente perche nel triangolo b.c.d. li doi lati b.c. & b.d. sono egli li
doi angoli b.c.d. & b.d.c. serano similmente equali (per la medema propo-
sitione) & perche l'angolo b.d.c. e maggiore dell'angolo a.d.c. (sua pre) seguita che l'an-
golo b.c.d. sia maggiore dell'angolo a.c.d. donde che la parte seria maggiore del
suo tutto laqual cosa e impossibile. Ma se'l ponto d. cade de fora del triangolo a.b.c.
e. talmente che le linee non si segino come nella secoda figura appare prorato
la linea d.c. & all'ozario le due linee b.d. & b.c. sotto alla basa p. fina a l.f. & a l.e.
& perche le linee a.d. & a.c. son egli li doi angoli a.c.d. & a.d.c. serano equali (per
la quinta) similmente perche la b.c. & la b.d. son equale li angoli che sono so-
to alla basa (li q'li sono c.d.f. & d.c.e.) serano equali (per la secoda parte della me-
dema quinta) adonque perche l'angolo e.c.d. e minor dell'angolo a.c.d. seguita
che l'angolo f.d.c. sia minor dell'angolo a.d.c. laqual cosa e impossibile cioe che l'
tutto sia minor della parte e per il medesimo modo se redua l'aduersario al fa-
conueniente quando che'l ponto d. cade de dentro del triangolo a.b.c.

Theorema.y. Propositione.viii.

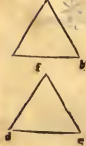
- 8 De ogni doi triangoli delli quali li doi lati di l'uno siano equali alli
8 doi lati dell'altro, & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro,
li angoli contenuti dalli lati equali e necessario esser equali.

Siano li doi triangoli a.b.c.d.e.f. & sia lo lato a.c. equale allo lato d.f. & lo b.c.
equale allo e.f. & la basa a.b. equale alla basa d.e. Dico che l'angolo c.e. e qua-
e all'angolo f.e. l'angolo a. all'angolo d. & l'angolo b. all'angolo e. & per dimo-
strar questo fo ponno mentalmente la basa a.b. sopra la basa d.e. & perche sono
equali nuna di quelle eccedera l'altra (per lo puerfo modo della penultima pottitione adonq
conctione) adonque ouer che il ponto c. cade sopra il ponto f. ouero non ma po-
nendo che il ge cada essendo adonque l'angolo c. sopra posto all'angolo f. le due
linee a.c. & b.c. se conuegnranno sopra alle due d.f. & e.f. per esser egli fra loro
dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima pottitione adonq
perche l'angolo c. non eccede ne riceuto dall'angolo f. sono fra loro equali.
(per la medema pottitione) similmente argurali li altri angoli esser fra loro egua-
li. Ma se'l fusse possibile per l'aduersario che'l ponto c. non cadesse sopra al pon-
to f. ma in altro loco come seria dire nel ponto g. hor perche la linea a.c. (che ve-
ria a esser la g.d.) e equale alla d.f. & la linea b.c. (che veria a esser la e.g.) e equa-
le alla linea e.f. & quelle tirate da vna medesima parte pcorreno in doi diuersi
ponti cioe nel poto g. & nel poto f. laqual cosa e impossibile per la precedente ad-
que per forza el poto c. cadera sopra al ponto f. & l'angolo c. conuegnra sopra
l'angolo f. & similmente li altri doi angoli conuegnranno sopra al suo correspo-
dente adonque seranno equali per la penultima conctione che e'l pposito.

Problema.iiii. propositione.ix.

- 2 Puotemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti equali.

9 Sia el dato angolo che bisogna diuidere l'angolo a.b.c. lo tagliaro dalle due
linee a.b. & b.c. (che conuegnono il detto angolo) le due b.d. & b.e. (per la
terza propositione) fra loro equali, & si produa la linea d.e. sopra di la quale
cittosero il triangolo d.f.e. equilatero (per la prima propositione) & tiraro la li-
nea b.f. hor dico che quella diuide il detto angolo dato in due parti equali, &
per dimostrar questo lo intendo li doi triangoli d.b.f. & e.b.f. & perche li doi
lati b.d. & b.e. del triangolo d.b.f. sono equali alli doi lati b.e. & b.f. del trian-
golo e.b.f. & la basa d.f. alla basa e.f. adonque (per la precedente) l'angolo d.b.f.
e equale all'angolo e.b.f. che e'l pposito.



LIBRO

Il Traduttore,



IN questa si come nella prima, bisogna notar che per diuidere semplicemente il detto angolo a. b. c. in due parti equali, cioè non volendo far la demonstratione di tal operazione non e necessario a disegnare il triangolo. d. f. e. & manco a tirare la linea. d. e. ma basta solamente a trouar il ponto. f. per mezzo della interseccazione delle circonferentie di due cerchi (come sopra la prima propositione fu detto) & dopo di tirare la linea. b. f. & sera esequido tal problema, & così aduertirai nell'altre che seguiano, perche molte cose se fa per poter far la demonstratione,

problema. v. propositione. x.

10 Puotemo diuidere una proposta retta linea in due parti eguale.

Sia la proposta retta linea che e di bisogno diuidere in due parti equali la linea. a. b. sopra di quella costituerò il triangolo. a. b. c. equilatero, & dopo questo diuidero l'angolo c. in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea. c. d. dihor dico che la linea. c. d. diuide la data linea. a. b. in due parti equali in ponto. d. e per dimostrar questo intendo il due triangoli. a. c. d. & b. c. d. & arguisco in questo modo li due lati. a. c. & c. d. del triangolo. a. c. d. son eguali li due lati. b. c. & c. d. del triangolo. b. c. d. e l'angolo. c. dell'uno e equal all'angolo. c. dell'altro adonque (per la quarta) la basa. a. d. sera eguale alla basa. b. d. seguita adonque che la linea. a. b. sia diuisa in due parti equali nel ponto. d. che e il proposito.

Il Traduttore,

Anchora per diuidere semplicemente vna data linea in due parti eguale (poniamo la linea. e. f.) basta a trouare le due opposite interseccazioni (quali sian g. & h.) di due cerchi che occorreno nel formar il triangolo equilatero & la linea. g. h. tirata dall'una interseccazione all'altra fara il proposito.

problema. vi. propositione. xi.

11 Data vna linea retta, da uu poto signato in qlla poteo cauau una pèdicolar sustentata dall'ua e l'altra parte da due angoli eqli e retti.

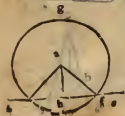
Sia la data retta linea. a. b. nella quale sia dato il poto. c. dalquale sia dibisogno tirar fora vna perpendicular. Adonque volendo esequir tal effetto faccio la linea. b. c. equal alla linea. a. c. & sopra a tutta la. a. b. costituisco il triangolo. a. b. c. equilatero & dopo tiro la linea. c. d. laquale dico esser perpendicular sopra la detta linea. a. b. e per dimostrar tal cosa intendo li due triangoli. a. c. d. & b. c. d. e perche li due lati. a. c. & c. d. del triangolo. a. c. d. son eguali li due lati. b. c. & c. d. del triangolo. b. c. d. & la basa. a. d. alla basa. b. d. adonque (per la ottaua) l'angolo. a. c. d. sera equal all'angolo. b. c. d. per laqual cosa ciascun di loro sera retto (per la ottava diffinitione) & la linea. d. c. sera perpendicular sopra la linea. a. b. che e il proposito.

problema. vii. propositione. xii.

12 Puotemo condurre una perpendicular a una data retta linea de in definita quantita: da uno ponto signato fora di quella.

Sia il ponto. a. signato fora della linea. b. c. dalqual bisogna condurre vna perpendicular alla detta linea. b. c. adonque p esequir tal cosa allongaro la linea. b. c. in l'una e l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto. a. descriverò vn cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea. a. c. in due punti ilqual pongo fia il cerchio. d. e. f. g. ilquale seghi la linea. b. c. nellui poto. d. & f. dopo con igeuerò il ponto. a. con li due punti. d. & f. con le due linee. a. d. & a. f. & dopo diuidero l'angolo. d. a. f. in due parti equali con la linea. a. h. (per la nona propositione) hor dico che la linea. a. h. e perpendicular sopra la linea. b. c. & p dimostrar questo

83



Ho intendo li duoi triangoli a.d.h. & a.f.h. & perche li duoi lati a.d. & a.f. del triangolo a.d.h. sono equali alli duoi lati a.f. & a.h. del triangolo a.f.h. perche le due linee a.d. & a.f. vengono dal centro alla circonferentia, lo lato a.h. e' commune ad ambeduoi, & l'angolo a. dell'uno e' eguale all'angolo a. dell'altro, & per la quarta propositione, la basa d.h. sera eguale alla basa f.h. & l'angolo a.h. d'all'angolo a.h. f. per la qual cosa l'uno & l'altro sera retto, per la ottaua diffinitione, & per la nona, la linea a.h. sera perpendicolare sopra la linea b.c. che e' il pposito,

Theorema. vi. Proposizione. xii.

¹¹ Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta, che stia sopra a' una linea retta, ouero che sono retti, ouero che sono equali a' duoi angoli retti.

Sia che la linea a.b. stia sopra alla linea c.d. dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea a.b. con la linea c.d. ouero che sono ambeduoi retti, ouer che sono equali a' duoi angoli retti, liquali angoli l'uno e' l'angolo a.b.d. & l'altro e' l'angolo a.b.c. & per dimostrar questo arguto' in questo modo. Ouero che la linea a.b. sera perpendicolare sopra la c.d. ouero non se la sera perpendicolare sopra la detta linea c.d. constituera duoi angoli equali retti per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, che e' il primo proposito. Ma se la non sera perpendicolare, ma che quella sia declinante sopra quella, poniamo verfo d. all'hor a la detta linea a.b. constituera duoi angoli, l'uno di quali sera acuto, cioe l'angolo a.b.d. & l'altro sera ottuso, cioe l'angolo a.b.c. hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a' duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto b. condurro la perpendicolare b.e. per l'undecima propositione, sopra la linea c.d. del laquale li duoi angoli e.b.c. & e.b.d. sono retti, per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, adonque perche li duoi angoli d.b.a. & a.b.e. se equaliano all'angolo d.b.e. liqual e' retto, giuntoli anchora l'angolo c.b.e. che e' retto, tutti tre seranno equali a' duoi angoli retti, perche li duoi cioe d.b.a. & a.b.e. sono equali all'angolo c.d.b. che e' retto, il terzo, cioe l'angolo e.b.c. da si e' retto, pero tutti tre sono equali a' duoi retti, ma l'angolo a.b.c. ottuso e' eguale a' duoi di quelli tre angoli, cioe all'angolo c.b.e. che e' retto etiam all'angolo e.b.a. adonque li duoi angoli a.b.c. & a.b.d. sono equali a' duoi angoli retti, che e' il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un ponto, in qual si voglia superficie plana, sempre quello sera eguale a' quattro angoli retti,



Theorema. vii. Proposizione. xiii.

¹⁴ Se da uno ponto de una linea retta usciranno due linee rette in diverse parti, & fara li duoi angoli attorno di se retti, ouero equali a' duoi angoli retti, quelle due linee fra loro sono congiunte direttamente, & sono una sol linea.

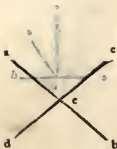
Sia la linea retta a.b. & dal ponto b. vsciano due linee rette in parte opposte, e l'una sia la linea b.c. & dall'altra parte opposta, sia la linea b.d. lequal linee faciano li duoi angoli, liquali son c.b.a. & d.b.a. equali a' duoi angoli retti, hor dico che le due linee c.b. & d.b. sono congiunte direttamente l'una & l'altra & sono vna sol linea, laqual e' la linea c.b.d. & se la non sera una sol linea, per l'auertuario, sia protrata la linea c.b. in continuo & diretto, & per non esser una linea con la linea b.d. transira ouer di sopra della detta linea b.d. come fa la b.f.



ouer di sotto come fa la, b, e. Adonq perche sopra della linea, e, b, f, gli cade la linea, a, b, li duoi angoli, a, b, e, & a, b, f, per la precedente seran equali a duoi angoli retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petizione, anchora li duoi angoli, e, b, a, & d, b, a, son equali a duoi angoli retti, dal presupposto, pilche li duoi angoli, a, b, e, & a, b, f, seran equali alli duoi angoli, e, b, a, & d, b, a, adonq cauando comunemente l'angolo, e, b, a, li duoi rimanenti, per la terza cõ cettione, seranno fra loro equali, cioe l'angolo, d, b, a, seria equal all'angolo, f, b, a, laqual cosa e' impossibile che la parte sia equal al tutto, & per la medesima via tu approuerai, la linea, c, b, protratta per fina in, e, che l'angolo, a, b, d, sera equal all'angolo, a, b, e, che e' pur impossibile, per laqualcosa sera confitretto l'auerliario a confirmare che protratta la linea, e, b, caderà precise in la linea, b, d, & la linea c, b, d, esser una sol linea, e non due, che e' il proposito.

Theorema.viii. Propositione. xvi.

¹⁶ Tutti li angoli contraposti de ogni due linee rette che si seghino, fra loro son equali, Perilche eglie manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.



Siano le due linee rette, ab, & c, d, le quali se seghino fra loro in ponto, e. Dico che l'angolo, d, e, b, e equal all'angolo, a, e, c, & l'angolo, b, e, c, e equal all'angolo, d, e, a, pche li duoi angoli, a, e, c, & e, c, b, sono equali a duoi angoli retti, per la terzadecima propositione, & similmente li duoi angoli, e, b, c, & d, e, b, sono pur equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. Adonque li duoi angoli, a, e, c, & e, c, b, sono equali alli duoi angoli, e, c, b, & b, e, d, pche così li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti: hora se comunamente leuaremo, così alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo, e, c, b, li duoi rimanenti, che son li duoi angoli, a, e, c, & b, e, d, seranno fra loro equali, per la terzadecima cõ cettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo, c, e, b, esser equal all'angolo, d, e, a, che e' il proposito.

Theorema.ix. Propositione. xvi.

¹⁶ Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo qual ne pa re, quel fara l'angolo estrinco maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinco del triangolo a se opposto.



Sia che'l triangolo, a, b, c, sia protratto el lato, a, b, per fina in, d. Dico che l'angolo, d, b, e, e maggiore dell'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui opposti, delliquali l'un e l'angolo, b, a, c, e l'altro e l'angolo, b, c, a, & per dimostrar questo lo dividerò el lato, c, b, in due parti equali, per la dottrina della decima, in ponto, e, & protraro la linea, a, e, per fin al ponto, f, talmente che la, f, e, c, sia equal alla, a, e, poi tiraro la linea, f, b, e fatto questo lo intendo li duoi triangoli, e, c, a, & b, e, f, & perche li duoi lati, a, e, & e, c, del triangolo, a, e, c, sono equali alli duoi lati, f, e, & e, b, del triangolo, f, e, b, & l'angolo, e, dell'uno e' equal all'angolo, e, dell'altro, per la precedente propositione, perche sotto angoli contraposti, & per la quarta propositione, l'angolo, e, c, a, sera equal all'angolo, e, b, f, e per tanto l'angolo, e, b, d, qual e' maggiore dell'angolo, e, b, f, sua parte, sera etiam maggiore dell'angolo, a, c, e, per esser la, a, e, e equal al, e, b, f, sua parte, & così hauemo dimostrarlo come l'angolo, e, b, d, de fuora del triangolo e maggiore dell'angolo, a, c, b, di dentro del triangolo a lui opposto. Similmente anchora

anchora se approua che la e e' maggior dell'angolo a, b . Perche diuidero il lato a, b in due parti eguale nel ponto g , per la decima propositione, & protratto la linea c, g , per fin in h , talmente che la g, h sia eguale alla g, e , per la terza propositione, dapoí protratto la h, b, k , poi intend o li duoi triangoli a, c, g , & g, b, h , che li duoi lati a, g , & g, b , del triangolo a, g, c , sono equali alli duoi lati g, b , & g, h , del triangolo g, b, h , & l'angolo g , dell'uno e' eguale all'angolo g , dell'altro, per la quindacima propositione, & per la quarta propositione, l'angolo g, a, c e' eguale all'angolo g, b, h , hor perche l'angolo K, b, d e' eguale all'angolo contraposto g, b, h , per la quindacima propositione, sera etiam eguale all'angolo c, a, g , per la prima coniectione, & perche l'angolo c, b, d e' maggiore dell'angolo K, b, d , sua parte, sera etiam maggiore dell'angolo g, a, c , a' quello eguale, che e' il proposito.

Il Traduttore.

Bisogna aduertir che la linea h, b , protratta verso f , de necessita passa sopra alla linea b, f , perche la linea b, k , non se discerne dalla linea b, d , per essere in quella medesima.

Theorema. x. Propositione. xvii.

17 Duoi angoli di' ogni triangolo (colti come si uoglia) sono minori
17 de duoi angoli retti.

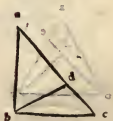
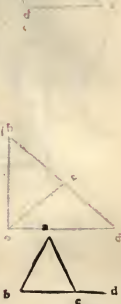
Si il triangolo a, b, c . Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori de duoi angoli retti, pche essendo perato vn lato di quello, come seria il lato b, c , per fin a d , per la precedente, l'angolo c , estrinseco seria maggiore del a , etiam maggiore dell'angolo b , ma l'angolo b , estrinseco insieme con l'angolo c , intrinseco sono equali a duoi angoli retti, per la tertiadecima. Adonque li duoi angoli b , & c , intrinseci seranno minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo a , insieme con l'angolo c , (intrinseco) seranno pur minori di duoi angoli retti, pche all'angolo c , intrinseco volendo equatiare a duoi angoli retti bisogna a compagnarlo con vn'altro angolo che fusse eguale all'angolo a, c, d , estrinseco, dilche alcun di quelli duoi intrinseci (a lui oppositi) cioe a , & b , non sono sufficienti, per esser ciascun di lor minori del detto angolo a, c, d , estrinseco. Similmente sel sera protratto il lato b, a , per il medesimo modo el si approuera che li duoi angoli a , & b , sono minori de duoi angoli retti, che e' il proposito.

Theorema. xi. Propositione. xviii.

18 Il lato piu longo de ogni triangolo e' opposto al maggior angolo.
18

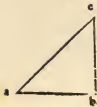
Si come in lo triangolo a, b, c , il quale ha il lato a, c , maggiore del lato a, b . Dico che l'angolo a, b, c e' maggiore dell'angolo b, c, a . Perche il lato a, c e' maggiore del lato a, b , della parte verso a , ne segaremo vna parte eguale al a, b , per la terza propositione, qual sia la a, d , & prodotto la linea b, d , (per la prima petitione) Ma perche l'angolo a, d, b , estrinseco del triangolo b, d, c , per la sextadecima propositione, e' maggior dell'angolo b, c, d , intrinseco a lui opposito, & l'angolo a, d, b e' eguale all'angolo a, b, d , per la quinta propositione, perche il lato a, d fu posto eguale al lato a, b . Adonque l'angolo a, b, d sera anchora lui maggiore del detto angolo c, d, b , che se l'angolo a, b, d (per se solo) e' maggiore del c , molto piu tutto l'angolo a, b, c , sera maggiore del detto angolo c , che e' il nostro proposito. Anchora, perche il lato a, b , e' maggiore del lato b, c , per lo modo dato di sopra, se potra guar che l'angolo b, c, a e' maggior dell'angolo b, a, c .

C IIII



Theorema.xii. Propositione.xix.

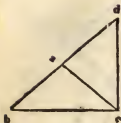
¹⁹ Il maggior angolo de ogni triangolo, e opposto al piu longo lato.



¹⁹ Sia il triangolo, a, b, c, hauente l'angolo, a, b, c, maggior dell'angolo, b, c, a, e, di co che il lato, a, c, e' maggior del lato, a, b. Per che se l' detto lato, a, c, non e' maggior del lato, a, b, per l'aueriario, l'e' necessario che l' sia adunque ouer equal a lui ouer minor di lui, se e' eguale a lui, l'angolo, a, c, b, seria eguale all'angolo, c, b, a, per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, il qual fu che l'angolo, a, b, c, fusse maggior dell'angolo, b, c, a. Adunque lo lato, a, c, non puo esser eguale al lato, a, b. Dico anchora che l' non puo esser minore, perche se l' lato, a, c, fusse minore del lato, a, b, l'angolo, a, b, c, seria minor dell'angolo, a, c, b, (per la precedente): che seria molto contrario al nostro presupposito, il qual fu che l'angolo, a, b, c, fusse maggiore dell'angolo, a, c, b. Adunque el lato, a, c, non puo esser ne eguale ne minore del lato, a, b, l'e' necessario che l' sia maggiore, che e' il presupposito.

Theorema.xiii. Propositione.xx.

²⁰ Duoi lati di ogni triangolo (colti come si uo'glia) giunti insieme sono piu lunghi del restante lato.



²⁰ Sia il triangolo, a, b, c. Dico che li duoi lati, a, b, & a, c, giunti insieme sono piu lunghi del lato, b, c, & per dimostrar questo, sia protratto la linea, b, a, per huiusmodi talmente che la, a, d, sia eguale alla, a, c, poi sia tirata la linea, c, d. Et per la quinta, l'angolo, a, c, d, sera eguale all'angolo, d, & perche tutto l'angolo, b, c, d, e' maggiore dell'angolo, a, c, d, (sua parte) sera etiam maggiore dell'angolo, d, adunque, per la decimona propositione, il lato, b, d, sera maggiore del lato, b, c. Ma il lato, b, d, e' eguale alli duoi lati, a, b, & a, c, per la qual cosa li duoi lati, a, b, & a, c, giunti insieme sono maggiori del lato, b, c, che e' il presupposito.

Theorema.xiiii. Propositione.xxi.

²¹ Se dalli duoi ponti terminati un lato d'un triangolo usciranno due linee rette, & che quelle si congiungano in un punto che sia dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamete serano piu breue delle altre due linee del triangolo, e pteniranno maggior angolo.



²¹ Sia come in questo triangolo, a, b, c, che dalle due estremita del lato, b, c, usciranno le due linee, b, d, & c, e, le quali concorrano de dentro del triangolo a, b, c, nel punto, d, dico che le dette due linee, b, d, & c, e, insieme giunti sono piu corte che le due linee, b, a, & c, a, (lati del triangolo, a, b, c) insieme giunti. Et che l'angolo, b, d, c, contenuto da quelle e' maggiore dell'angolo, b, a, c, conte into dalli predetti duoi lati, & per dimostrare questo siogato il lato, b, d, per fin che s'eghi il lato, a, c, in punto, e, hor dico che li duo lati, a, b, & a, e, del triangolo, a, b, c, giunti insieme sono maggiori del lato, b, e, per la vigesima propositione, & giungendoli egualmente la parte, ouero linea, e, c, li duoi lati, a, b, & a, c, seranno maggiori insieme giunti delli duoi lati, b, e, & e, c, (per la quinta concettione) la qual cosa serba in mente, poi perche li duoi lati, d, e, & e, c, del triangolo, c, d, e, giunti insieme sono maggiori del lato, d, c, (per la medesima vigesima propositione) giungendoli comunemente la linea, d, b, li duoi lati, b, e, & e, c, seranno anchora maggiori delli duoi lati, b, d, & d, c, per la quinta concettione. donde se li duoi lati, b, e, & e, c, sono maggiori delle due linee protratte, b, d, & d, c, & che li duoi lati, a, b, & a, c, sono maggiori delli detti duoi lati, b, e, & e, c, come di sopra fu ap

prouato

prouato, quando diſſi, ſerba in mente) tanto maggiormente ſeranno maggiori delle dette due linee protratte. b.d.&.d.c. che e' il propoſito. Ma perche l'angolo. b.d.c.e' maggiore dell'angolo. d.e.c. (per la ſettadecima propoſitione) & l'angolo. d.e.c. per la medefima decimaſetta propoſitione, e' maggior dell'angolo. e.a.b. adonque molto maggior ſera l'angolo. b.d.c. del ditto angolo. b.a.c. che e' il ſecondo propoſito.

Problema.viii. Propoſitione.xxii.

- zz Propoſte tre linee rette, dellequali le due, quale ſi uogliono, giunte
zz inſieme ſieno piu lunghe dell'altra, puotemo, con altre tre linee, a quelle eguale conſtituire un triangolo.

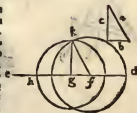
Siano le tre propoſte linee. a.b.c. lequale ſiano coſi conditionate, che due, quale ſi voglia di quelle, giunte inſieme ſiano maggiore dell'altra, perche altramente non ſe potria di tre eguale a quelle conſtituirtriangolo (per la vigeſima propoſitione). Adonque quando vorro conſtituir vn triangolo di tre linee eguale alle tre predette, faccio la linea. d.e. allaquale dalla parte. e. non gli pono fin determinato, & dalla parte del. d. ne ſego la parte. d.f. eguale alla linea. c. (per la ſetta propoſitione) & f. g. equal al. b. & g. h. equal al. a. & fatto il ponto. f. centro, deſcriuo il cerchio. d.i. ſecondo la quantita. i. d. & ſimilmente fatto. g. centro deſcriuo il cerchio. h.k. liquali duoi cerchi ſe interſegono in duoi ponti, l'uno di quelli e' il ponto. k. altramente ſeguiria che l'una delle tre linee ſeria maggiore, ouer eguale alle altre due giunte, che ſeria contra il preſuppoſito. hor dal ponto k. tiro la linea. k.f. & la linea. k.g. & ſera conſtituido il triangolo. k.f.g. de tre linee eguale alle tre propoſte. a.b.c. perche le due linee. f.d. & f.k. ſono eguale, perche ambedue vanno dal centro alla circonſerentia del cerchio. d.k. e perche la linea. a.c.e' eguale alla. d.f. per la prima conſtructione, ſera etiam eguale alla. f.k. lato del triangolo, ſimilmente g.h. & g.k. ſono eguale, perche vanno dal centro alla circonſerentia del cerchio. h.k. & g.h. ſe poſto eguale alla linea. a. adonque g.k. ſera eguale alla linea. a. per la detta prima commune ſententia, ouero conſtructione, & perche. f.g. fu tolto eguale alla linea. b. adonque li tre lati del triangolo. f.g.k. ſono equali alle tre date linee. a.b.c. che e' il propoſito.



Problema.ix. Propoſitione.xxiii.

- z1 Data una linea retta, ſopra un termine di quella, potemo deſignare
z3 un angolo rettilineo eguale a qualunque angolo rettilineo ppoſto.

Sia data la linea. f.e. che e' in la figura ſuperiore, & ſiano le due linee che conſtengono il dato angolo. a.&.b. ſotto alqual angolo tiraro la baſa. c. deſiderando di fare ſopra il ponto. f. della linea. c.f. vno angolo eguale all'angolo dato. Agiongo alla linea. c.f. la linea. f.d. eguale alla. a. & dalla linea. f.e. ſego, ouer aſſegno. f.g. eguale alla. b. & dalla. g.e. aſſegno etiam la. g.h. eguale alla baſa. c. & ſopra li duoi ponti. f. & g. deſcriuo li duoi cerchi. d.k. & k.h. ſecondo la quantita delle due linee. f.d. & g.h. liquali ſe interſeghano ſra loro in ponto. k. ſi come moſtra la precedente, & dute le linee. k.f. & k.g. ſeranno li duoi lati. k.f. & f.g. del triangolo. k.f.g. equali alli duoi lati. a. & b. del triangolo. a.b.c. & la baſa. g.k. eſ eguale alla baſa. c. Adonque, per la octaua l'angolo. k.f.g. ſera eguale all'angolo contenuto dalle due linee. a. & b. che e' il propoſito.



Theorema.xy. Propoſitione.xxiiii.

- z4 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno ſaranno equali
z4 alli duoi lati dell'altro, ſe l'uno di duoi angoli contenuti ſotto di

quelli lati equali, s'era maggiore dell'altro, Anchora la bafa del me-
desimo s'era maggiore della bafa dell'altro.

Stano li duoi triangoli. a. b. c. & d. e. f. & siano li duoi lati. a. b. & a. c. equali alli
duoi lati. d. e. & d. f. cioe ciascun al suo relatiuo. a. b. al d. e. & a. c. al d. f. & fia l'an-
golo. a. maggior dell'angolo. e. d. f. Dico che la bafa. b. c. s'era maggiore della bafa
e. f. & per dimostrar questo faro l'angolo. e. d. g. per la dottrina della precedente,
eguale all'angolo. a. (delqual l'angolo. e. d. f. vera a' esser sua parte, & esser minor
di lui) & ponero. d. g. equal al. a. c. ouer. d. f. & tiraro la linea. e. g. laqual trassira di so-
pra della linea. e. f. legando la linea. d. f. ouer sopra la medema linea. e. f. faccdo co
quella vna medesima linea, ouer di sotto di quella, hor poniamo prima mète che
la trassira di sopra la. e. f. legando la linea. d. f. (come appar nella prima figura) ti-
raro la linea. f. g. & s'era costituito il triangolo. d. f. g. de duoi lati equali, pche ciascun
di quelli e equal al lato. a. c. dilche l'angolo. d. f. g. s'era eguale all'angolo. d. g. f. p la
quinta ppositione, laqualcosa l'angolo. d. f. g. s'era maggior dell'angolo. e. g. f. parte
dell'angolo. d. g. f. a lui eguale, delche se l'angolo. d. f. g. da si e' maggior dell'an-
golo. e. g. f. molto piu maggior s'era tutto l'angolo. e. f. g. del ditto angolo. e. g. f. dō
de seguita che l'angolo. e. g. f. sia maggior del lato. e. f. per la decimanoa ppositione,
hor dico che'l lato. e. g. si e' eguale alla bafa. b. c. perche li duoi lati. a. b. & a. c. del
triangolo. a. b. c. sono equali alli duoi lati. d. e. & d. g. del triangolo. d. e. g. & l'an-
golo. e. d. g. posto eguale all'angolo. b. a. c. onde, per la quarta ppositione, la
bafa. e. g. s'era eguale alla bafa. b. c. per laqualcosa se la. e. g. e' maggiore alla. e. f.
etiam la. b. c. a' quella eguale, s'era maggiore della detta. d. f. che e' il proposito.
Ma se la. e. g. trassira sopra la medesima linea. e. f. (come in questa altra figura appare)
figura appare) se siano insieme vna medesima linea allhora la. e. f. s'era parte della
e. g. adonque, per la vltima concettione, la. e. f. s'era minor del. d. g. che e' il propo-
sito. Ma se la. e. g. trassira di sotto della. e. f. (come in questa altra figura appare)
siano s'ongate le due linee. d. f. & d. g. (lequali sono eguale) fina in. K. & h. & per
la seconda parte della quinta ppositione, li duoi angoli che sono sotto alla ba-
sa. f. g. s'eranno equali, cioe lo angolo. K. f. g. s'era eguale all'angolo. f. g. h. delche
tutto l'angolo. e. f. g. s'era maggior del ditto angolo. f. g. h. ma se l'angolo. e. f. g. e'
maggior del ditto. f. g. h. molto piu maggior s'era lo angolo. f. g. e. parte di
quello, adonque, per la nona ppositione, il lato. e. g. s'era maggior del lato. e. f.
& per consequens. b. c. s'era maggior de. e. f. che e' il proposito. Questo vltimo me-
bro si puoteua anchora prouare per la vigesima prima, perche per quella in la
dispositione della terza figura, le due linee. d. g. & e. g. s'eranno maggiore delle
due linee. d. f. & f. e. & perche la. d. g. e' eguale alla. d. f. (per questo che ambedue
sono equali alla. a. c.) s'era la. g. e. maggiore della. e. f. per laqualcosa etiam la. b. c.
s'era maggiore della medesima. e. f. che e' il proposito, tamen e' meglio dimostrar
per il primo modo, accioche in ogni dispositione sia arguto per la quinta.

Theorema. xvi. Propositione. xxy.

D'ogni duoi triangoli, diquali li duoi lati dell'un siano equali alli duoi
lati dell'altro, & che la bafa dell'uno sia maggiore della bafa dell'al-
tro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto tri-
angolo (che ha la bafa maggiore) s'era maggior dell'angolo dell'al-
tro triangolo contenuto della medesimi lati.

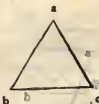
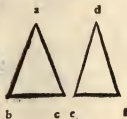
Stano li duoi triangoli. a. b. c. & d. e. f. & siano li duoi lati. a. b. & a. c. del primo equali
alli duoi lati. d. e. & d. f. del secondo, cioe ciascuno al suo relatiuo, & sia la bafa. b. c.
maggiore della bafa. e. f. dico che lo angolo. a. s'era maggior dell'angolo. d. questa e' il
conuerso della precedente, laqual cosa se dimostrate in questo modo. se l'angolo. a. non e' maggiore, per l'ad-
uersario

uerfario, dell'angolo. d. f. era adonque eguale, ouer minor di lui, eguale non puo effere, perche fe così fuſſe, per la quarta, la baſa. b. c. ſeria eguale alla baſa. e. f. che ſeria contra il preſuppoſito. Ma dico che anchora ei non puo effere minore, per che ſe l'angolo. a. fuſſe minore dell'angolo. d. la baſa. b. c. ſeria, per la precedente, te, minor della baſa. e. f. che ſeria molto contra il preſuppoſito, adonque non poſſendo l'angolo. a. eſſer ne eguale ne minor dell'angolo. d. gli e neceſſario che ſia maggiore, che e' il propoſito.

Theorema. xvii. Propositione. xxvi.

16 De ogni duoi triangoli di quali li duoi angoli di l'uno ſeranno equa
16 li a' duoi angoli di l'altro ciaſcuno al ſuo relatiuo, anchora che un lato dell'uno ſia eguale a' un lato dell'altra, o' ſia quel tal lato fra li duoi angoli equali oueramente oppoſito a' uno di quelli, anchora li duoi reſtanti lati di l'uno ſeranno equali alli duoi reſtanti lati dell'altro, ciaſcuno al ſuo riſguardante, ouer relatiuo, & ſimilmente l'altro angolo di l'uno ſera eguale a' l'altro angolo dell'altro.

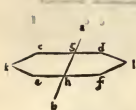
S'iano li duoi triangoli. a. b. c. & d. e. f. ſia l'angolo. b. eguale all'angolo. e. & l'angolo. c. equal all'angolo. f. & ſia el lato. b. c. eguale al lato. e. f. ouer l'uno dell'altri duoi lati. a. b. & a. c. ſia eguale a' vno dell'altri duoi lati. d. e. & d. f. cioe vno di loro al ſuo relatiuo, cioe che a. b. ſia eguale al d. e. ouer a. c. al d. f. Diſco che li altri duoi lati dell'uno ſera eguale alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno ſera equal all'altro angolo dell'altro, cioe l'angolo. a. ſera eguale all'angolo. d. Ponero adonque primamente che lo lato. b. c. ſopra del quale giace no li duoi angoli. b. c. ſia eguale al lato. e. f. ſopra di quale giace no li duoi angoli. e. f. li quali ſono ſtati poſti equali alli altri duoi angoli. b. c. hor dico che l'angolo. a. ſera eguale al lato. d. e. il lato. a. c. al lato. d. f. & l'angolo. a. all'angolo. d. Perche, ſe poſſibile ſia per l'aduerſario, che l'angolo. a. b. non ſia eguale al lato. d. e. l'uno di quelli ſera adonque maggiore, hor poniamo che l'angolo. d. e. ſia maggiore del lato. a. b. io ſegaro del lato. d. e. la parte. g. e. equali al lato. a. b. per la terza propoſitione, & produro la linea. g. f. li duoi lati adonque. e. g. & e. f. del triangolo. c. g. f. ſono equali duoi lati. a. b. & b. c. del triangolo. a. b. c. & l'angolo. a. b. c. e' eguale all'angolo. g. e. f. dal proſuppoſito, per la qualcoſa l'angolo. g. ſera eguale all'angolo. a. c. b. per la quarta propoſitione, & perche l'angolo. d. e. f. e' anchora lui eguale al ditto angolo. a. c. b. dal proſuppoſito per la prima coniectione, ſera etiam eguale all'angolo. g. e. f. ſua parte, che e' impoſſibile, per l'ultima coniectione, adonq. d. e. ſera eguale al. a. b. per la quarta propoſitione, il lato. d. f. ſera etiam eguale al lato. a. c. & l'angolo. d. all'angolo. a. ſera eguale, che e' il primo membro della diuiſion propoſita, ſia anchora li duoi angoli. b. & c. equali alli duoi angoli. e. & f. come prima, & ſia lo lato. a. b. il quale e' oppoſito all'angolo. c. eguale al lato. d. e. il quale e' oppoſito all'angolo. f. il quale e' poſto eguale all'angolo. c. dico che lo lato. b. c. ſera equal al lato. e. f. & il lato. a. c. al lato. d. f. & l'angolo. a. all'angolo. d. & ſe l'angolo. a. fuſſe eguale al lato. b. c. per l'aduerſario l'uno di loro ſera. maggior dell'altro. ſia adonque. e. f. maggior del b. c. e per tanto ponero. e. h. eguale al. b. c. per la terza propoſitione, & produro la linea. d. h. & ſera conſtituido il triangolo. d. e. h. che li duoi lati. d. e. & e. h. ſon equali alli duoi lati. d. e. & b. c. del triangolo. a. b. c. & l'angolo. e. h. e' eguale all'angolo. b. dal preſuppoſito, di che l'angolo. e. h. d. ſera eguale all'angolo. b. c. a. per la quarta propoſitione, & l'angolo. f. per eſſer eguale anchora all'angolo. c. ſera etiam eguale all'angolo. e. h. d. per la prima coniectione, la qual coſa e' impoſſibile, per la ſettadeſima propoſitione, che l'angolo. e. h. d. eſtrinfico del triangolo. d. h. f. ſia eguale all'angolo. h. f. d. intrinfico, & oppoſito, adonque il lato. e. f. ſera eguale al lato. b. c. & ſimilmente, per la quarta propoſitione,



Il lato, d, f, al lato, a, c, fera equale, & l'angolo, e, d, f, all'angolo, b, a, c, che e' il fecondo membro della propofita diuifione, di che tutto il propofito fera manifefto.

Theorema. xviii. Propofitione. xxvii.

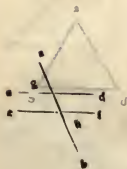
- 27 Se una linea retta cadera fopra a' due linee rette, & faccia li duoi angoli coalterni fra loro equali, quelle due linee faranno equidiftante.



Sia come e' la linea, a, b, la qual cade fopra le due linee, c, d, & e, f, & fega la linea c, d, in ponto, g, & la linea, e, f, in ponto, h, & fia l'angolo, d, g, h, equale all'angolo, e, h, g. Dico che le dette due linee, c, d, & e, f, sono equidiftante, ma fe poſſibil e', per lo aduerſario, che non ſiano equidiftante, poniamo che prouate dalla parte, c, e, concorrono nel ponto, k, ouero dalla parte, d, f, nel ponto, l, & ſia pur come ſi voglia, che accadera lo impoſſibile, per la decimaſeſta propoſitione, per che l'angolo eſtrinfeco ſeria equale allo intrinfeco, & oppoſito, perche uno deſti detti angoli alterni, liquali ſono poſti equali, ſera lo eſtrinfeco, & l'altro ſera lo intrinfeco, perche concorrendo le due linee, d, e, & e, f, in ponto, k, ſeria formato vno triangolo, che ſeria, g, h, k, & ſeria predoſto il lato, k, g, ſina in, d, facendo l'angolo, h, g, d, eſtrinfeco, il quale e' poſto equale all'angolo, e, h, g, intrinfeco, & oppoſito, laqual coſa e' impoſſibile per la ſopralegata propoſitione, perche l'e' impoſſibile che le due linee, prouate da qual parte ſi voglia, concorrono, ſaranno equidiftante per la uigeſimaſeconda diſtinitione, che e' il propoſito.

Theorema. xix. Propofitione. xxviii.

- 28 Se una linea retta uegnera fopra a' due linee rette, e che l'angolo intrinfeco cauſato da quella ſia equale all'angolo eſtrinfeco a' ſe oppoſito, ouer che li duoi angoli intrinfeci da una medefima parte ſiano equali a' duoi angoli retti, quelle due linee faranno equidiftante.



Sia come la linea, a, b, la qual ſega le due linee, c, d, & e, f, nelli duoi ponti, g, h, & ſia l'angolo, g, eſtrinfeco equale all'angolo, h, intrinfeco, dalla medefima parte uerſo, d, f, ouer che li duoi angoli, g, & h, intrinfeci, tolti dalla medefima parte, ſiano equali a' duoi angoli retti. Dico che le due linee, c, d, & e, f, ſono equidiftante, hor ſia primamente l'angolo, d, g, a, equale all'angolo, f, h, g, & perche l'angolo, e, g, h, per la quinea decima propoſitione ſera anchora lui equale all'angolo, d, g, a, per la prima concettione, ſera etiam equale all'angolo, g, h, f, per la qual coſa la linea, c, d, e' equidiftante alla linea, e, f, per la precedente propoſitione, per che li angoli, g, h, f, & c, g, h, alterni ſono equali. Anchora ſiano li duoi angoli, d, g, h, & f, h, g, equali a' duoi angoli retti, & perche li duoi angoli, d, g, h, & c, g, h, ſimilmente ſono equali a' duoi angoli retti, per la tertia decima propoſitione, l'angolo, e, g, h, ſera equale all'angolo, f, h, g, per laqual coſa le dette due linee, c, d, & e, f, per la detta propoſitione precedente, ſaranno equidiftante, che e' il propoſito.

Theorema. xx. Propofitione. xxx.

- 29 Se una linea retta cadera fopra a' due linee equidiftante, li duoi angoli coalterni ſaranno equali, & l'angolo eſtrinfeco ſera equale allo angolo intrinfeco a' ſe oppoſito, e ſimilmente li duoi angoli intrinfeci conſtituiti dall'una e l'altra parte ſaranno equali a' duoi angoli retti.

Siano le due linee, a, b, & c, d, equidiftante, fopra lequale cade la linea, e, f, ſe gado quelle nelli duoi ponti, g, h, dico che li duoi angoli, g, h, coalterni ſono equali.

quali, & che l'angolo, g, estrinſico ſi e uguale all'angolo, h, intrinſico a ſe oppoſito tolto dalla medefima parte, che li doi angoli, g, h, intrinſici tolti da vna medefima parte ſono equali, a doi angoli retti. & quella e il conuerſo delle due precedenti, hor per dimoſtrar che l'angolo, b, g, h, e uguale all'angolo, c, h, g, procederemo coſi, ſe l'angolo, b, g, h, non e equal all'angolo, c, h, g, l'uno de queſti ſera maggiore, ſia adonq maggiore lo angolo, c, h, g, & perche li doi angoli, c, h, g, h, g, h, d ſono equali a doi angoli retti per la .13. propoſitione, & perche l'angolo b, g, h, e minor del ditto angolo c, h, g, ponédolo con lo angolo, d, h, g, in ſuma ſeranno minori de doi angoli retti, adonq ſe le dette due linee, a, b, &, c, d, ſeranno pitate dalla parte del b, d, g, correranno ad alcuno ponto (per la quarta petitione) come ſera al pto, K, a donque non ſeriano equidiftante (per la vigefima ſeconda diffinitione) che e cōtra il propoſito, & perche queſto e impoſſibile, ſerāno a donq li doi angoli, b, g, h, & c, h, g, coalterni equali che e il primo propoſito, & cō queſto ſi manifeſta anchora il ſecondo; perche l'angolo, b, g, h, ſi e uguale all'angolo, a, g, e, (per la quinta de cima) adonq (per la prima conceſſione) l'angolo, a, g, e, ſera etiam uguale all'angolo, c, h, g, cioe lo eſtrinſico ſera uguale allo intrinſico a ſe oppoſito, che e il ſecondo propoſito, dal qual ſimilmente ſi manifeſta il terzo, perche li doi angoli, a, g, e, & c, h, g, ſono equali, dandoli cōmunamente l'angolo, a, g, h, la ſuma ſera anchora uguale, dilche li doi angoli, c, h, g, & a, g, h, ſono equali alli doi angoli, a, g, h, & a, g, e, & perche li doi angoli, a, g, e, & a, g, h, (per la .13.) ſono equali a doi angoli retti, adonq li doi angoli, a, g, h, & c, h, g, ſerāno equali a doi angoli retti, che ſono li doi angoli intrinſici tolti dalla medefima parte verſo, e, a, che e il terzo propoſito.

Theorema. xxi. propoſitione. xxxi

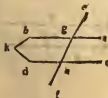
30 Se due linee rette ſeranno equidiftante a una medema linea, queſte medefime ſeranno fra loro equidiftante.

Siano le due linee, a, b, & c, d, delle quale l'una & l'altra ſiano equidiftante alla linea, e, f. Dico che queſte due linee, cioe la, a, b, & c, d, ſono fra loro equidiftante. Et queſto e vero vniuerſalmente, ſiano ſe dette linee, a, b, & c, d, in una medema ſuperficie con la medefima linea, e, f, oueramente nō (tamen in queſto loco non ſe intende altramente, ſe non ſecondo che tutte ſiano in vna ſuperficie, & di queſte che ſono in diuerſe ſuperficie, ſi approua nella nona propoſitione del .11., che ſono equidiftante) hor adonq ſiano tutte tre in una ſuperficie lo tiraro la linea, g, h, ſegando le dette tre linee nelli tre ponti, K, l, m, & perche la, a, b, e equidiftante alla, e, f, l'angolo, a, K, l, ſi e uguale all'angolo, K, l, f, (per la prima parte della precedente pche ſono coalterni) & pche la, c, d, e etiam equidiftante alla, e, f, l'angolo, f, l, K, (eſtrinſico) ſera uguale all'angolo, l, m, d, (intrinſico a ſe oppoſito, per la ſeconda parte della precedente) dilche ſe li doi angoli, l, m, d, & a, K, l, ciaſcun e uguale all'angolo, K, l, f, (per la prima petitione) ſerāno etiam fra loro equali, per laqualcoſa ſe l'angolo, a, K, l, e egli all'angolo, l, m, d, le dette due linee, a, b, & c, d, ſono equidiftante (per la vigefima ſettima propoſitione) perche li doi angoli ſono coalterni, che e il propoſito.

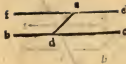
Problema. x. Propoſitione. xxxii

31 Da uno ponto dato fora di una propoſta retta linea potremo conſtrurre una linea retta equidiftante a quella linea propoſta.

Sia il ponto, a, dato de fora della linea, b, c, dal quale biſogno tirare vna linea equidiftante alla linea, b, c, tiro la linea, a, d, ciaſcuna come ſi uoglia conſtr.



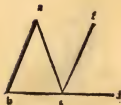
LIBRO



linea, b.c. costituendo l'angolo, a.d.c. & l'angolo, a.d.b. Et sopra el ponto, a, costituerò (per la dottrina della vigesima terza propositione) l'angolo, e.a.d. eguale all'angolo, a.d.b. ouer l'angolo, f.a.d. eguale all'angolo, a.d.c. (che da ora quel medesimo): perche li detti angoli sono coalterni, la linea, f. e, sera equidistante alla linea, b.c. (per la vigesima settima propositione) che e il proposito.

Theorema, xxii. Propositione, xxxii.

¹ L'angolo, estrinseco di ogni triangolo: d'un lato prodotto, e equa,
² le alli duoi intrinseci allui oppositi, Et tutti li tre angoli intrinseci di quello e necessario esser equali a duoi angoli retti.



Si a el triangolo, a, b, c, se sia alongato el lato, b.c. fina in d, dico che l'angolo, s.a.c.d. estrinseco si e eguale alli duoi angoli, a. & b. intrinseci oppositi a se, in sieme giunti, & che li tre angoli, a, b, c. del ditto triangolo, a, b, c. in sieme giunti sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo dal ponto, c. tiraro (per la dottrina della precedente) la linea, c. f. equidistante alla linea, a, b. & l'angolo, f.c.a. sera eguale all'angolo, a. (per la prima parte della vigesima nona) perche sono coalterni, & l'angolo, f.c.d. estrinseco si e eguale all'angolo, b. intrinseco (per la seconda parte della medesima vigesima nona propositione) per la qual cosa tutto l'angolo, a.c.d. estrinseco si e eguale alli duoi angoli, a. & b. intrinseci a lui oppositi che e uostro primo proposito, & perche li duoi angoli, a. c. b. & a. c. d. sono equali a duoi angoli retti (per la terzadecima propositione) adonque li tre angoli, a, b, & c. intrinseci del triangolo seranno equali a duoi angoli retti che e il secondo proposito, & notache per questa propositione e manifesto che tutti li angoli de ogni figura moliangola colti in sieme sono equali a tanti angoli retti quanto e el numero chella e distante dalla prima, dista eto verbi gratia delle figure moliangole, ouero poligonie la prima de tutte si e el triangolo, perche non si puo formar figura de rette linee de mancho de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo costituire figura superficiale (per la prima petitione) pero el triangolo e la prima figura de rette linee, la seconda figura si e il quadrilatero, la terza si e el pentagono, ouero figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero deli lati ouero angoli a qual numero si voglia, ouando di quello el numero binario el rimanente se era el numero dell'ordine della figura come essempli gratia de vna figura de otto lati, & angoli per voler el numero ordinario della detta figura cava de otto duoi, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura pre detta adonque lei sera la sesta figura & cosi se procedera in ciascuna altra, dis co adonque che el triangolo qual e la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioe a tanti angoli retti quanto e el doppio del numero ordinario della figura che e uno per esser la prima, li quattro angoli, d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioe al doppio del numero ordinario della figura la quale e duoi per esser la seconda, el doppio de duoi si e quattro & li cinque angoli del pentagono che e la terza seran equali a sei angoli retti cioe al doppio de tre che e el numero ordinario della figura de cinque angoli & li otto angoli de vna figura de otto lati seranno equali a duodeci angoli retti cioe al doppio de sei che e el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi videra in ciascuna altra figura de molto numero de angoli la qual cosa se manifesta della infra scripta causa perche qualunque figura tale si e diuisibile & resolubile in tanti triangoli quanto distara dalla prima ouer quatro e el suo numero ordinario tiradotte rette linee da qual vol de soi angoli alli angoli oppositi & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a duoi angoli retti pero se indupia el numero



mero ordinario della figura, elqual numero deriua del numero delli triangoli componenti essa figura, elqual numero de triangoli sempre sera d'ioi, cioe duoi manco chel numero delli angoli, ouer lati de detta figura: exmpli gratia. Sia el penthagono, a, b, c, d, e. da l'angolo, a, di quello produro le linee, a, c. & a, d, alli duoi angoli, c, & d. oppositi al ditto angolo, a, e sera el ditto penthagon tutto risolto in li triangoli, a, b, c, a, c, d. Et a, d, e. liquali sono tre, si come e' il numero ordinario della detta figura, la qual, come di sopra disse, e' la terza, & perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, pero se indopra pia el numero de ditti triangoli, cioe el numero ordinario della figura che tre fa sei per el numero delli angoli retti a che se equaliano, li cinque angoli de detta detta figura che e' il proposito. Anchora puotemo proponere la medesima materia in questo altro modo digando che tutti li angoli de ogni figura poligonica ouero moltiangola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto e' il doppio del numero delli suoi angoli, tratione sempre quattro per regola cioe tratione quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da vn ponto tolto dentro di detta figura, a' ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura sera resoluta in tanti triangoli quanto se ranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli qua in margine, laqual e' risolta in otto triangoli che li tre angoli de cadauno sono equali a' duoi angoli retti, pero fra loro otto triangoli conteneranno sedeci angoli retti, delliqua li sedeci quattro ne formano fra loro otto attorno al pto che e' dentro della figura doue ciascun di loro terminano con vno angolo occupauo dentro quello spacio che attorno al predetto ponto, il quale spacio sempre se equalia a' quattro angoli retti, come in fine della tercia decima propositione fu detto, & approuato adonque de quelli sedeci angoli retti ne cauereмо quattro per regola, cioe per li quattro fatti attorno al ponto, resta duodeci per il numero delli angoli retti a chi se equaliano li otto angoli della data figura, che e' il proposito. Anchora el se manifesta per le cose ditte che protrahendo ciascun lato d'una figura moltiangola tutti li angoli estrinseci giointi insieme se equaliano a' quattro angoli retti che cosi se dimostra, sopra il penthagono, a, b, c, d, e. protratto i lato, a, b, fina in sul lato, b, c. fin a' g, il lato, c, d. fin in h, il lato, d, e. fin in i, il lato, e, a. fin in j, hor dico che tutto l'angolo, a. intrinseco del penthagon con l'angolo, a. estrinseco sono equali a duoi angoli retti per la tercia decima propositione, & per la medesima ragione li duoi angoli, b. intrinseco, & b. estrinseco, & cosi de tutti li altri, per la qual cosa li angoli, a, b, c, d, e. intrinseci & estrinseci seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagon sono equali a sei angoli retti, come di sopra fu dimostrato, Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinseci & estrinseci, del penthagon cauereмо li sei a chi se equalia li cinque angoli intrinseci, cioe quelli del penthagon resteranno quattro pili angoli estrinseci, cioe li angoli, b, a, i, c, b, f, d, c, g, e, d, h, & a, e, k, adonquetutti li ditti angoli estrinseci del predeno penthagon si equaliano a quattro angoli retti, & cosi riuscirà in ciascun'altra figura poligonica che e' il proposito.

Ancora e' manifesto, che di ogni penthagono, delquale cadauno lato sega duoi delli altri lati, ha cinque angoli equali a' duoi angoli retti.

Sia il penthagono che se prepone a, b, c, d, e. & conciosia che il lato a, c, seghi lo lato, b, e, in pto, g, & lo lato, a, d, seghi il medesimo in pto, f, & l'angolo, a, f, g, sera equali alli duoi angoli, b, & d, conciosia che quello sia lo estrinseco a quel li in lo triangolo, f, d, b. Similmente l'angolo, f, g, a, sera equali alli duoi angoli, c, & e, conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli in lo triangolo, g, c, e, ma k duoi angoli, a, f, g, & f, g, a. insieme con l'angolo, a. sono equali a duoi angoli retti, A adonq li quattro angoli b, d, & c, e. insieme con l'angolo, a, sono equali a duoi angoli retti che e' il proposito.



Theorema, xxiii. Propositione, xxxiii.

33 Se in la sommita de due linee equidistante, & di equal quantita, sia
33 no congiunte due altre linee, quelle medesime seranno anchora e-
quale, & equidistante.

Stano le due linee, a, b, & c, d, equidistante & equali, delle quale congiongerò
le sue estremita per le linee, a, c, & b, d, le qual dico esser equali, & equidistante
Et per dimostrar questo io tiraro la linea, a, d, & perche le due linee, a, b, & c, d, so-
no equidistante, dal presupposito, l'angolo, b, a, d, sera equali allo angolo, a, d, c,
per la prima parte della vigesimanona propositione: & li duoi lati, a, b, & a, d,
del triangolo, b, a, d, sono equali alli duoi lati, d, c, & d, a, del triangolo, d, c, a,
& l'angolo, d, a, b, del primo se equali all'angolo, a, d, c, del secondo, Adon-
que, per la quarta propositione, la basa, b, d, del primo e equali alla basa, a, c,
del secondo, & l'angolo a, d, b, del primo e equali all'angolo, d, a, c, del secon-
do, ma pche li ditti duoi angoli son coalterni, la linea, a, c, sera equidistante alla linea
b, d, per la vigesima septima ppositione, e pche prima fu approuato che le mede-
sime due linee, ouer basa, a, c, & b, d, son equali, l'un e l'altro pposito e manifesto.

Theorema, xxiiii. Propositione, xxxiiii.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee, & li an-
34 goli contraposti equali, & lo diametro diuide quella per mezzo.

Si la superfide, a, b, c, d, de lati equidistanti, cioe che la linea, a, b, sia equidistan-
te alla linea, c, d, similmente la linea, a, c, alla linea, b, d, hor dico che le due li-
nee, a, b, & c, d, sono equali fra lor, similmente le due linee, a, c, & b, d, sono etiam
fra loro equali, cioe ciascun lato se equali al suo oppposito. Anchora dico che
l'angolo, a, e equali all'angolo, d, a' lui contraposto, similmente l'angolo, b, e
equali all'angolo, c, io tiraro il diametro, a, d, il quale etiam diuidera quella detta
superficie, a, b, c, d, per mezzo, cioe in due parti equali, le qual cose dimostrero in
questo modo, perche, a, b, & c, d, son equidistante dal presupposito, li duoi angoli
b, a, d, & c, d, a, sono equali, per la prima parte della vigesima nona propositione
ne, perche sono coalterni, ma perche anchora, a, c, & b, d, sono equidistanti li
duoi angoli, c, a, d, & b, d, a, son equali, per la detta vigesimanona ppositione, per
che sono coalterni, hor intendoli duoi triangoli, a, d, b, & d, a, c, & perche li duoi
angoli, a, & d, del triangolo a, d, b, son equali alli duoi angoli, a, & d, del triangolo
d, a, c, & lo lato, a, d, sopra del quale giaceno quelli angoli equali, in l'uno e l'altro
triangolo e commune. Adonque per la vigesima sesta propositione, lo lato, a, b, fa-
ra equali al lato, c, d, & similmente lo lato, a, c, al lato, b, d, sera equali, etiam l'an-
golo, b, sera equali all'angolo, c, e perche li duoi angoli, a, sono equali alli duoi
angoli, d, come e dimostrato di sopra adonque per la seconda coniectione, tutto
l'angolo, a, sera equali a tutto l'angolo d, a lui contraposto. dico anchora che il
diametro, a, d, come e detto di sopra, diuide detta superficie in due parti equali
perche a, b, e equali a c, d, & a, d, e commune, adunque li duoi lati, a, b, & a, d,
del triangolo, a, b, d, sono equali alli duoi lati, d, c, & d, a, del triangolo, d, a, c, & l'an-
golo d, a, b, e equali all'angolo, a, d, c, adunque per la quarta propositione, la ba-
sa, a, c, sera equali alla basa, b, d, etiam tutto il triangolo, a, b, d, sera equali a tut-
to il triangolo, a, c, d, che e il pposito.

Il Traduttore,

Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistanti e detta
parallelogramma,

parallelogramma, & le specie di queste figure parallelogramme ouer de lati equidistanti, sono solamente quattro & queste quattro son quelle che fuer diuise in la vigesima prima diffinitione, cioè il quadrato, il tetragon longo, il rhombo, & il rhomboide.

Theorema. xxy. Propositione. xxxv.

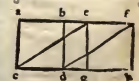
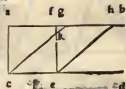
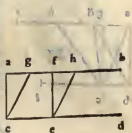
35 Tutte le superficie de lati equidistanti costituide sopra una medesima
35 ma basa, & in medesime linee equidistanti, sono fra loro eguale.

Siano le due linee. a. b. & c. d. equidistanti intra lequale sia la superficie a. e. f. e. de lati equidistanti sopra la basa. a. e. & sopra la medesima basa & intra le medesime linee sia l'altra superficie g. c. h. e. similmente de lati equidistanti, dico che le due predette superficie sono eguale, laqual cosa se dimostrera in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee. a. f. & g. h. sono eguale alla linea. c. e. (per la precedente propositione) adunque per la prima concettione la linea. a. f. sera eguale alla linea. g. h. dilche tirando communemente ad ambedue la linea. g. f. romanera le due linee. a. g. & f. h. lequale saranno etiam fra loro eguale (per la terza concettione) anchora perche (per la precedente) il lato. a. e. e' eguale al lato f. e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione) l'angolo h. f. e. e' eguale a l'angolo. g. a. c. cioè lo estrinseco allo l'utrinseco a se oppposito, dilche li duoi lati. a. c. & a. g. del triangolo. a. c. g. sono equali alli duoi lati f. e. & f. h. del triangolo. f. e. h. & l'angolo. c. a. g. dell'uno e' eguale a l'angolo. e. f. h. adunque (per la quarta propositione) il triangolo. a. c. g. sera eguale al triangolo. f. e. h. adunque giungendo a cadauno la irregular figura quadrilatera laqual e' g. c. f. e. (per la prima concettione) la superficie. a. c. f. e. sera eguale alla superficie g. c. h. e. che e' il proposito. ma se la linea. c. g. della figura superiore andasse a terminare nel ponto f. come in questa seconda figura appare, dico anchora che la superficie. f. c. h. e. e' eguale a la superficie. a. c. f. e. che con la medesima argumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima via li duoi triangoli. f. a. c. & f. e. h. sono fra loro equali, dilche aggiungendo a ciascun il triangolo. f. e. c. la superficie. c. e. a. f. e. sera eguale alla superficie. f. c. e. h. che e' il proposito. Ma se per caso la linea. c. g. della prima figura andasse a terminare intra f. & b. come in questa terza figura appare. Similmente dico che la superficie. g. c. e. h. e' eguale alla superficie. a. c. f. e. che cosi se dimostrera, perche (per la propositione precedente) argumentando come de sopra fu fatto, la linea. a. f. sera eguale alla linea. g. h. dilche aggiungendo a l'una e l'altra la linea. f. g. sera etiam tutta la linea. a. g. eguale a tutta la linea h. f. & per le medesime rason de sopra adutte il triangolo. a. g. c. sera eguale al triangolo. f. e. h. adunque aggiunto l'uno e l'altro il triangolo. c. K. e. & detrattone poi il triangolo. g. K. f. da l'uno e dall'altro restera in vltima la superficie. g. c. h. e. eguale alla superficie. a. c. f. e. che e' il proposito.

Theorema. xxvi. Propositione. xxxvi.

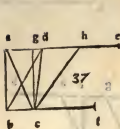
36 Tutte le superficie parallelogramme, costituide in base eguale, &
36 fra medesime linee parallele, sono fra loro eguale.

Siano adunque le due superficie. a. b. c. d. & e. f. g. h. parallelogramme ouer de lati equidistanti costituide intra due linee equidistanti, lequali sono le due linee a. f. & e. h. & sopra equali base, lequali base son. c. d. & g. h. dico che la superficie. a. b. c. d. e' necessario che la sia eguale alla superficie. e. f. g. h. laqual cosa se approua in questo modo. Io tiraro le due linee. c. e. & d. f. donde (per la trigesima terza propositione) la superficie. c. e. d. f. sera de lati equidistanti, per questa rason, perche. e. f. e' eguale & equidistante a c. d. perche l'uno e l'altro e' eguale a g. h. se guita adunque (per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie a. b. c. d. & e. f. g. h. e' eguale alla superficie. c. e. d. f. dilche per la prima concettione saranno etiam fra loro eguale, che e' il proposito.



Theorema. xxvii. Propositione. xxxvii.

37 Tutti li triangoliquali sono costituiti sopra una medesima ba
37^a & fra due medefime linee equidistanti sono fra loro equali.



Siano li duoi triangoli a.b.c. & d.b.c. costituiti ambi duoi sopra la basa b.c. & fra le due linee a.e. & b.f. equali sian equidistanti hor dico che li detti duoi tri
goli a.b.c. & d.b.c. sono fra loro equali, pche tiraro la linea c.g. equidistante alla
linea b.a. similmente la linea c.h. equidistante alla linea b.e. per la dottrina dela
trigesima prima propositione, & per la trigesima quinta propositione, le due
superficie a.b.c.g. & d.b.c.h. seranno equali, & perche li duoi triangoli a.b.c. &
d.b.c. sono la mitade di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta
propositione) adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali (per
la settima concettione) che e' li proposito.

Theorema. xxviii. Propositione. xxxviii.

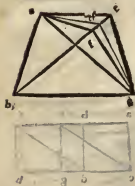
38 Se duoi triangoli seranno costituiti sopra base equali, & fra mede
38^a sime linee equidistanti, seranno fra loro equali.



Siano li duoi triangoli a.b.c. & d.e.f. costituiti sopra le base b.a. & f.e. equali
& fra le linee a.g. & b.h. equidistanti, hor dico che li detti duoi triangoli sono
fra loro equali. Et per dimostrar questo lo tiraro la linea c.k. equidistante alla
linea a.b. (lato del triangolo a.b.c.) & similmente la linea f.l. equidistante al
lato e.d. & le due superficie a.b.c.k. & d.e.f.l. seranno equali (per la trigesima sesta
propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la mita di ciascuna di quelle
(per lo correlario della trigesima quarta propositione) dilche (per comune
sententia) li detti duoi triangoli seranno equali, che e' li proposito.

Theorema. xxix. Propositione. xxxix.

39 Ogni duoi triangoli equali, se seranno costituiti sopra una medesi
39^a ma basa, e da una medesima parte, seranno fra due linee equidistanti.



Siano li duoi triangoli a.b.c. & d.b.c. costituiti sopra la basa b.c. da vna me
desima parte, & siano equali. Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due
linee equidistanti. Questo e' li conuerso della trigesima settima. Dal ponto a. tira
ro una linea equidistante alla basa b.c. la quale se quella transira per il ponto d.
e manifesto li proposito. Se non quella transira di sopra ouer di sotto, transisca
prima di sopra, & sia la a.e. & produro la linea b.d. per fina a' tanto che seghi la
linea a.e. in ponto e. & tiraro la linea e.c. Et perche li triangolo e.b.c. e' e' equali
al triangolo a.b.c. (& per la trigesima settima propositione) Etiam lo triangolo
d.b.c. supposto equali al ditto triangolo a.b.c. Adonque (per la prima conce
tione) lo triangolo b.d.c. sera equali al triangolo b.e.c. laqual cosa e' impossibi
le, che la parte sia equal al tutto (per l'ultima concettione) dilche tirando dal
ponto a. vna linea equidistante alla basa b.c. non puora transire di sopra dal
ponto d. A anchora dico che non pertransira di sotto dal ditto ponto d. & se pur
fusse possibile (per l'aduersario) pontamo sia la linea a.f. segante la linea d. b. in
ponto f. lo tiraro adonque la linea f.c. & perche li triangolo f.b.c. (per la triges
sima settima propositione) si e' equali al triangolo a.b.c. similmente li triangolo
d.b.c. fu posto equali al ditto triangolo a.b.c. donde (per la prima concettione)
li triangolo b.f.c. sera equali al triangolo d.b.c. cioe la parte seria equal al tut
to, che e' impossibile (per l'ultima concettione) adonque perche la linea protratta
dal ponto a. equidistante alla basa b.c. non puo transire, ne di sopra, ne di sot
to, dallo ponto d. seguita di necessitate, che quella transisca per esso ponto
d. laqual e' li proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla pres
cedente

ecedente ci manifesta che se una linea retta segara li duoi lati d'un triangolo in due parti eguale quella tal linea sera equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostrarà in questo modo. sia il triangolo a, b, c . che li duoi lati a, b . & a, c di quel lo siano legati dalla linea d, e . in due parti eguale nelli duoi ponti d . & e . Dico che la linea d, e . si e equidistante al b, c . & per dimostrar questo io tiraro nel qua drilatero d, e, b, c . li duoi diametri d, c . & b, e . hor dico che l' triangolo d, e, b . p la trigesima octaua propositione, sera eguale al triangolo a, d, e . perche sono sopra due bafe eguale, perche la d, b . e eguale alla d, a . dal presupposito, e ciascun di loro termina nel ponto e . dal qual se puo tirar vna linea che sera equidistante alla bafa ouer linea b, a . per la trigesima prima propositione, dilche se puo dire che sono etiam fra due linee equidistante, abenche la linea non gli sia tirata. an chora per le medesime ragione il triangolo c, e, d . sera eguale al medesimo trian golo a, d, e . dilche per la prima concettione, il triangolo d, e, b . sera eguale al trian golo d, e, c . liquali sono costituiti sopra la medesima bafa d, e . donde per la pre sente trigesima nona propositione, seranno fra due linee equidistante, adonque la linea d, e . e equidistante alla linea b, c . che e il proposito.

Theorema. xxx. Propositione. xi.

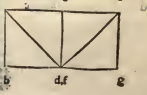
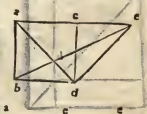
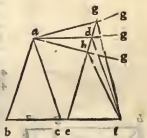
4^o Se duoi trigoli equali seranno costituiti sopra equal bafe d'una me-
4^o desima linea, & da una medesima parte egli e necessario quelli esser
contenuti fra due linee equidistanti,

Siano li duoi triangoli a, b, c . & d, e, f . equali costituiti sopra le due bafe b, c . & e, f . eguale, lequal bafe sono d'una medesima linea, cioe b, f . & ambidui da vna parte medesima, cioe verso a . & d . dico adonque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistanti, e questa e il conuerso della trigesima octaua, & se ap proua per quella medesima, si come etiam la precedente per la trigesima setti ma, dal ponto a . sia tirata una linea equidistante alla b, f . laquale se la transira per il ponto d . e manifesto il proposito, se non quella se la transira di sopra, ouer di sotto come la a, g . transira prima di sopra, e sia prodotta la e, d . per si na a quella laqual sia e, g . & sia tirata la linea g, f . per la trigesima octaua, il tri angolo a, b, c . sera eguale al triangolo g, e, f . per la quale cosa il triangolo d, e, f . sera eguale allo triangolo g, e, f . cioe, la parte seria eguale al tutto, la qual cosa e impossibile, adonque non transira di sopra, transira adonque di sot to, & segua la linea d, e . in ponto h . & sia dutta la linea f, h . & per la triges ima octaua il triangolo h, e, f . sera eguale al triangolo a, b, c . per laquale cosa sera etiam eguale al triangolo d, e, f . cioe la parte al tutto, laqual cosa e impossibile. ad onque perche quella non transira se non per il ponto d . e manifesto il pposito.

Theorema. xxxi. Propositione. xli.

4^o Se vno parallelogrammo, & vno triangolo saranno costituiti in
4^o vna medema bafa, & in medeme linee equidistanti, el parallelogrã
mo conuien esser doppio al triangolo,

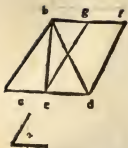
Sia il parallelogrammo a, b, c, d . & lo triangolo e, b, d . sopra la bafa d, b . fra le due linee a, c . & b, d . lequale siano equidistanti. Dico che il parallelogram mo a, b, c, d . e doppio al triangolo e, b, d . & per questo io tiraro il diametro a, d . ilquale divide il detto parallelogrammo in due parte eguale, per lo corollario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo a, b, d . sera la mita de del ditto parallelogrammo, & perche l' triangolo e, b, d . e eguale al triangolo a, b, d . per la trigesima settima propositione, seguita adonque che l' triangolo e, b, d . sia etiam luj la mita del ditto parallelogrammo a, b, c, d . che e il proposito. similmente tu potrai approuare che se un parallelogrammo & vno triangolo seranno costituiti sopra equal bafe, & fra medesime linee equidistanti, il parale



logrammo sera etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha po-
sto, perche liggermente e manifesta da questa precedente, & dal correlario della
trigesima quarta, & per la trigesima ottava. Diuiso il parallelogrammo, per il dia-
metro in duoi triangoli, & sopra la basa del parallelogrammo, fra le medesime
linee equidistanti costituido il triangolo, a quale il parallelogrammo sera dop-
pio p il detto correlario, & esso triangolo sera equale ad altro, p la trigesima ottava.

Problema.xi. Propositione.xlii.

- 42 Potemo designar una superficie de lati equidistanti, in un angol equale a
42 un angolo assignato, e ch'essa superficie sia egale a un triangolo assignato.



Si la assignato angolo. a. & lo assignato triangolo. b. c. d. voglio descriuer
una superficie de lati equidistanti che sia equale al dato triangolo. b. c. d. &
che duoi di suoi angoli contraposti sian equali, al angolo. a. perche la non puo
hauer vn angolo solo equale al angolo. a. (per la trigesima quarta propo-
sitione) diuiso la basa. c. d. in due parti equale, per la decima propositione, in ponto
e. tiro la linea. b. e. & dal ponto. b. conduro la linea. b. f. equidistante alla linea. c. d.
& sopra il ponto. e. della linea. d. e. costituisco l'angolo. d. e. g. equale a l'angolo
a. (per la vigesima tertia propositione) & dal ponto. d. tiro la linea. d. f. equidistan-
te alla linea. e. g. & sera costituido il parallelogrammo. g. e. f. d. il quale contin
in se tutte le cose a dimandate, perche il triangolo. b. c. e. e' equale al triangolo. b. e. d.
& per la trigesima ottava propositione, per esser la. c. e. equale alla. e. d. adonque
tutto il triangolo. b. c. d. verra a' esser doppio al triangolo. b. e. d. ma perche il
parallelogrammo. g. e. f. d. e' anchora li doppio al medesimo triangolo. b. e. d.
per la precedente, perche ambidui sono sopra la basa. d. e. & in medesime linee
equidistanti, sequira adonque per la sesta concettione, che il detto parallelogram-
mo sia equale al triangolo. b. c. d. per esser ciascun di loro doppi al triangolo. b.
e. d. il che hauemo descritto il parallelogrammo. g. e. f. d. equale al triangolo. b.
c. d. assignato, & l'uno & l'altro di duoi angoli g. e. d. & d. f. g. di quello contrapo-
siti sono equali all'angolo. a. assignato, che e' il proposito.

Speculatione. xxii. Propositione. xliii.

- 43 Li supplementi di quelli parallelogrammi che sono attorno del dia-
43 metro di ogni parallelogrammo sono fra loro equali.



Si la parallelogrammo. a. b. c. d. in lo quale tiro lo diametro. b. c. e similmente
tiro la linea. e. f. equidistante a l'uno e l'altro delli duoi lati. a. b. & c. d. la quale
sega il diametro. b. c. in ponto. h. dal quale ponto. h. duco la linea. k. g. equidi-
stante a l'un e l'altro lato. a. c. & b. d. talmente che quella sega l'uno e l'altro delli
predetti lati. a. b. & c. d. il che tutto lo parallelogrammo. a. b. c. d. sera diuiso in
quattro parallelogrammi. cioe. a. g. h. e. i. g. b. h. f. i. e. h. c. k. & h. k. f. d. delli quali li
duoi (cioe. e. c. k. h. & g. h. b. f.) sono detti stare attorno il diametro. b. c. perche
quello transire per meggio di loro, e pero sono attorno il diametro. li altri duoi
parallelogrammi. cioe. a. e. g. h. & k. h. f. d. sono detti supplementi, & questi duoi
supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli. a. b. c. & c. d. b.
sono equali per il correlario della trigesima quarta. Similmente anchora li duoi
triangoli. g. h. b. & f. h. b. sono equali (per lo medesimo correlario della trigesima
quarta propositione) & li duoi triangoli. h. c. e. & k. h. c. Similmente sono equali
li per lo medesimo correlario, adonque leuando via li duoi triangoli. g. h. b. & e
h. c. d. de tutto il triangolo. a. b. c. & similmente li duoi triangoli. b. f. h. & k. c. h. de
tutto il triangolo. b. c. d. serano li duoi residui, per la tertia concettione, anchora
fra loro equali, li quali residui sono li detti duoi supplementi, che e' il proposito.

Problema. xii. Propositione. xliiii.

- 44 Proposta una linea retta, sopra quella puotemo designare una su-
44 perficie de lati equidistanti, in un angolo dato, & che essa superfi-

cio sia equale a' uno triangolo assignato.

Sia la data linea. a. b. & il dato angolo. c. & lo dato triangolo. d. e. f. hor voglio so-
pra la linea. a. b. designarli una superficie de lati equidistanti, talmente che la det-
ta linea. a. b. sia vn di lati di quella, & che l'uno e l'altro de duot angoli contrapo-
sti sieno equali all'angolo. c. perche la non puo hauer vn angolo solo equale al
l'angolo. c. per la trigesima quarta propositione, & che tutta la predetta (superfi-
cie sia equale al triangolo. d. e. f. Questa tal propositione e' differente dalla quas-
dragesima seconda in questo, che qui si fa vno lato della superficie che se ha da
descriuere; cioe la linea. a. b. ma in la detta quadragesima secoga non se ne da
nessuno, quando adonque vorro descriuere questa tal superficie sopra la detta li-
nea. a. b. gli aggiungo la linea. a. g. & d'essa linea. a. b. in dritto a quella la qual pon-
go equale alla basa. e. f. del triangolo dato, sopra della quale linea. a. g. costitui-
sco vno triangolo equale al dato triangolo. d. e. f. & equilatero, la qual cosa faccio
in questo modo. costituisco l'angolo. a. g. k. equale all'angolo. e. & l'angolo. g. a.
k. equale all'angolo. f. (per la dottrina della uigesima terza propositione) & per
che la basa. g. a. fu posta equale alla basa. e. f. adonque il triangolo. g. a. k. per la vi-
gesima sesta propositione, sera equale, & equilatero al triangolo. d. e. f. hor diui-
dero la basa. g. a. in due parti equale in lo ponto. h. & tiraro la linea. k. h. & dal pō-
to. k. produro la linea. m. k. n. equidistante alla linea. g. b. & per la trigesima octaua
propositione, il triangolo. a. h. k. sera equale al triangolo. g. h. k. hor sopra il pō-
to. a. con la linea. g. a. tiro l'angolo. g. a. l. equale all'angolo. c. dato per la vigesi-
ma terza propositione, & dal ponto. h. produro. h. m. equidistante a l. a. & sera
costituido il parallelogrammo. m. h. l. a. fra le due linee. m. n. &. g. b. il qual para-
llogrammo. m. h. l. a. per la quadragesima prima propositione, sera doppio al
triangolo. k. h. a. per laqual cosa sera etiam equale a tutto il triangolo. k. g. a. & simil-
mente, al triangolo. d. e. f. proposto (per la prima concettione) & tiraro adonque
la linea. b. n. equidistante alla linea. l. a. per la trigesima prima propositione, co-
stitueno il parallelogrammo. l. a. n. b. A anchora produco il diametro. n. a. il quale
tiro per fina a tanto che'l concorra con la linea. m. h. anchora lei protetta in pō-
to. o. il qual concorso approueremo in fin di questa propositione, & dal ponto. o.
tiro la linea. o. p. equidistante alla linea. h. b. & produco la linea. n. b. fina che la
intersega con la linea. o. p. come fa in ponto. q. & sera costituido il parallelogram-
mo. m. o. n. q. hora stongaro la linea. l. a. per fin al ponto. p. di che tutto il grande
parallelogrammo sera diuiso in li quattro parallelogrammi. l. a. n. b. l. a. m. h. a. h.
o. p. a. p. b. q. delli quali li duoi. l. a. n. b. & h. o. a. p. sono attorno al diametro. n. o. li
altri duoi. m. h. l. a. & a. p. b. q. sono detti supplementi, liquali per la precedente
propositione sono equali, & perche il triangolo. d. e. f. come di sopra fu dimo-
strato, si e anchora lui equale al supplemento. m. h. l. a. sera etiam (per la prima con-
cettione) equale all'altro supplemento. a. b. p. q. il qual e' costituido sopra la data
linea. a. b. & perche l'angolo. b. a. p. per la quintadecima ppositione, sie equale al
l'angolo. l. a. h. & l'angolo. c. dato si e' equale al detto angolo. l. a. h. (perche cosi
fu costituido) & seguita adonque per la prima concettione, che l'angolo. b. a. p. sia
equal al. c. dato. Egli adonque manifesto, che sopra la linea. a. b. data esser gli de-
scritta la superficie de lati equidistanti. a. b. p. q. equale al dato triangolo. d. e. f. &
l'uno e l'altro di duoi angoli a. q. (contraposti di quella) sono equali al dato an-
golo. c. come fu il proposito. Hor ci resta a prouare che producendo le due linee
p. a. & m. h. e' necessario che se congiungano, come fu di sopra promesso, hor per
che le due linee. n. b. & m. h. l'una e l'altra e' equidistante alla linea. l. a. seranno
etiam per la trigesima propositione, fra loro equidistanti, & per la terza parte
della vigesimanona, li duoi angoli. m. n. b. & n. m. h. son equali a duoi angoli retti
& pche l'angolo. l. n. a. e' menor de tutto l'angolo. m. n. b. per l'ultima conce-
tione, ad q. li duoi angoli. n. m. h. & m. n. a. giunti insieme seran minori di duoi an-
goli retti, & seguita ad q. p la quarta ppositione, che stongado le due linee. n. a. m. h.
in quella pte l'e' necessario che concorran insieme, la qual cosa era da dimostrare.



contenuto da più de cinque lati.

Problema.xiiii. Propositione.xlyi.

45 Da una data retta linea puotemo descriuere un quadrato:

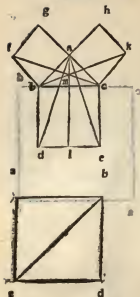
46 Se la data retta linea.a.b.della quale voglio descriuere il quadrato dalle due estremità,ouer ponti.a.&b.della detta linea.a.b. per la vndecima propositione,duco le due perpendicolare.a.c.&b.d.sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della vicesimaottaua propositione,sono equidistanti,perche li duoi angoli.a.&b.intrinfici sono ambidui retti (per la diffinitione:ottaua.) hor facio l'una e l'altra di quelle,per la terza propositione,equale alla medesima linea.a.b.poi tiro la linea.c.d.laquale fera anchora lei equale & equidistante alla linea.a.b.(per la trigesima terza propositione)& perche li duoi angoli.a.&b.sono retti,l'uno e l'altro delli altri duoi angoli.c.&d.feranno etiam retti(per la ultima parte della vicesimanona propositione,ouer per la trigesima quarta propositione) adonque per la vigesima diffinitione.a.b.c.d.e' quadrato, che e' il proposito.A anchora se potera far in quest'altro modo,protratta che sia la linea.a.c.indefinita perpendicolare sopra.a.b.in ponto.a.& tagliata che sia la parte.a.c.(per la terza propositione)equale alla detta linea.a.b.dirando poi da detto ponto.c.la linea indefinita.c.d.che sia equidistante alla linea.a.b.per la trigesima prima propositione, & di quella segarne la parte.c.d.(per la terza propositione)equale alla linea.a.c.ouer.a.b.poi sia congiunto il ponto.d.con lo ponto.b.con la linea.d.b.laquale, per la trigesima terza propositione, fera equale alla linea.a.c.etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione)adonque la detta figura.a.b.c.d.sie quadrato,per la vigesima diffinitione,che e' il proposito.

Theorema.xxxiii. Propositione.xlvii.

46 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che uien descritto dal lato opposto all'angolo retto, duto in se medesimo,e' equal alli duoi quadrati che uengono descritti delli altri duoi lati.

Se il triangolo.a.b.c.dilquale l'angolo.a.sia retto,dico che'l quadrato del lato b.c.e' equal al quadrato del.a.b.& al quadrato del.a.c.toiti insieme adòq quadrato questi tre lati secòdo la dottrina della precedere,e il quadrato del.b.c.sia la superficie.b.c.d.e.& p il quadrato del.b.a.la superficie.b.f.g.a.& p il quadrato del.a.c.la superficie.a.c.h.k.replico adonque & dico che il quadrato.b.c.d.e.e' equale ad ambidui li quadrati.a.b.f.g.&a.c.k.h.gionti insieme, & per dimostrar questo dall'angolo retto.a.produto alla basa.d.e.del gran quadrato tre linee,cioe la linea.a.d.equidistante all'uno e l'altro lato.b.d.&c.e.la qual segha il lato.b.c.in ponto.m.& la linea.a.e.& la linea.a.d.A anchora delli altri duoi angoli.b.&c.tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee.b.k.&c.e.che quale se intersegan fra loro dentro lo medesimo triangolo a.b.c.E pche l'un e l'altro delli duoi angoli.b.&c.&b.a.g.e' retto seràno adòq le due linee.c.a.&c.a.g.in diretto pgiò te,p la quattredima propositione,& seràno vna linea sola,che e' la linea.g.e.e' per medesime ragioni le due linee.b.a.&a.h.seràno pur vna sol linea,cioe la linea.b.h.pche li duoi angoli.e.a.b.&c.a.h.son retti,pche adòq sopra la basa.b.f.& fra le due linee.f.b.&g.c.e' pitruido il parallelogramo,ouer quadrato.b.f.g.a.& il triangolo.b.c.f.p.la.4.il parallelogramo.b.f.g.a. fera doppio al ditto triangolo.b.f.c.a.il triangolo.b.f.c.e' equal al triangolo.b.a.d.per la quarta ppositione,pche li duoi lati f.b.&b.c.del primo son equali alli duoi lati.a.b.&b.d.del secòdo,pche.b.f.&b.a.c.a.f.c.e' lato del quadro.b.f.g.a.pero son equali, similmente li altri duoi cioe.b.c.&b.d.cia c.f.e' lato del gran quadrato.b.d.c.e.& p questo son anchora loro equa





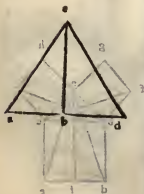
li & l'angolo, b. del primo è eguale all'angolo, b. del secondo perche l'uno e l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo, a. b. c. seguita adunque, per la detta quarta proposizione, che il ditto triangolo, b. f. c. sia equal al ditto triangolo b. a. d. & pche il quadrato, b. f. g. a. è doppio (come è detto di sopra, al triangolo b. f. c.) & era etiam doppio (per comune scientia) al triangolo, b. a. d. Ma perche il parallelogrammo, b. d. l. m. è anchora tutto il doppio al medesimo triangolo, a. b. d. (per la quadragesima prima proposizione) perche ambidui son contenuti sopra la base, b. d. & fra le due linee, b. d. & a. l. equidistanti, seguita adunque, per la sesta coniectione, che il parallelogrammo, b. f. g. a. sia equal al parallelogrammo b. d. l. m. per esser ciascun di loro doppio al triangolo, a. b. d. Et per questo medesimo modo, & con le medesime proposizioni proueremo che li duoi triangoli, k. b. e. & a. e. c. sono equal fra loro, & lo parallelogrammo, ouer quadrato, a. o. h. k. è doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmete il parallelogrammo, c. e. l. m. sera pur doppio a qual si voglia, seguita poi come di sopra, che il parallelogrammo, c. e. l. m. sera equal al quadrato, a. c. h. k. & di che tutto il quadrato grande, b. c. d. e. p. esser composto de li predetti duoi parallelogrammi, b. d. l. m. & c. e. l. m. sera equal ad ambidui li predetti quadrati insieme giunti, che è il proposito.

Il Traduttore.

DA questa pposition si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascun quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come verbi gratia, sia il quadrato a. b. c. d. nel qual tiro il diametro, a. d. hor dico che l'quadrato descritto di sopra, a. d. p. la precedente, sera doppio al quadrato descritto sopra la costa, ouer lato, a. c. ouer sopra vndelli altri tre lati, laqual cosa si dimostrerà in questo modo, perche il lato, a. c. e' eguale al lato, c. d. p. la diffinitione del quadrato; & similmete l'angolo c. è retto adunque (per la presente proposizione) il quadrato del lato, a. d. del triangolo, a. d. c. per esser opposto all'angolo, c. che retto sera equal alli duo quadrati delli duoi lati, a. c. & c. d. liquali duoi quadrati seranno equali (per comune scientia) dische essendo equal ad ambidui insieme (per comune scientia) sera doppio a vn sol di quelli, perche vno vien a esser la mita de della somma de tutti duoi, per esser equali l'uno all'altro, & questo è quello che vuol inferire.

Theorema. xxxiii. Propositione. xlviii.

47 Se il quadrato che uien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto
47 in se medesimo, sera equal a li duoi quadrati, che uengono descritti dalli duoi restanti lati, l'angolo al quale è opposto quel tal lato è retto.



Sia il triangolo, a. b. c. & sia il quadrato del lato, a. c. equal alli duoi quadrati delli duoi lati, a. b. & b. c. insieme giunti. Dico che l'angolo, b. (alqual si oppone il detto lato, a. c.) è retto. E questa è il conuerso della precedente. Dal punto, b. tiro la linea, b. d. per la vndecima proposizione, perpendicolare alla linea, b. c. & pongo quella equal alla linea, a. b. & produco la linea, c. d. Et perche l'angolo d. b. c. è retto, il quadrato adunque del lato, c. d. sera equal (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati, e. b. & b. d. & perche, b. d. fu posta equal al b. a. li loro quadrati (per comune scientia) seranno equali, perche sopra linee equali se descruono quadrati equali, hor giungendo communemente a l'uno & l'altro delli detti duoi quadrati li quadrato della linea, c. b. due somme seranno equali, per la prima coniectione, & perche vna de queste due somme sera equal al quadrato della, a. c. l'altra sera equal al quadrato della, d. c. Adunque li quadrati delle due, a. c. & d. c. seranno equali, & perche li quadrati equali sono contenuti di linee equali, per comune scientia, adunque la linea, c. d. sera equal alla linea, d. c. dische li tre lati, a. b. & b. d. & c. b. del triangolo, a. b. c. sono equali all'i tre lati, b. d. b. c. & c. d. del triangolo, d. b. c. seguita adunque, per l'ottaua proposizione che l'angolo a. b. c. sia equal all'angolo, d. b. c. & perche l'angolo, d. b. c. è retto, sera etiam retto l'angolo, a. b. c. che è il proposito.

Fine del primo libro.

I N C O M I N C I A

IL SECONDO LIBRO DELLI

PRINCIPII DE EYCLIDE MEGARENSE

acutissimo mathematico, secondo le due tradottiōni

da Nicolo Tartalea Brisciano, con somma

diligentia dall'latino in volgar

re tradlatato,

- 1 Ogni parallelogrammo rettangolo e' detto contenersi sotto alle
 1 due linee che circondano l'angolo retto.

Per intelligentia di questa diffinitione, bisogna notare qualmente le specie principale di parallelogrammi sono due, cioe rettangolo, & non rettangolo, il rettangolo e' quello che ha tutti li suoi quattro angoli retti. Et il non rettangolo e' quello che non ha alcuno angolo che sia retto, e l'una e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo, l'una e' il quadrato, & l'altra e' il rettangolo longo, & le specie del parallelogrammo non rettangolo l'una e' il rhombo, & l'altra e' il rhomboides, & tutte queste specie furono diffinite in la vigesima prima di diffinitione del primo, hor tornando a proposito, l'autor per maggior nostra institutione, & intelligentia delle cose chi seguita, in questa diffinitione ci aduertisse qualmente il parallelogrammo rettangolo e' detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendono uno di suoi quattro angoli retti: & accio che meglio me intendi, sia il parallelogrammo. a. b. c. d. & sia rettangolo, dico che questo tal parallelogrammo, & altri similis de diti essere contenuto sotto alle due linee. a. b. & a. c. che comprendono l'angolo. d. pur retto, lequale sono pur eguale alle altre due prime, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, ouer suppositione deriua da questo. Perche la quantita di ogni figura superficiale, o' sia rettangola, o' non rettangola, parallelogramma o' non parallelogramma, sempre se apprende, ouer conosce la sua quantita per mezzo della quantita della sua vera lunghezza, & larghezza, & la sua vera lunghezza, & larghezza non e' sempre eguale a quelle due linee che circondano, ouer comprendano l'uno di suoi quattro angoli, taluo che nella figura parallelogramma rettangola, exempli gratia, la quantita della vera lunghezza del proposto parallelogrammo rettang. a. b. c. d. e' tanto quanto la quantita dell'una delle due linee. a. b. ouer. c. d. & la quantita della sua vera larghezza e' tanto quanto la quantita dell'una delle due linee. a. c. ouer. d. b. la qual cosa nō seguita nell'altri parallelogrammi non rettangoli, cioe nel rhombo, ouer nel rhomboides, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun dell' angoli del rhombo, ouer del rhomboides, ouer d'altra figura, non se equalia l'una alla quantita della sua vera lunghezza & l'altra alla quantita della sua vera larghezza, si come nel parallelogrammo rettangolo e' detto, e pero non se dice, ne si puo dire che il rhombo, ouer il rhomboides, ouer altra figura non rettangolo sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee che contengono alcuno di suoi angoli, come n el parallelogrammo rettangolo e' detto.

Anchora bisogna notare che questo parallelogrammo rettangolo si costuma a nominarlo sotto molti altri diuersi nomi, ouer parlari. E per esemplo, sia le due linee. a. b. & b. c. dico che tanto significa ouer importa a dire.

Quello che vien fatto del duto della a. b. in la. b. c.

El rettangolo della. a. b. in la. b. c.

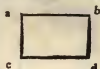
El prodotto che vien fatto del duto della. a. b. in la. b. c.

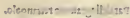
La moltiplicatione della. a. b. in la. b. c.

Quello che e' contenuto sotto della. a. b. & b. c.

La superficie rettangola contenuta sotto la. a. b. & b. c.

Parallelogrammo rettangolo.





¶ Quelli Paralellogrami che fega per mezzo il diametro di ogni spatio parallelogramo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si uoglia de quelli detti parallelogrammiche stanno attorno al detto diametro con li duoi supplementi e' detto gnomone.

Sia il parallelogrammo .a.b.c.d. & lo diametro di quello .a.d. ilqual diametro sia diuiso dalle due linee .e.f. & .g.h. dette equidistanti alli lati opposti del detto parallelogrammo, lequali se leghino fra loro sopra il detto diametro .a.d. in ponto .k. di che questo tal parallelogrammo fera diuiso in quattro parallelogrami, & li duoi de quelli, cioe li parallelogrammi .a.g.e.k. & .k.f.h.d. liquali di .a. metro .a.d. li sega per mezzo, sono dette stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragefima terza propositione del primo etiam fu detto, & li altri duoi che non sono segati del detto diametro .a.d. sono detti supplementi, per la quadragesima terza del primo. liquali duoi supplementi sono .e.k.c.h. & .g.k.f.b. f. hor dice che questi duoi supplementi giointi con via delli duoi parallelogrammi .a.e.g.k. ouer .k.h.f.d. che stanno attorno al diametro, insieme conuengono



vna figura chiamata gnomone, verbi gratia, tollendo il parallelogrammo, k, h, f, d , insieme con li duoi supplementi e, k, c, h , & g, k, b, f , formaranno una figura, come qua in margine appare, laqual (come e' detto di sopra) si chiamara gnomone, ma chi tolesse anchora l'altro parallelogrammo, a, e, g, k , con li predetti duoi supplementi e, k, c, h , & g, k, b, f , formaranno etiam loro vna figura, come qua in margine appare, laquale, come e' detto di sopra, si chiamara similmente gnomone, & questo e' quello che volemo inferire. Onde seguira che aggiunto a cadauno di questi duoi gnomoni il parallelogrammo che gli manca, reformano un'altra volta tutto il parallelogrammo, & abenche, il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera, ouer muta della sua circonferentia laterale, si come dice Aristotele nell'predicamenti.

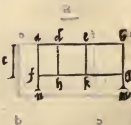
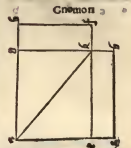
Il Traduttore.

Questa sopra scritto correlario vol inferire che per l'aggiungere ouer cauare deli sopradetti parallelogrammi, sempre se cresce, ouer se diminuisce la superficie della figura, doue si aggiunge, ouer caua, & tamen mai gli cresce ouer si diminuisce la circonferentia laterale, exempli gratia, se del parallelogrammo, a, b, c, d , ne cauaremo lo parallelogrammo, a, g, e, k , restara lo primo gnomone, il qual gnomone sera di minor superficie del parallelogrammo, a, b, c, d , tamen la sua circonferentia laterale sera eguale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrammo, cioe che le sei linee, $e, k, k, g, g, b, b, d, d, c, c, e$, che circondano il detto gnomone, sotto eguale in somma quattro, a, b, b, d, d, c, c, a , che circondano il total parallelogrammo, laqual cosa per te facilmente apprenderai, senza altra dimostratione.

Theorema prima. Propositione prima.

1. Se seranno due linee rette delle quale una sia diuisa in quante parti si uoglia, Quello che uien fatto del dutto dell'una in l'altra sera eguale a' quelli rettangoli, che seranno prodotti dal dutto della linea non diuisa in cadauna parte della linea particolarmente diuisa.

Siano le due linee, a, b, c, e , vna delle quali, cioe, a, b , sia diuisa poniamo in tre parti, a, d, e , la seconda a, d, e , & la terza a, b . hor dico che quel che vien fatto dal dutto della linea c , in tutta la linea, a, b , sera eguale a' quelli parallelogrammi rettangoli (giunti insieme) che seran fatti della linea c , in a, d , & in a, d, e , & in a, e, b . E per dimostrar questo sopra li duoi ponti, a, b , & e, b , erigero le due linee, a, n, d, b, m , ppendicolare alla linea a, b . (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) dellequal ppendicolare ne segaro le duoi parti, a, f , & b, g , che ciascuna sia eguale alla linea c , poi compiro il parallelogrammo, a, f, b, g ,ducendo la linea f, g , & questo tal rettangolo, ouer parallelogrammo e' proprio il dutto della linea c , in tutta la linea a, b , come di sopra fu detto. Anchora deli duoi ponti, d, e , & tiraro le due linee, d, h, e, k , equidistanti alli duoi lati, a, f , & b, g , e l'una e l'altra di quelle seranno eguale (per la trigesima quarta propositione del primo) & similmente l'una e l'altra sera equal alla linea a, f , & p la prima conectione, alla linea c . Adunque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo, a, d, f, h , vien prodotto dal dutto della linea c , in la linea a, d , & vien ditto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto di sopra) & cosi il rettangolo, d, h, e, k , della detta linea c , & della linea d, e , sera contenuto, & similmente il rettangolo, e, k, b, g , vien pur fatto della linea c , dotta in linea e, b , & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme giunti impilino totalmente tutto il gran rettangolo, a, f, b, g , pero tutti tre giunti insieme sono eguali a' quello, che e' il proposito.



Theorema.ii. Proposizione.ii.

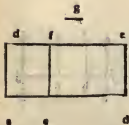
² Se una linea retta sera diuisa in parti Quello che e fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, sera eguale a' quelli rettangoli che seranno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.



Si la linea. a. b. laqual sia diuisa in quante parti si voglia, ma per il presente sia diuisa in tre l'una sia. a. c. la seconda. c. d. la terza. d. b. hor dico che quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea. a. b. in se medesima che seria il quadrato di quella, sera eguale a quelli tre rettangoli che seranno fatti dal dutto de tutta la ditta linea. a. b. in ciascuna di quelle tre parti, cioe nelle tre linee. a. c. c. d. & d. b. & per dimostrar questo sopra la linea. a. b. per la quadragesima sesta proposizione del primo, descrivono il quadrato. a. b. c. f. & dalli duoi ponti. c. & d. producono le due linee. c. g. & d. h. equidistante alli duoi lati. a. e. & b. f. d. ilche tutto il quadrato. a. c. e. f. b. sera diuiso in tre rettangoli, liquali son. a. e. c. g. c. g. h. d. & h. d. f. b. & perche le due linee. c. g. & d. h. sono eguale, & cadauna di loro sono eguale al lato. a. e. che e' quanto la. a. b. per la trigesima quarta proposizione del primo, adopg li tre rettangoli, sono contenuti sotto alla linea. a. b. per lunghezza, & per larghezza l'uno e' contenuto sotto alla parte. a. c. l'altro sotto alla parte. c. d. il terzo sotto alla parte. d. b. & perche li ditti tre rettangoli implicano totalmente tutto il quadrato. a. b. c. f. il nostro preposito vien a esser manifesto. Anchora per la prece dente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea. k. eguale alla linea. a. b. & perche il rettangolo compreso sotto alla linea. k. & alla linea. a. b. diuisa sera eguale, alli rettangoli fatti della linea. k. in le tre parti della linea. a. b. come nel la precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della. k. in la. a. b. e' quanto il quadrato della. a. b. & li tre rettangoli della. k. in le parti de a. c. b. e' tanto quanto li tre rettangoli de. a. b. in le tre parti de lui medesimo, perche la. k. & la. a. b. sono eguale seguita adouque la verita del nostro proposito.

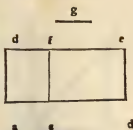
Theorema.iii. Proposizione.iii.

³ Se una linea retta sera diuisa in due parti (come si uoglia) Quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea in l'una de dette due parti, sera eguale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.



Si la linea. a. b. diuisa in. a. c. & b. c. dico che illo ch'e' fatto da tutta la linea. a. b. in la sua parte. a. c. cioe rettangolo ottenuto sotto a tutta la linea. a. b. & la sua parte. a. c. sera eguale al quadrato della medesima parte. a. c. insieme con lo rettangolo ottenuto sotto alle due parti, cioe. a. c. & c. b. F per dimostrar questo costruvono sopra la linea. a. b. il rettangolo. a. b. d. e. talmente che la sua larghezza. a. d. sia eguale alla parte. a. c. & questo faro per la dottrina della prima proposizione, poi dal ponto. c. produco la linea. c. f. equidistante alli duoi lati. a. d. & b. e. la qual linea. c. f. sera eguale al lato. d. & al lato. b. e. per la trigesima quarta proposizione ne, & per la prima pcedente sera etiam eguale alla parte. a. c. ilche il rettangolo. a. c. d. f. sera quadrato, et sera quello della parte. a. c. & l'altro rettangolo. c. b. f. e. e' quello ch'e' fatto della parte. a. c. ditta in la parte. c. b. perche se vede che la sua larghezza. c. f. e' eguale alla parte. a. c. & la lunghezza e' l'altra parte. c. b. & perche questi duoi rettangoli, cioe il quadrato. a. c. d. f. & lo rettangolo. c. b. f. e. implicano totalmente tutto il gran rettangolo. a. b. d. e. seguita adouque che lor duoi siano equali a quel solo, & perche questo gran rettangolo e' contenuto sotto alle due linee. a. b. & a. d. & a. d. e' eguale alla parte. a. c. adouque il nostro proposito e' manifesta

manifesto, anchora per unaltro modo se possa far questa dimostrazione, cioè tolendo la linea, g. eguale alla linea a. c. & perche il rettangolo della linea, g. in tutta la linea a. b. (per la prima proposizione di questo) sera eguale alli duoi rettangoli fatti della linea, g. in diuisa in le due parti a. c. & c. b. della linea a. b. diuisa, & lo rettangolo della linea, g. in tutta la linea a. b. e' tanto quanto lo rettangolo della parte a. c. in tutta la detta linea a. b. perche, g. e' tanto quanto a. c. dal presupposto, similmente il rettangolo d. g. in a. c. e' tanto quanto il quadrato de a. c. etiam il rettangolo de g. in l'altra parte, c. b. e' tanto quanto il rettangolo della parte a. c. in l'altra parte, c. b. dilche per la detta prima proposizione di questo sera delucida to il nostro proposito.

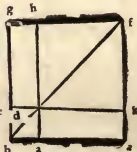


Theorema.iiii. propositioue.iiii.

Se una linea retta sera diuisa in due parti come si uoglià, quello che uien fatto dal duto de tutta la linea in se medesima, e' eguale alli quadrati che uengono fatti dal duto dell'una e' l'altra parte in se medesima & al duto dell'una parte in l'altra due uolte.

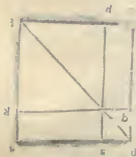
Corellario

Da questo e' manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallelogramme, che il diametro segha per mezzo sono ambedue quadrate.

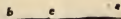
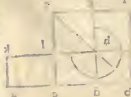
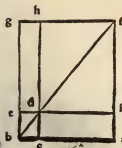


Si la linea a. b. diuisa in a. c. & b. c. dico che il quadrato de tutta la linea a. b. e' eguale alli duoi quadrati delle due linee a. c. & b. c. & al doppio di quello che fatto dal duto della linea c. b. in la a. c. (cioe del rettangolo de c. b. in a. c.) Et p dimostrar questo descriuero sopra la linea a. b. per la quadagesima sesta del primo il quadrato a. b. f. g. & tiro il diametro f. b. & dal ponto c. per la trigesima prima proposizione del primo, duco la linea c. h. equidistante alli duoi lati b. g. & a. f. la qual sega il diametro f. b. nel ponto d. dal qual ponto d. tiro la linea k. e. per la medesima trigesima prima del primo, equidistante alli duoi lati a. b. & f. g. & così tutto il quadrato a. b. f. g. sera diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi cioe a. k. c. d. & h. d. g. e. sono li duoi supplementi, liquali sono equali tra loro per la quadagesima tertia proposizione del primo, li altri duoi, cioe k. d. f. h. & c. d. b. e. sono quelli che sono segati per mezzo del diametro f. b. & questi duoi sono quadrati la qual cosa se dimostrera in questo modo, perche c. h. e' equidistante al lato a. f. & ambedue sono seghate della linea f. b. dilche per la vigesima parte della vigesima nona del primo l'angolo b. d. c. estrinseco sera eguale allo angolo b. f. a. intrinseco & se opposto, & perche lo angolo a. b. f. e' eguale anchora lui al ditto angolo b. f. a. per la quinta proposizione del primo, perche il lato a. f. e' eguale al lato a. b. del triangolo a. f. b. dilche per la prima coniectiue l'angolo c. d. b. sera eguale all'angolo c. b. d. seguita adonque per la sesta propositiue del primo, che il lato c. d. sia eguale al lato c. b. del triangolo c. b. d. & per la trigesima quarta propositiue del primo, il lato d. e. sera eguale al lato c. b. similmente il lato e. b. al lato c. d. seguita adonque per la prima coniectiue che il parallelogrammo c. d. b. e. sia di quattro lati equali, dico etiam quel esser rettangolo, perche la linea c. d. e' equidistante alla linea c. b. & ambedue sono segate della linea a. b. dilche per la tertia parte della vigesima nona del primo, li duoi angoli d. c. b. & e. b. c. intrinseci sono equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo e. b. c. e' retto per essere l'angolo del quadrato a. b. f. g. e' necessario che etiam l'angolo d. c. b. sia retto & per la trigesima quarta del primo, li duoi angoli c. d. e.

& b.e.d, contraposti seranno retti, adonque c.b.d.e, fera quadrato. & fera il quadrato della linea c.b, & per lo medesimo modo e nia se approuera. K.d.f.h, esser quadrato, dilche il correlario sera manifesto, & perche il lato K.d, del quadrato K.d.f.h, (per la trigesima quarta del primo) e' eguale alla linea a.c, (seguita ad onque chel quadrato K.d.f.h, sia il quadrato della linea a.c, & Adonque li duoi quadrati c.b.d.e. & K.d.f.h, sono li duoi quadrati delle due linee a.c, & c.b, & perche li duoi supplementi a.c.d & h.d.g.e, sono eguali, per la quadragesima terza del primo, & lo supplemento a.c.K.d.e' contenuto sotto alla linea a.c, & alla linea c.b, perche c.d,e' eguale al c.b, adonque ambidui li supplementi a.c.k.d, & h.d.g.e, giunti insieme seranno il doppio del prodotto della parte a.c, in la parte c.b, & perche questi duoi supplementi insieme con li duoi quadrati de a.c, & de c.b, impusseno precisamente il gran quadrato a.b.f.g, de tutta la linea a.b, adonque tutti lor quattro sono eguali a lui solo, che e' il proposito. Nella prima tradottione se fa la dimostration della presente quasi al opposto di questo, pche lui prima cstituise il quadretto c.d.b.e, sopra la parte c.b, poi gli aggongo al detto quadretto il gnomone secondo il duto diretuo dell'altra linea a.c, laquale se fara in questo modo, in lo quadretto c.d.b, e tiro il diametro b.d, & dal ponto a, duco la perpendicolare sopra la linea a.b, laqual sia la linea a.k, laqual a.k, insieme col diametro d.b, produro fina a tanto che pcorra nel ponto f, & dal ponto f, produro f.h, e quidistate alla linea a.b, laqual f.h, insieme con b.e, produro fina che concorranno in ponto g, e produro c.d, fina in h, & e, d, fina k, & cosi sera costituito il gran parallelogrammo a.b.f.g, diuiso in quattro parallelogrammi, come appare, hor ne blogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo parallelogrammo k.f.d.h, & questo si fara mediante il presupposto quadretto c.d.b.e, perche li duoi lati e.d, & e.b, del triangolo d.e.b, sono eguali, li duoi angoli e.d.b, & e.b.d, sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo e' e' retto (dal presupposto) dilche per la trigesima seconda del primo, li ditti duoi angoli e.d.b, & e.b.d, ciascun d'loro fara la mita d'un angolo retto, & per le medesime ragione l'uno e l'altro dell'altri duoi angoli e.d.b, & e.b.d, seranno la mita d'un angolo retto, per laqualcosa li quattro angoli, cioe h.f.d, & h.d.f, & k.f.d, & k.d.f, ciascun di loro seranno la mita d'un angolo retto, et questo se approuera (per la seconda parte della vigesima nona del primo) perche la linea b.f, segale due linee a.f, & h.f, e quidistante, e similmente le altre due g.f, & e.k, etiam g.b, che sono pur equidistanti, dilche l'angolo h.f.d, fera eguale all'angolo e.d.b, ch'e' la mita d'un retto angolo, h.d.f, fera eguale all'angolo e.b.d, adonque li duoi angoli h.d.f, & h.f.d, sono eguali, perche ciascun e' mezzo angolo retto, adonque li duoi lati h.d, & h.f, del triangolo d.h.f, per la sesta del primo, seranno eguali similmente li duoi lati k.d, & k.f, del triangolo k.d.f, & per le medesime ragione seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il parallelogrammo h.f.d.h, fera de lati equali etiam rettangolo, perche li duoi angoli terminanti in f, sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo g.f.a, sera retto, similmente l'angolo h.d.k, & similmente per la terza parte della vigesima nona del primo, l'angolo a.g, l'angolo g, seranno retti, similmente li duoi lati g.f, & g.b, del triangolo g.b.f, seranno equali (per la sesta del primo) & similmente li altri duoi lati a.b, & a.f, dell'altro triangolo a.b.f, sera equali. Adonque li duoi parallelogrammi a.b.f.g, & k.f.d.h, seranno quadrati, per la trigesima quarta del primo, & perche il gra quadrato a.f.b.g, e' il quadrato di tutta la linea a.b, & quello e' diuiso in quattro rettangoli li duoi che sono attorno al diametro f.b, sono li quadrati delle due linee a.c, & c.b, perche la linea h.d,e' eguale alla linea a.c, & li duoi supplementi sono equali fra loro (per la quadragesima terza del primo) & l'uno di quelli, cioe a.k, c.d,e' contenuto sotto alla due linee a.c, & c.b, perche c.d,e' eguale al detto c.b, Adonque li duoi supplementi a.k, c.d, & d,h, e g, giunti insieme seranno il doppio di quello che e' fatto della linea a.c, in la linea c.b, & perche li ditti duoi supplementi insieme con li duoi quadrati delle due linee a.c, & c.b, impusseno precisamente il gran quadrato a.b.f.g,



a, b, g, adunque tutti quattro se agualiano a' lui solo, che e' il proposito. Anchora per un' altro piu spedito modo se puo far questa dimostrazione, sia anchora la medesima linea, a, b, diuisa in a, c, & c, b, dico che'l quadrato de tutta la linea, a, b, e' eguale alli duoi quadrati delle due linee, a, c, & c, b, insieme con il doppio del rettangolo compreso sotto alle due linee, a, c, & c, b. Che per questo altro modo lo dimostraro sopra la linea, a, b, (per la quadragesima sesta del primo) costituiamo il quadrato, a, f, b, g, in quello tiro tutte le linee, come di sopra fu fatto, cioe, f, b, c, h, k, & perche li tre angoli del triangolo, g, f, b, sono (per la vigesima seconda del primo) equali a' duoi angoli retti, & perche l'angolo, g, e' retto (dal presupposto) necessita adunque che li altri duoi (cioe l'angolo, g, f, b, & g, b, f,) insieme siano un sol angolo retto, & perche li duoi lati, g, f, & g, b, del ditto triangolo, g, f, b, sono equali (dal presupposto per esser li lati del quadrato) li duoi angoli, g, f, h, & g, b, f, (per la quinta del primo) seranno equali, & perche tutti duoi sono un sol angolo retto, adunque cadauno di loro sera un mezzo angolo retto, & perche la linea, a, b, sega le due linee, f, a, & h, c, equidistanti, l'angolo, d, c, b, esser li fco sera eguale all'angolo, a, i, n, t, r, i, n, s, i, c, o, & perche l'angolo, a, e' retto (per esser l'angolo del quadro) l'angolo, d, c, b, sera etiam retto, & perche li tre angoli del triangolo, d, c, b, (per la detta trigesima seconda del primo) sono equali alli duoi angoli retti, & perche l'angolo, c, e' retto li altri duoi insieme seranno un sol angolo retto, & perche l'angolo, d, b, c, e' mezzo angolo retto (come se e' prouaro nel triangolo, a, f, b, adunque l'altro angolo, c, d, b, sera un altro mezzo angolo retto, Adunque li duoi angoli, c, b, d, & c, d, b, seranno equali (& per la sesta del primo) li duoi lati, c, d, & c, b, seranno etiam equali (& per la trigesima quarta del primo) il lato, d, e, sera eguale al lato, c, b, & io lato, e, b, al lato, c, d, & l'angolo, d, e, b, all'angolo, d, c, b, ch' e' retto, similmente tutto l'angolo, d, a, lui opposto, adunque, c, d, b, e, sera quadrato, (& della linea, c, b, come appare) & per la medesima ragione sera etiam quadrato, k, d, f, h, seguita adunque che li duoi parallelogrammi, o, d, b, e, & k, d, f, h, che sono intorno al diametro, f, b, sono quadrati, il correlario adunque sera manifesto, & perche, d, k, e' eguale a l, c, a, il quadrato adunque, k, d, f, h, sera il quadrato della linea, a, c, & perche li duoi supplementi, a, k, c, d, & d, h, e, g, sono equali (per la quadragesima terza del primo) & perche il supplemento, a, c, k, d, e' contenuto sotto alla linea, a, c, & alla linea, c, b, (per esser c, d, eguale al ditto, c, b,) adunque ambeduoi li detti supplementi insieme, seranno il doppio del rettangolo fatto della linea, a, c, in la linea, c, b, & perche li detti duoi supplementi insieme con li detti duoi quadrati delle due linee, a, c, & c, b, impleffeno precisamente il gran quadrato, a, f, b, g, della linea, a, b, adunque tutti quattro seranno equali a' lui solo, che e' il proposito. Anchora piu facilmente se potera far la demonstration della sopracritta propositione (per la seconda & terza propositione) exempli gratia, sia anchora la linea, a, b, diuisa in a, c, & c, b, dico che'l quadrato de tutta la linea, a, b, sera eguale alli duoi quadrati delle dette due linee, a, c, & c, b, & al doppio del rettangolo compreso sotto alle due parti, a, c, & c, b, che per questo altro breue modo se dimostrera. Perche il quadrato della linea, a, b, (diuisa in a, c,) e' eguale (per la seconda propositione di questo) alli duoi rettangoli fatti di tutta la linea, a, b, in le sue due parti, a, c, & c, b, ma perche ciascun di questi duoi rettangoli sono, equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di essa parte (per la terza di questo) exempli gratia, il rettangolo de tutta la linea, a, b, in la parte, a, c, e' eguale al rettangolo della, a, c, in la, c, b, & al quadrato della detta, a, c, (per la terza di questo) similmente l'altro rettangolo della linea, a, b, in l'altra, c, b, e' pur eguale a un' altro rettangolo della ditte linea, c, b, in la detta linea, a, c, & al quadrato della detta linea, c, b, (come nella detta terza questo fu dimostrato) & perche adunque questi duoi rettangoli della linea, a, b, in le due parti, a, c, & c, b, uno di loro e' composto del quadrato della parte, a, c, & d'un rettangolo della c, b, in la, a, c, & l'altro e' composto il quadrato del l'altra parte, c, b, & d'un altro rettangolo pur della c, b, in la, a, c, diche tra tutti duoi li detti rettangoli



Theorema.vi. Propositiothe.vi.

6 Se una linea retta sia diuisa in due parti eqli, & che a quella sia agio-
9 to in longo un'altra linea, q'llo che uien fatto dal dutto di tutta la li-
nea così composta, in quella che già e' stata agionta con quello che
uien fatto dal dutto della mita della linea in se medesima: e' equale al
quadrato descritto dal dutto di quella linea che e' composta da quel-
la linea agionta, & dalla mita, in se medesima.

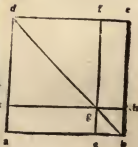
Sia la linea a.b. diuisa in due parti equale in ponto c. & a quella che gli sia ag-
giunta la linea b.d. dico che'l quadrato della linea c.d. (ilqual sia c.d.e.f.)
e' equale al rettangolo fatto da tutta la linea a.d. in la b.d. & al quadrato della li-
nea c.b. Et per dimostrar questo produo nel quadrato predetto il diametro, c.
d. & dal ponto b. tiro la linea b.g. equidistante alla linea d.f. laqual sega il dia-
metro e.d. nel ponto h. dalqual ponto h. tiro la linea h.k. equidistante alla linea
a.d. laqual sega la linea f.d. in ponto m. & la linea c.e. in ponto l. & produo la
a.k. equidistante alla c.d. ilche al parallelogrammo a.l. sera equale al parallelo-
grammo c.h. (per la trigesima quinta del primo) per esser la a.c. equale alla c.
b. & lo supplemento c.h. sera equale al supplemento h.f. (per la quadagesima ter-
za del primo) per la qual cosa a.l. sera equale al ditto supplemento h.f. ilche
aggiungendo qualmiere a ciascun d'loro lo parallelogrammo c.m. l'istima sera an-
chora equale (per la seconda concettione) adonq' il gnomone f.b.l. sera equale al
la superficie a.m. aggiungendoli etiam equalmiere l.g. (qual e' quadrato) per lo cor-
relario della quarta) sera pur le ditte due summe anchor equale, & perche il ditto
gnomone i.f.b.l. con lo quadrato l.g. sera equale al quadrato c.f. adonq' il restan-
golo a.m. con lo ditto quadrato l.g. sera equale al ditto quadrato c.f. il quale e' il
quadrato della linea c.d. & pche il quadrato l.g. e' il quadrato della linea c.b. p
esser l.h. equale al c.b. & lo rettangolo a.m. e' contenuto sotto a tutta la linea a.d.
(per esser d.m. equale al b.d.) per esser ciascun lato del quadrato b.m. seguita a
donq' che'l rettangolo fatto della linea a.d. in la linea b.d. cò lo quadrato della li-
nea c.b. esser equale al quadrato della linea c.d. che e' il proposito.



Theorema.vii. Propositiothe.vii.

7 Se una linea retta sia diuisa in due parti, come si uoglia, quel lo che
7 uien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quello che
uien fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima, e' equale
a' quelli rettangoli che uengono fatti da tutta la linea in la medesi-
ma parte due uolte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

Sia la linea a.b. diuisa in due parti in ponto c. dico che'l quadrato de tutta la
linea a.b. cò lo quadrato della linea c.b. e' equale a quello che vien fatto dal
la linea a.b. due uolte in la c.b. in siema cò lo quadrato della linea a.c. Et per di-
mostrar tal cosa descriuero il quadrato della linea a.b. (p la quadagesima sesta
del primo) qual sia il quadrato a.o.d.e. & proituro il diametro d.b. & dal ponto
e. tiro la linea c.f. equidistante alla linea b.e. laqual sega il diametro d.b. in lo pò-
to g. & dal pòto g. tiro la linea k.g. equidistante alla linea a. b. & pche il qua-
drato a.c. cò lo quadrato c.h. sono tanto quato il quadrato k.f. cò le due superficie
a.h. & c.e. & pche le due superficie a.h. & c.e. sono de piu del gnomone a.h. f. ito
quato el quadrato c.h. per esser il ditto quadrato còputa due fiade, cioe vna in
la superficie a.h. & l'altra in l'altra superficie c.e. & pche queste due superficie a.h. & c.e.
sono equale (come per la 43. del primo se puo prouare) & l'una di quelle, cioe
a.h. e' còtenuta sotto a tutta la linea a.b. & alla linea c.b. p esser b. h. equale alla
b.e. (p esser ciascuna lato de c.h. l'istual e' quadro in siema cò k. f. p il correlario
della quarta di questo) adonq' le due superficie a.h. & c.e. in siema sono il doppio
de a.h. aggiunto a quello il quadrato k.f. (il qual vien a esser il quadrato della a.
c. per esser la k.g. equal alla detta a.c. tutta questa summa sera equal a tutto il
quadrato a.c. in siema con lo quadrato c.h. che e' il proposito.



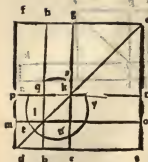
Theorema.viii. Propositione.viii.

8 Se una linea retta sia diuisa in due parti come si uogliono, & a quella
8 gli sia aggiunto in lungo un'altra linea eguale a' una di quelle parti,
Q uello che uien fatto dal duto di tutta la linea cosi composta in se
medesima, sera eguale al rettangolo fatto dal duto della prima li-
nea in quella agionta quattro uolte, & al quadrato de l'altra parte.

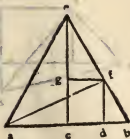
Sella linea.a.b.diuisa in ponto.c.allaquale sia aggiunto in lungo la linea.b.d.
 eguale alla parte.c.b.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.d.(ilquale fia.a.
 d.e.f.)e' eguale a quattro rettangoli fatti della linea.a.b. in la linea. b. d. & al
 quadrato della linea.a.c. Et questo sera manifesto dutto il diametro.e.d. & dalli
 duoi ponti.c.&b.dutte le due linee.c.g.&b.h.equidistante alla linea.d.f.lequa
 le legano il diametro.e.d.nelli duoi ponti.l.&K. dalliquali ponti tiro le due li
 nee.p.q.K.r.& m.l.n.o.equidistante alla linea.a.d.dilche tutto il quadrato del
 la.a.d.fera diuiso in noue superficie delleguale la superficie.r.g. & tutta la superfi
 cie.c.p.fono quadrate(per lo correlario della quarta di questo) & perche il qua
 drato.c.p.e' diuiso in le quattro superficie.c.l.b.m.n.q.& l.p. di le quale le due
 cioe.b.m.&n.q.son etiam quadrate (per lo detto correlario della quarta di que
 sto) & pche.b.d.e'equal al.b.e il supplemento.l.fera(per la trigesima sesta del
 primo) eguale al quadrato.b.m. & pche il supplemento.l.p.eguale al ditto qua
 drato.b.m.(per la prima coeitione) & pche il lato del quadrato.n.q.cioe.m.l.
 (per la trigesima tercia del primo)e' eguale al.c.b.&c.b.e eguale (come detto)
 al lato.b.d.(leguita per la prima coniectione) che'l lato.n.l.fia eguale al lato.b.
 d.(per communia scientia) il quadrato.n.q.fera eguale al quadrato.b.m.dilche
 tutto il quadrato.c.p.vien a esser diuiso in quattro parte equali, cioe in qua
 tro quadrati predetti. & pche li duoi supplementi.a.K.&K.f. del quadrato.a.f.son
 equali(per la quadragesima tercia del primo)& pche.n.e' eguale al.b.l. (lato
 del quadrato.b.m.) per la trigesima tercia del primo) similmente il lato. K.n. del
 quadrato.n.q.e' eguale al detto lato.b.l.(per esser li detti quadrati equali) adon
 que(per la prima coeitione).K.n.fera eguale al.n.c.(& per la trigesima sesta del
 primo) il parallelogrammo.c.o.fera eguale al parallelogrammo.n.r. & pche li
 duoi supplementi.n.r.&K.h. del quadrato.o.f. sono equali(per la ditto.43. del prio)
 cauandoli delli duoi primi supplementi,cioe de.a.K.&K.f.li duoi rimanenti, cioe
 a.n.&q.f.(per la terza coniectione) seran equali, & pche.K.h.e' eguale (come
 detto) al.f.r.&n.r.e' equal al.a.n.feguita adonche le quattro superficie.cioe.a.n.
 r.r.K.h.&q.f.fiano equali, per esser ciascuna eguale alla superficie.a.nouo
 ro.c.o.(che e la medesima) & perche la detta superficie.a.n.giungendoli il quadra
 to.c.l.tutta la summa cosi coposita (che seria il rettangolo.a.l.) fara il rettangolo
 copreso sotto la linea.a.b.& alla linea.b.d. (per esser.b.l.eguale alla linea.b.d.)
 adonche le quattro superficie.a.m.o.K.h.&q.f. insieme con li quattro quadrati
 c.l.b.m.n.q.l.p.faranno in summa quanto superficie.a.l.la qual summa seria il gno
 mo.s.t.y.ouer.g.p.a.che e el medesimo, & pche il quadrato.r.g.e' il quadrato
 della linea.a.c.(per esser.r.l.eguale al.a.c.per la trigesima quarta del primo) &
 il detto quadrato.r.g.insieme co lo detto gnomone, se equaliano al quadrato de
 la linea.a.d.cioe.al quadrato.a.f.feguita adonche il quadrato della linea.a.c.
 insieme con li quattro rettangoli fatti della linea.a.b.in la linea.b.d. & equalia
 no al quadrato della linea.a.d.che e il proposito.

Theorema.ix. Propositione.ix.

$\frac{2}{9}$ Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & in due nō equali li quadrati che uengono fatti dal tutto delle sectioni non equali in se medesime tolti insieme, son doppj, alli qdrati descritti della mità della linea, & da qlla linea che giace fra una e l'altra sectiō tolti insieme.



Sia la linea a.b. diuisa in due parti eguale in ponto.c. & in duol parti none
quale in ponto.d. dico che'l quadrato della linea.a.d. giunto con lo quadra
to della linea.d.b. sono doppii al quadrato della linea.a.c. giunto con lo quadra
to della linea.c.d. Et per dimostrar questo, dal ponto.c. tiro la linea.c.e. p. re
dicolare alla linea.a.b. & quella faccio eguale a l'una, e all'altra delle due linee
a.c. & c.b. & produco le due linee.e.a. & e.b. & fera costituio il triangolo.a.e.b.
el quale e diuiso in duoi triangoli.e.c.b. & e.a.c. (dalla perpendicolare.c.e.) & p
che el lato.c.e.e' eguale al lato.c.b. (del triangolo.c.e.b.) li duoi angoli.c.e.b.
& c.b.e. (per la quinta del primo) sono equali & per esser l'angolo.e.c.b. retto
luno'e l'altro delli duoi angoli.c.e.b. & c.b.e. (per la trigesima seconda del pri
mo) fara la mita d'un angolo retto, & per le medesime ragione li duoi angoli.c
a.e. & c.e. a. ciascun di loro fara la mita d'un angolo retto, dilche tutto l'angolo.e
fara retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) hor dal ponto.d. pro
duco la linea.d.f. equidistante alla.c.e. & perpendicolare sopra la linea.a.b. dilche
lun.e l'altro degli duoi angoli.d.f. sera retto, & perche l'angolo.d.b.f. (come e det
to) mezzo angolo retto, & perche l'angolo.b.d.f.e' retto necessita (per la trig
esima secoda del primo) che l'angol.d.f.b. sia mezzangolo retto (& p la scita
del primo) il lato.d.f. sera eguale al lato.d.b. hor dal ponto.f. conduco la linea.f.g.
quidistante alla linea.a.b. dilche li duoi angoli che sono al g. (per la seconda par
te della vigesima nona del primo) l'uno e l'altro sera retto, & l'angolo.e.f.g. (per
la ditta trigesima seconda del primo) fara la mita d'un angolo retto, per la qual
cosa li duoi lati.g.e. & g.f. (per la scita del primo) seranno equali (& per la penul
tima del primo) il quadrato de.e.f. e' eguale al quadrato de. e.g. & al quadrato
de.g.f. per la qual cosa il quadrato del ditto.e.f. sera doppio al quadrato solo.de.g.
f. & p esser.g.f. eguale al.c.d. (per la trigesima quarta del primo) seguita adonque
che'l quadrato de.e.f. sia doppio al quadrato de.c.d. hor tiro la f. a. & perche il
quadrato de.e.a. e' eguale al quadrato de.a.c. & al quadrato de.c.e. (per la de
ta penultima del primo) & perche.a.c.e' eguale al.c.e. seguita che'l quadrato de
a.c. sia doppio al quadrato de.a.c. & perche il quadrato de.a.f. e eguale al qua
drato de.a.e. & de.e.f. (per la detta penultima del primo) adonque il quadrato
de.a.f. sera doppio al quadrato de.a.c. & al quadrato de.c.d. & pche il quadrato
del ditto.a.f. (per la detta penultima del primo) anchora li e eguale al quadrat
to della.a.d. & al quadrato della.d.f. seguita adonque che'l quadrato della.a.d. &
lo quadrato della.d.f. giunti insieme sono doppii al quadrato della.a.c. & al qua
drato della.c.d. tolti insieme, & pche il quadrato della.d.f. e' eguale al quadrato
della.d.b. adonq li quadrati delle due linee.a.d. & d.b. seranno doppii alli qua
drati delle due linee.a.c. & c.d. che e' il proposito.



Theorema.x. Proposizione.x.

10 Se una linea retta sera diuisa in due parti equali, & che a quella sia
aggiunto in lungo un'altra linea, il quadrato che uien descritto da
tutta con la aggiunta, & il quadrato che uien descritto da quella che
e' aggiunta l'un e l'altro di questi duoi quadrati tolti insieme e' ne
cessario essere doppii, al quadrato che uien descritto dalla mita del
la prima linea, & a quello che uien prodotto da quella che e' com
posta della mita, & dall'aggiota, cioe di qlli duoi qdrati tolti insieme.

Sia la linea.a.b. diuisa in due parti equali in ponto.c. & a quella sia aggiunta la
linea.b.d. dico che'l quadrato della linea. a. d. insieme con lo quadrato della
linea.b.d. ambidui cosi insieme sono doppii alli duoi quadrati delle due linee.a.
c. & c.d. tolti ambidui insieme, & p dimostrar questo, dal ponto.c. (p la. n. del pri
mo) rigo la linea.c.e. ppendicolare alla linea.a.d. & dlla (p la. 3. del prio) pogo eqle
all'una e l'altra delle due.a.c. & c.b. & dal poto.c. p la pria petitiō) duole le
nee.e.a. & e.b. fera costituio il triangol.e.a.b. dilche l'ū e l'altro de duoi angoli

Problema prima. Propositione. xi

Scala data linea. a. b. laquale volemo diuidere così conditionatamente che quel
che u'è p'duto da tutta la linea in la sua menor parte sia eguale al quadrato
dell'altra maggior parte, & per far tal cosa descirui il quadrato sopra la detta
linea. a. b. per la quadragesima sesta del primo il qual, sia. a. b. c. d. & diuido il las
to. b. d. in due parti eguale in ponto. e. & produca la a. e. & slongò etiam la. e. b.
finà in ponto. f. talmente che la. e. f. sia eguale alla. e. c. & sopra la parte illinfissa
b. f. descirui (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato. b. g. h. ilquale se
g. da alla linea. a. b. la parte. b. h. eguale alla parte. b. f. hor dico che la linea. a. b. e
diuisa talmente in ponto. h. che quello che è fatto da tutta la linea. a. b. in la sua mi
nor parte. a. h. e' eguale al quadrato dalla parte. b. h. & per dimostrar questo slon
ga la. g. h. per fin al. k. la qual fra equidistante al. a. c. perche adunque la linea
d. b. e' diuisa in due parti eguale in ponto. e. & a quella glie aggiunta la linea. b. f.
il rettangolo compreso sotto a tutta la linea. d. f. & alla linea. b. f. col quadrato della
e. b. per la sesta di questo, sera eguale al quadrato della. e. f. & pche. e. f. si è eguale
alla. e. a. il rettangolo adò que fatto della. d. f. in la. b. f. cò lo quadrato della. e. b. sera
eguale

eguale al quadrato della .e.a.& perche il quadrato della .e.a. (per la penultima del primo) sia eguale alli duoi quadrati delle due linee .e.b.&.a.b. seguita adon- que chel rettangolo della .d.f.in la .b.f.con lo quadrato della .e. b. sia eguale al medesimo quadrato della .e.b.insieme con lo quadrato della .a.b.levando via da l'una e l'altra somma il quadrato della ditra .e.b.li duoi rimanenti (per la terza concertione) seranno fra loro equali, delli quali rimanenti l'uno serail rettango lo fatto della .d.f.nella .b.f.& l'altro e il quadrato della .a.b.& perche il rettango lo fatto della .d.f.nella .b.f.si e' la superficie .d.g.perche .f.g.e' eguale a .b.f.(per esser ciaschun di loro lato il quadrato .b.f.g.h.) adonq; la superficie .d.g.sera egua le al quadrato della .a.b. cioe al quadrato .a.d. hor se comunamente ne cau mo la superficie .d.h.li duoi rimanenti seranno anchora equali (per la terza ter- tia concertione) l'uno d' quali rimanenti e' la superficie .a.k. l'altro sera il quadra to .b.f.g.h.& perche la superficie .a.k.e' contenuta sotto a tutta la linea .a.b.& al la sua minor parte .a.h.(per esser .a.c.eguale a .a.b.) & lo quadrato .b.f.g.h.e' il quadrato de .b.h.cioe de l'altra sua maggior parte, adonque la linea .a.b.sera di uisa secondo il proposito nel ponto .h.perche la superficie, ouer rettangolo de tutta la linea .a.b.in la sua minor parte .a.h.e' eguale al quadrato del l'altra sua maggior parte .h.b.Et nota che non bisogna a fancarsi in uoler diuidere in que- sto modo vn numero perche e impossibile, come in la vigesima nona del sesto si manifestara.

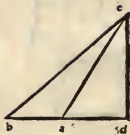
Il Traduttore.

LA Vigesima nona del sesto non dimostra quel che dice il cōmentatore, cioe che'l non si possa diuidere un numero sotto la detta conditioe, anzi la di- mostra in la sesta del tercio decimo,

Theorema.xi. Propositione.xii.

In li triangoli che hanno un angolo ottuso tanto e piu potene quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambidui li altri duoi lati che contengono l'angolo ottuso, quanto e' quello che e' contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se direttamente congiunta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due uolte.

Sia il triangolo .a.b.c. elquale habbia l'angolo .a.ottuso dal ponto .c. sia dut- ta vna linea perpendicolare alla linea .a.b.laqual de necessita cade fuora del tri- angolo .a.b.c.altramente l'angolo .a.seria retto, ouer minor d'un retto (per la ses- tadecima del primo) laqual cosa seria contra il presupposito, ouer che cadeno di dentro del triangolo sopra la linea .a.b.constituera il triangolo uerso .a. che li duoi angoli di quello serian maggiori de duoi angoli retti, cioe l'angolo .a. in siem- me con l'angolo retto (che faria la perpendicolare) la qual cosa e' impossibile, (per la trigesima seconda del primo) sicche adonque la detta perpendicolare ca- detta de fuora del detto triangolo .a.b.c.laqual poniam o sia la linea .c.d. ma per- che la linea .b.a.non arriva fina al ponto del cadimento della detta perpendico- la pero s'alongaremo quella per fina al detto ponto ilquale sia il ponto .d. hor di- co che'l quadrato del lato .b.c.(ilquale sotto tende all'angolo .a.ottuso) e' tanto maggior delli duoi quadrati delle due linee .a.b.&.a.c.(circondante il detto ang- lo .a.ottuso) quanto e il doppio di quello, che vien fatto da .a.b.in .a.d. ma inanti che vegniamo alla dimostrazione bisogna notare qualmente la posanza di una linea, e' in rispetto dil suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto e' il quadrato descritto sopra a quella, ouer quanto e il prodotto di quella ditra in si medesima, hor vegniamo alla dimostrazione dalla proposta propositione, perche la linea .b.d.e' diuisa in due parti in ponto .a. dilche il quadrato de tutta la linea .b.d.seraequal (p la .4. di isto) alli duoi quadrati delle due linee .b.a.&.a.d.



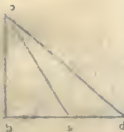
di quello che vien fatto della a, b in a, d , & per che il quadrato della b, c (per la penultima del primo) e' eguale al quadrato della b, d , & al quadrato della d, c ad onq' il quadrato di questa b, c sera eguale alli quadrati delle tre linee b, a, a, d , & d, c & al doppio di quello che vien fatto dal a, b in a, d , ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della a, c e' equal alli doi quadrati delle due linee a, d , & d, c , adonque il quadrato della b, c e' eguale alli doi quadrati delle due linee b, a , & a, c , & al doppio di quello che vien fatto della b, a in a, d , per la qual cosa il lato b, c puo piu delle due linee b, a & a, c tanto quanto e' il doppio di quello che uien fatto dal a, b in a, d , che pche za hauemo detto che tanto se dice poter qualunq' linea quanto quello che la produce ditta in se medesima, che e' il proposito;

Theorema. xii. Propolitione. xiii.

Quella linea che riguarda un angolo acuto di ogni triangolo ossigonio, puo tanto meno de' ambiduo i li altri lati, che contengono quel angolo acuto, quanto e' quello che e' contenuto due uolte sotto de' quello al quale sta sopra la perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

Quello che qui si prepone del lato riguardante alcun angolo acuto in el triangolo ossigonio se verifica del lato riguardante qual si voglia angolo acuto in ogni triangolo, o sia orthogonio, ouer ambigonio, ouer ossigonio. **S**ia adonque il triangolo a, b, c , & sia qual triangolo si voglia che habbia lo angolo c acuto, se si fera ossigonio ducendo la perpendicolare dallo angolo a , ouero d'lo angolo b al suo lato opposto, la detta perpendicolare sempre ca dera di dentro del triangolo (come sotto si dimostrara) ma se il ditto triangolo a, b, c sera ambigonio, ouer orthogonio ducendo la perpendicolare dall'angolo ottuso (ouer dal retto) all'ato opposto e' necessario che quella cada di dentro del triangolo (e questo di sotto se dimostrara) siando adonque l'angolo a retto ouer omiso ouer acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicola al lato b, c , opposto cadera dentro del triangolo sopra la detta linea, ouer lato b, c quella poniamo sia la linea a, d , & perche in ogni triangolo e' necessario che gli sia doi angoli acuti (per la trigesima seconda del primo) dilche stante il presupposito l'angolo b sera etiam acuto si come e' l'angolo c , dico adunque che el quadrato de a, b (che opposto all'angolo c acuto) e' tanto minor delli doi quadrati delle due linee a, c , & b, c , quanto e' il doppio di quello che vien fatto della b, c in a, d , e ouer dico che el quadrato della a, c (il quale etiam e' opposto all'angolo b , il quale ponessimo etiam acuto) e' tanto minor delli doi quadrati delle due linee a, b , & b, c , quanto e' il doppio di quello che vien fatto della c, b in a, d , & perche la linea b, c e' diuisa in due parti nel ponto d , il quadrato di tutta la linea b, c con lo quadrato della parte d, c (per la settima di questo) sera eguale a quello che vien fatto della b, c in a, d , due volte & al quadrato dell'altra parte (dico della b, d) dilche aggiungendo a l'un e l'altro il quadrato della a, d , sera etiam il quadrato della b, c con li doi quadrati delle due linee a, d , & d, c eguale alli doi quadrati delle due linee a, d , & d, b , & al doppio di quello che vien fatto della b, c in a, d , & perche (per la penultima del primo) il quadrato della a, c , e' eguale alli quadrati delle due linee a, d , & d, c , adonque il quadrato della b, c e' lo quadrato della a, c e' eguale alli quadrati delle due linee a, d , & d, b , & al doppio di quello che vien fatto della b, c in a, d , & perche (per la penultima del primo) il quadrato della a, c , e' eguale alli quadrati delle due linee a, d , & d, c , adonque il quadrato della b, c con lo quadrato della a, c , si e' equal al quadrato della a, b , & al doppio di quel che vien fatto della b, c in a, d ,

per



per laqualecosa il quadrato solo della a. b. seria minor delli detti duoi quadrati de b. c. & a. c. quanto seria il doppio di quel che vien fatto della detta b. c. in la c. d. che e il proposito, per simili modo tu approverai che'l quadrato del lato a. c. che e opposto all'angolo b. acuto, esser tanto minor delli quadrati delle due linee, a. b. & b. c. quanto e il doppio di quello che vien fatto della c. b. in la b. d. E re da notar che per questa, & per la precedente, & per la penultima del primo, che conosciuto che hauemo i lati di ogni triangolo se conosce la area superficiali di quello, & con lo agiutto delle tanole de corda, & arco, se conosce ogni angolo di quello.

Il Traduttore.

Hora per approvare che tirando del l'angolo a. del proposito triangolo a. b. c. vna perpendicolare al lato b. c. e opposto come le necessario (essendo l'angolo a. obtuso, ouer retto, ouer acuto d'un triangolo oxigonio) che lei cada di dietro del triangolo, ponteremo in margine il medesimo triangolo a. b. c. & proposteremo (che tirando al detto angolo a. vna perpendicolare alla linea b. c.) che l' sia possibile (per l'aduersario) che la cada de fuora del triangolo nel ponto d. & alungorola linea c. b. per fin al detto ponto d. & sera costituito il triangolo a. b. d. de fora del proposito triangolo a. b. c. & peche li duoi angoli a. b. c. & a. c. b. stante l'angolo a. secondo il presupposito, (per la trigesima seconda del primo) lo no acuti adonque se l'angolo a. b. c. e acuto l'angolo a. b. d. del triangolo a. b. d. (per la tercia: cima del primo) sera obtuso & l'altro angolo a. d. b. (per esser costituito della perpendicolare a. d.) sera retto, adonque li duoi angoli a. b. d. & a. d. b. (del triangolo a. b. d.) giunti insieme seriano maggiori de duoi angoli recti, laqualecosa e impossibile (per la decima settima del primo) seguita adonque che la detta ppendicolar debba cader di dietro del triangolo de necessita, che e il pposito

Problemam. iiii. Propositione. xiiii.

Proposti duoi quadrati, come si uoglia, a l'uno di quelli puotemo desferuere un gnomone eguale all'altro.

Il Traduttore.

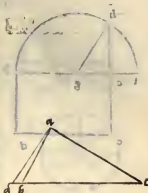
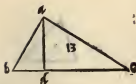
Questa propositione in la prima tradottione fu posta in fine del primo libro ma per non esser lui suo condeciente loco, la hauemo quiui asserata.

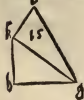
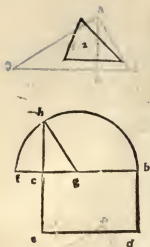
Siano adoque pposti li duoi quadrati a. b. & c. d. & sia il pposito de descriuere attorno il quadrato a. b. vn gnomone, che sia eguale a l'altro quadrato c. d. Per tanto sia alungaro uno di lati del quadrato a. b. direttamente per fina alla e qualita d'uno di lati del quadrato c. d. & sia f. e. cioe che f. e. sia eguale a vno de lati del quadrato c. d. & dal ponto e. sia tirata vna linea al ponto a. (angolo del quadrato a. b.) & sera costituito il triangolo a. f. e. orthogonio (per esser l'angolo a. f. e. retto) & perche il quadrato de a. e. f. e' tanto quanto li duoi quadrati delle due linee a. f. & f. e. (per la penultima del primo) ma il quadrato della f. e. e' eguale al quadrato c. d. & lo quadrato della a. f. e' eguale al quadrato a. b. adonque il quadrato della a. e. f. e' eguale alli duoi quadrati a. b. & c. d. Et perche li duoi lati a. f. & f. e. sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato a. e. & perche la b. f. sia eguale alla f. a. tutta la linea b. e. sera maggiore del dito lato a. e. Adonque della linea b. e. sia resegata la parte b. c. (per la tercia del primo) eguale al lato a. e. talmente che la b. c. sia eguale alla ditta a. e. & sopra la linea b. c. (per la quadragesima sesta del primo) sia costituito il quadrato b. c. g. h. il qual quadrato b. c. g. h. e' eguale al quadrato della a. e. (come di sopra fu approuado) sic eguale alli duoi quadrati a. b. & c. d. adonque il quadrato b. c. g. h. (per la prima conctio ne) sera eguale alli duoi quadrati a. b. & c. d. ma il quadrato b. c. g. h. sopra banda il quadrato a. b. nel gnomone m. n. o. il qual gnomone m. n. o. verra a esser eguale al quadrato c. d. adonque attorno il quadrato a. b. hauemo descripto il gnomone m. n. o. eguale a l'altro quadrato c. d. che e il proposito.

Problemam. iiii. Propositione. xv.

14 Puotemo descriuere un quadrato eguale a uno dato triangolo.

14 E IIII





Si il dato triangolo a qualche noi uolemo descriuere uno quadrato eguale designaro una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) eguale al dato triangolo a, laqual pongo sia la superficie b, c, d, e. & se per caso li lati di quella fusseno eguali, cioe, che lo lato. b, d, fusse eguale al lato. d, e. noi hauereffimo quello che cerchamo, perche la detta superficie per la diffinitione seria vn quadrato, come se adimanda, ma se li lati fusseno ineguali allhora aggiungero il lato minore, al lato maggiore indiretto, & sia, c, f, cioe che c, f, sia eguale a c, e. suo minor lato, il quale e aggiunto indiretto al b, c. suo maggior lato secondo la retitudine, hor tutta questa linea, b, f. diuidero in due parti ineguali in ponto, g. & fatto, g. centro sopra la linea a, b, f. secondo la quantita della linea, g, b. deferuero il mezzo cerchio. b, h, f. & lo lato. e. c. allongaro per fina a tanto che l' segna la circonferenza in ponto, h. hor dico che l' quadrato della linea, c, h. e' eguale al dato triangolo dato, Et per dimostrar questo lo tiraro la linea, g, h. & perche la linea, f, b, diuisa in due parti eguali in ponto, g. & in due parti ineguali in ponto, c, quello che vien fatto dal duto della b, c. in la c, f. con lo quadrato della c, g. (per la quinta di questo) e' eguale al quadrato della g, f. & perche, g, h. e' eguale alla g, f. (per la quattordicesima diffinitione del primo) perche ambedue se parteno dal centro g. e' vanno alla circonferenza, adonque quello che vien fatto dal duto della b, c. in la c, f. con lo quadrato della, g, c. sera eguale al quadrato della, g, h. & perche il quadrato della, g, h. sia eguale per la penultima del primo) alli duoi quadrati delle due linee g, c. & c, h. adonque li detti duoi quadrati de g, c. & c, h. seranno eguali al detto quadrato, de g, c. insieme con quello ch' e' fatto dal duto della b, c. in la c, f. leuando adonque comunamente da l'una e l'altra parte il quadrato della, c, g. restara il quadrato folo della, c, h. eguale a quello che vien fatto dal duto della b, c. in la c, f. & perche il duto della b, c. in la c, f. e' eguale alla superficie, b, c, d, e. perche, c, e. e' eguale alla c, f. adonque il quadrato della linea, c, h. sera eguale alla superficie, b, c, d, e. & perche la superficie, b, c, d, e. e' eguale al triangolo, a, adonque il quadrato della linea, c, h. sera eguale (per la prima concorde) al triangolo, a, che e' il proposto. Et nota che per questo modo se troua il lato tetragonico de quali si voglia figura piu longa da vna banda che dall'altra, & semplicemente d'ogni figura contenuta da linee rette sia come si voglia. Perche ogni tal figura la resoluemo in tri angoli, & de cadauno di queglii triangoli, trouamo il lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, et dapo trouamo (per la penultima del primo) una linea la qual possi in tutti quei lati tetragonici trouati, exempli gratia, voglio al presente trouar il lato tetragonico della figura irregulare. a, b, c, d, e, f, re soluo quella in tre triangoli, quali sono a, b, f. c, d, e. & c, f, e. Anchora secondo la dottrina di questa ritrouo li lati tetragonici di questi tre triangoli, quali siano, g, h, h, K, &, K, l, & rigo la h, l. perpendicolarmente sopra la g, h. & tiro la, g, K. onde (per la penultima del primo) il quadrato della, g, K. sera eguale alli quadrati delle due linee, g, h. & h, K, & lo terzo lato, K, l. lo costituisco perpendicolarmente sopra la linea, g, K. & tiro la linea, g, l. e la linea, g, l. e la detta penultima del primo) sera il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea pposta, ch' e' il nostro pposito.

Il Traduttore.

El testo di questa vltima propositione di questo secondo libro, in la seconda tradottione dice in questa forma.

Puotemo constituir un quadrato eguale a un dato rettilineo.

L Aqual propositione e' piu generale d'illa sopra scritta, perche lei propone tutto quello, che aggiunge il commentatore nella sopra scritta, ma non la concludo, per il modo dato di sopra, anzi la conclude per la quadragesima quinta del primo (dellaqual manca la prima tradottione) cioe lui vol che sia costituito vn parallelogramo rettangolo eguale al dato rettilineo (p la detta quadragesima quinta del primo) dapo procede come di sopra si fece del parallelogramo, b, d, c, e.

Fine del secondo libro.

I N C O M I N C I A

IL TERZO LIBRO DELLI PRINCIPII

DI EUCLIDE MEGARENSE MATHEMATICO

prestantissimo secondo le due tradottioni, da Nicolo Tarra
lea Brisciano con diligenza dallo latino in vo-
gate tradotto & dilucidato.



Diffinitione prima.

1. **L**i cerchi se dicono esser equali, quando li diametri, ouer li mezzi dia-
metri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti dia-
metri, ouer mezzi diametri sono maggiori & minori quelli di quali
sono minori.



Il Traduttore

Questa diffinitione, ouer suppositione e assai manifesta da se, cioe che li cerchi
che hanno li lor diametri, ouer li lor mezzi diametri equali sono fra loro e
quali, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & conuerſo, e questo ba-
sta senza addor esempio, uero e che questa e piu presto suppositione, ouer petito-
ne che diffinitione.

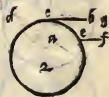


Diffinitione.ii.

2. **V**na linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio
talmente che alongandola da l'una e l'altra parte quella non segha
licer chio.

Il Traduttore,

In la presente diffinitione vien notificado come vna linea vien detta tocca-
re vn cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongan-
dola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per exemplo, sia il de-
tto cerchio, a. toccado dalla linea b. c. in ponto c. & dalla linea, e. f. in ponto, e. &
perche chi menasse, ouer producesse la linea, b. c. dalla parte, e. verso d. ouer da
la parte, b. verso g. lei non segara il detto cerchio, come al senſo si puo considera-
re, pero se dira che la detta linea b. c. tocca il detto cerchio in lo detto ponto, e. la
qualcosa non si puo dire della linea, e. f. perche chi ducesse quella dalla parte, e.
inuerſo, a. senza dubbio lei segara il detto cerchio come da te puot considerar, pe-
ro non si intendera che essa linea, e. f. sia toccante il cerchio .a., anzi sara segante il
detto cerchio, & la b. c. sara toccante il detto cerchio.



Diffinitione.iii.

3. **Q**uelli cerchi si dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra lo-
ro non si segnano.

Il Traduttore,

In questa diffinitione vien dichiarato come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, & non si segano, effempio, siano li doi cerchi, a. & b. liquali si toccano nel ponto, c. & li doi altri, d. & e. liquali si toccano etiam loro, ma si segano nelli doi ponti, f. & g. dilche li doi cerchi, a. & b. perche si toccano, & non si segano nel ponto, c. se diranno tocanti fra loro nel ponto, c. laqual cosa non si dira delli doi cerchi, d. & e. abenche anchora loro si toccano, perche nel tocar che fanno si segano nelli doi ponti, f. & g. anzi se diranno seganti, fra loro & li doi, a. & b. toccanti & similmente li doi, h. & k. in ponto, m.

Diffinitione.iiii.

4 Le linee rette in un cerchio sono dette equalmente distate dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle seranno eguale.

Il Traduttore,

El le dichiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchio sono dette equalmente distate dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare dal detto centro a ciascuna di quelle seranno equali, effempio, siano le due linee, b. & c. d. e. nel cerchio, a. & sopra ciascuna di loro (dal centro, a.) siano dutte le perpendicolare, a. f. & a. g. se per caso le dette due perpendicolare, cioe, a. f. & a. g. seranno eguale le dette due linee, b. c. & d. e. se diranno equalmente distate dal centro ideo &c.

Diffinitione.v.

5 Et piu distate dal centro e' detta quella in la quale cade piu longa la detta perpendicolare.

Il Traduttore,

Questa diffinitione abenche la sia disgiunta dalla passata tamen la se dice intendere congiunta con quella, perche dice che le linee piu descritte in qualche cerchio, quella e' detta piu distate dal centro del detto cerchio, in la quale cade la perpendicolare piu longa, effempio, siano le due linee, h. i. & k. l. in lo cerchio, m. sopra dellequale dal centro, m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare, m. n. & m. o. & perche la perpendicolare, m. n. e' piu longa della perpendicolare, m. o. se dira che la linea, h. i. e' piu distate dal centro, m. che non e' la linea, k. l. & questo e' quello che se vuol inferire.

Diffinitione.vi.

6 Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio e' detta corda.

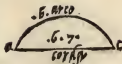
Il Traduttore,

La presente diffinitione ne aduertisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio e' nominata, corda, effempio la parte d'un cerchio, a. b. c. contenuta

contenuta dalla linea curva, a, b, c, & dalla linea retta, a, c, dice che la linea, a, c, detta corda.

Diffinitione. vii.

Z Et la parte della circonferentia se chiama arco.



Il Traduttore.

LA presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio e' chiamata arco, che seria la linea curva, a, b, c, della figura superiore laquale satisfia, ad un perlo effempio di questa.

Diffinitione. viii.

8 Et l'angolo che e' contenuto dalla corda e dal arco e' detto angolo della portione.



Il Traduttore.

LA presente diffinitione dice che l'angolo che e' contenuto dalla corda & tillo arco d'una portione e' detto angolo della portione, effempio, sia la portione, c, d, e, dico che ciascuno delli duoi angoli contenuti dalla corda, c, e, & dal arco, c, d, e, sono detti angoli della portione, liquali angoli l'uno e' l'angolo, c, & l'altro e' l'angolo, e, & c.

Diffinitione. ix.

9 L'angolo, che e' contenuto da due linee rette che usciscano da qualunque ponto che sia in l'arco, & uadino alli termini della corda, e' detto stare sopra l'arco.

Il Traduttore.

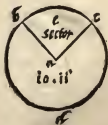
Questa diffinitione admonisce, che quel angolo e' detto stare sopra de l'arco, ilqual e' contenuto da due linee rette dette di qual si voglia ponto che sia in l'arco alli duoi termini della corda, effempio, sia la portione, a, b, c, & sopra de l'arco sia tolto il ponto, b, dal quale tirando le due linee, a, b, & c, b, alli duoi termini della corda, a, c, sera costituito l'angolo, a, b, c, il qual angolo, a, b, c, e' detto stare sopra l'arco, a, b, c, & c.

Diffinitione. x.

10 Sector del cerchio e' una figura, che e' contenuta sotto a' due linee rette, dette dal cetro, & sotto a' l'arco comprehenso da quelle.

Il Traduttore.

LA presente diffinitione ne da intendere come il sector di cerchio e' una figura laquale e' contenuta sotto a' due linee rette dette dal cetro, & sotto a'



S il propoſto cerchio, a. b. c. dilquale volemo ritrouare il ſuo centro tiro nel detto cerchio la linea. a. e. laqual termini oue ſi uogliono la circonferentia di eſſo cerchio, la qual linea, a. e. (per la decima del primo) diuidi in due parti eſuali nel ponto. d. dilquale ponto. d. (per la vndecima del primo) conducono vna perpendicolare alla detta linea. a. e. & quella produca da ambe le parti ſin che la ſe applica alla circonferentia quale ſia la linea. b. d. e. laquale linea. b. e. pur diuidi in due parti equali in ponto. f. (per la detta decima del primo) il qual ponto. f. dico eſſer il centro del detto cerchio, perche ſe quello non e il centro del detto cerchio (per lo aduerſario) quel ſera adonque ouer in la linea. b. e. ouer che ſara di fora di quella, hor dico che'l non poue eſſer nella detta linea. b. e. & ſe pur il fuſſe poſſibile per l'aduerſario poniamo che'l ſia il ponto. g. eſſendo adonque il ponto. g. il centro del detto cerchio la linea. g. b. ſeria (per la diſtintione quarta decima del primo) equale alla linea. g. e. (perche ciaſcuna ſe parte dal centro e va alla circonferentia) & perche la. f. e. etiam equale alla. f. b. (per commune ſeſtencia) la. f. b. ſeta a maggiore della parte. g. b. & conſequentemente la. e. f. ſeta etiam maggiore della. g. e. (per eſſer la. g. e. equale alla detta. g. b.) laqual coſa e' impoſſibile (per la ultima conſeſtione) che la parte. f. e. ſia maggiore del tutto cioe della. g. e. ſeguita adonque che'l detto centro non poue eſſer nella detta linea. b. e. certo che nel ponto. f. Anchora dico che'l non poue eſſer de fuera della detta linea. b. e. & ſe pur fuſſe poſſibile (per lo detto aduerſario) poniamo che'l ſia il ponto. t. h. ſiano tirate le linee. h. a. h. d. h. c. & ſera coſtituido li doi triangoli. h. a. d. & h. d. c. & perche li doi lati. h. d. & d. a. del triangolo. h. a. d. ſono equali alli doi lati. h. d. & d. c. del triangolo. h. d. c. & ſimilmente la baſa. h. a. dell'uno ſeria equale alla baſa. h. c. dell'altro perche ambe ſi parteno del centro h. & vanno alla circonſerentia ſeguitaria adonque (per la ottaua del primo) che'l angolo. h. d. c. de l'uno ſeria equale all'angolo. h. d. a. dell'altro, & per che queſti doi angoli. h. d. a. & h. d. c. ſono cauſati dalla linea. h. d. cadente ſopra la linea. a. c. dilche eſſe: do li detti doi angoli equali, ciaſcun di loro ſeria retto (per la ottaua d' ſſintidone del primo) & perche l'angolo. a. d. b. fu coſtituido retto adonque l'angolo. a. d. b. ſeria equale all'angolo. a. d. h. (per la terza perſitione per eſſer ambidoui rett) laqual coſa e' impoſſibile, per la ultima conſeſtione) che la parte ſe equala al tutto, ſeguita adonque che'l centro del dato cerchio, non poſſendo eſſer in alcũ loco de fuera del ponto. f. che quel ſia nel proprio ponto. f. che e il poſſito.



Correlario.

$\frac{1}{2}$ Onde egliè manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminan in la circonferentia, niuna di quelle segan l'altra orthogonalmente in due parti eguale, se quella non transisse sopra il centro.

Il Traduttore.

IN questo correlario se concludẽ che per le cose dette & dimostrate di sopra egli e manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nella circonferentia di quello mai l'una seghara l'altra orthogonalmente in due parti eguale se quella non passa per il centro di esso cerchio, si come di sopra si e visto nella linea b.c. laquale sega la linea. a. c. orthogonalmente in due parti eguale in ponto. d. & quella passer per lo ponto. e. dentro del demo del cerchio a. b.c. e questo e quello che nel correlario se uol inferire.

Theorema prima. Propositione. ii.

² Se si menara una linea retta, da uno al altro de duoi ponti signati in
² su la circōferētia d'un cerchio e necessario che quella sega il cerchio.



coſe ſi tiraro dal centro. h. le linee. h. b. h. c. h. d. h. e. & perche li duoi lati. b. h. & h. K. del triangolo. b. h. K. ſono maggiori (per la vigefima del primo) del lato. b. k. & perche. b. h. e' eguale ala. h. (perche ambe veneno dal centro. h. alla circonſerentia) giuntoli communamente il lato. h. k. tutta la linea. a. k. ſera eguale alli detti duoi lati. b. h. & h. k. & perche li detti duoi lati. b. h. & h. k. ſono maggiori (come e' detto) del lato. b. k. ſeguita adonque che tutta la linea. a. K. (per communa ſcientia) ſia maggiore della linea. b. k. & per la medefima ragione ſera maggiore etiam de cadauna delle altre, che e' il primo propoſito. Anchora perche li duoi lati. h. k. & k. e. (del triangolo. h. k. e.) ſono maggiori (per la detta vigefima del primo) del lato. h. e. & perche il detto lato. h. e. e' eguale alla linea. h. f. (per la quattadecima del primo) adonque li duoi lati. K. h. & k. e. (per communa ſcientia) ſaranno maggiori della detta linea. h. f. cauando communamente il lato. h. K. (per la terza concettione) il lato ſolo. k. e. ſera etiam maggiore dell' altro rimanente, cioe de. k. f. & con la medefima ragione ſe dimoſtra ciaſcuna delle altre linee eſſer maggiore dell'altra medefima linea. k. f. & queſto e' il ſecondo propoſito. Anchora perche li duoi lati. b. h. & h. K. del triangolo. b. h. K. ſono eguali alli duoi lati. c. h. & h. k. del triangolo c. h. k. & l'angolo. b. h. K. e' maggiore dell'angolo. c. h. k. (per la vigefima quarta del primo) la baſa. b. k. ſera maggiore della baſa. c. k. & per la medefima ragione. K. c. ſera maggiore de. k. d. & k. d. ſera maggiore de. k. e. & queſto e' il tertio propoſito. Anchora ſe le due linee. k. e. & k. g. non ſono eguale (per l'adueſario) l'una ſera maggiore dell'altra, hor poniamo che la. k. g. ſia maggiore della. k. e. della detta. K. g. ne ſepharemola parte. K. l. (per la terza del primo) eguale alla. k. e. & prodoro la. h. l. ſina chella ſegha la circonferentia in ponto. m. & perche l'angolo. g. k. f. e' equal all'angolo. f. k. e. (dal preſuppoſito) & (per la tertiadecima del primo) l'angolo. l. k. h. e' eguale all'angolo. e. k. h. & li duoi lati. l. k. & h. d. del triangolo. l. k. h. ſono eguali alli duoi lati. e. k. & k. h. del triangolo. e. k. h. adſouque (per la quarta del primo) la baſa. h. l. e' eguale alla baſa. h. e. & perche la. h. m. e' etiam le eguale alla detta. h. e. (per la quattadecima diſinitione del primo) ſe guita adonque (per la prima concettione) che la. h. l. ſia eguale alla. h. m. la qual coſa e' impoſſibile, ſono adonque le due linee. K. g. & k. e. eguale, che e' il quarto propoſito, & queſta tal figura dal volgo e chiamata pe di ocha.



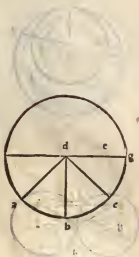
Theorema. vii. Propoſitione. viii.

§ Se fuora d'un cerchio ſia ſignato un ponto, & da quello alla circonſerentia ſiano dette piu linee ſegando il cerchio, quella che tranſira ſopra il centro ſera piu longa de ciaſcaduna delle altre, & le piu propinque al centro ſaranno piu lunghe delle altre piu remote. Et quelle linee partiale applicate alla circonferentia di fuora uia quella che giace in diretto con lo diametro ſia minore di ciaſcaduna delle altre, & le piu propinque a quella ſaranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda, e' l'altra egualmente ſe appropinquano alla breuiſſima ſono eguale.

¶ Il ponto. a. ſignato di fuora del cerchio. b. c. d. e. f. il centro diſquale ſia il ponto. n. & dal ponto. a. ſiano dette piu linee alla circonferentia ſeghando il detto cerchio, lequal ſiano. a. k. n. b. a. h. c. a. g. d. & a. f. e. dico che la. a. b. che tranſire ſopra il centro. n. ſera piu longhiſſima de tutte le altre a vna per vna anchora dico che la. a. e. e' maggiore della. a. d. per eſſer piu propinqua al centro. n. & ſimilmente la. a. d. ſera maggiore della. a. e. & oltra di queſto dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea. a. K. ſera piu breuiſſima de tutte le altre a vna per vna per eſſer quella che giace in diretto con lo diametro. k. b. & dico che la



ponto. e' ciascun di loro sera retto, similmente anchora l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono al ponto, f' e' retto, adonque perche, l.h. diuide la c.b. orthogonamente & in due parti eguale nel ponto. e. quella per (lo correlario della prima di questo) transira per lo centro del dato cerchio, d.c.b. similmente anchora la. K. g. per lo medesimo correlario) transira per lo medesimo centro del dato cerchio, adonque sel centro del cerchio b.c.d.e. nella linea. l.h. & nella linea. K. g. le necessario che quel sia il ponto della intersegaione delle dette due linee (cioe il poio a.p. esser vn poio cõmuno in l'una e l'altra linea) che e' il proposito. Anchora per vn' altro modo se potria far questa demonstratione, hor sia il cerchio a.b.c. nel quale sia tolto il ponto. d. & dal detto ponto. d. pono che ne cada le tre linee. d.a. d.b. & d.c. eguale. Dico che'l detto ponto. d. si e' il ciro del dato cerchio a.b.c. & se possibile fusse (per l'aduersario) che'l detto ponto. d. non sia il detto centro, e necessario adonque che lui sia in qualche altro loco. hor poniamo che sia il ponto. e. lo tiraro dal ponto. d. al ponto. e. la linea. d. e. & quella slongaro in dretto da ambele parti finia alla circonferentia, toccando quella nelli duoi ponti. f. & g. adonque. f. g. sera il diametro del cerchio. a. b. c. & perche nel diametro. f. g. e' tolto il ponto. d. il quale non e' il centro del detto cerchio (per l'aduersario) & dal detto ponto. d. sono tirare le linee. d. a. d. b. d. c. d. g. delle quale. d. g. (per la settima di questo) sera la piu longhissima de tutte le a l tre, e la linea. d. c. sera maggior della. d. b. & la. d. b. sera maggior della. d. a. la qual cosa seria cõtra il presupposito, peche fu presupposto che le. d. a. d. b. d. c. fusseno eguale, di che seria impossibile che essendo eguale l'una possa esser maggiore del l'altra, seguita adonque che'l detto centro (non possendo esser in altro loco fuori del ponto. d.) sia il proprio ponto. d. che e' il proposito.



Theorema. ix. Propositione. x.

¹⁰ Se uno cerchio segha un'altro cerchio, eglie necessario che quello lo seghi solamente in duoi luoghi.

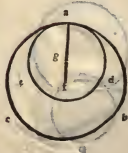
Siano (se glie possibile) per l'aduersario li duoi cerchi che si seghino in piu che in duoi luoghi, poniamo sopra li tre ponti. a. b. c. io produro le due linee. a. b. & a. c. le quale diuidero in due parti equali in li ponti. d. & e. & dal ponto. e. produro la linea. e. f. perpendicolare sopra la linea. a. c. & dal ponto. d. la linea. d. f. perpendicolare sopra la linea. a. b. & segnan si le due linee. e. f. & d. f. in ponto. f. & (per lo correlario della prima di questo) il ponto. f. sera il centro dell' uno e l'altro cerchio, laqual cosa e' impossibile (per la quinta di questo.)



Theorema. x. Propositione. xi.

¹¹ Se uno cerchio tocca di dentro da se un altro cerchio, & che da l'un centro all'altro sia condotta una linea retta, alungando quella dretamente uerso la parte doue si toccano, le necessario che quella transira per il ponto del toccamento.

Siano li duoi cerchi a. b. c. & a. d. e. li quali si tocchin fra loro di dentro via nel ponto. a. & sia. f. il centro del cerchio. a. b. c. & g. sia il centro del cerchio. a. d. e. & sia duto dal centro. f. al centro. g. la linea. f. g. Dico che alungando la detta linea. f. g. uerso. a. le necessario che quella transira per lo ponto. a. & se possibile fosse (per l'aduersario) che quella non transira per lo detto ponto. a. poniamo che quella possa transire come fa la linea. f. g. h. (della seconda figura) produro le due linee. a. g. & a. f. & perche il ponto. f. e' il centro del cerchio. a. b. c. le due linee. f. a. & f. h. (per la definitione del cerchio) seranno eguale, & perche li duoi lati. f. g. &



LIBRO

g.a.del triangolo a.f.g. (per la vigesima del primo) sono piu longhi del lato.f.a, seranno etiam piu longhi(per communa scientia) della linea. f. h, hor leuando communamente lo lato.f.g.lo lato sole, g. a. per communa scientia serà etiam piu longo del residuo g.h, & perche la g.h.e' eguale (per la diffinitione del cerchio) alla g.a, dilche la g.a.e' maggior della g.h, seguita (per communa scientia) che la g.i. sia maggior etià lei della g.h, laqual cosa e' impossibile che la parte sia maggiore del tutto. Adonque se la linea.f.g. slongandola verso a, non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a, de necessita adonque che transira per quello, che e' il proposito.

Theorema.xi. Propositione.xii.

- ¹¹ Se seranno duoi cerchii che si tocchino fra lor della parte di fuora
¹² conducendo una linea retta dal l'un centro alla l'altro quella tal linea transira per il ponto del toccamento.

Siano li duoi cerchii a.b.c.& a.d.e. contingenti fra loro de fuora via nel ponto.a, & il centro del cerchio a.b.c. sia il ponto.f. & il centro del cerchio a.d.e. sia il ponto.g. Dico che conducendo dal centro.f.al centro.g. la linea.f.g. quella de necessita transira per lo ponto.a. et se possibil fusse (per l'aduersario) che quella transisca come fa la linea.f.c.d.g. dal ponto.a, siano tirate le due linee. a. f. & a.g. costituendo il triangolo a.f.g. adonque perche il ponto.f.e' il centro del cerchio a.b.c. la linea.f.a. sera eguale alla linea.f. c. (per la diffinitione del cerchio) similmente perche il ponto.g. sia il centro del cerchio a.d.e. la linea.a. g. sera eguale alla linea.g.d. dilche le due linee.f.c.& g.d. fariano eguale alli duoi lati.f.a. & a.g. del triangolo a.f.g. & perche tutto il lato.f.c.d. g. e' maggior delle dette due linee.f.c.& g.d. sera etiam (per communa scientia) maggior dell duoi lati a.g. & a.f. laqual cosa e' impossibile (per la vigesima del primo) che vn lato d'un triangolo sia maggior dell altri duoi lati, immo sempre bisogna che sia minor, come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro.f.al centro.g. la linea.f.g. non puo transire per altro loco che per lo ponto.a, che e' il proposito.

Theorema.xii. Propositione.xiii.

- ¹² Se uno cerchio toccara un altro cerchio, di dentro, ouer di fuora,
¹³ lo tocchera solamente in un luogo.

MA se pur fusse possibile che vn cerchio tocchi un altro cerchio di dentro, ouer di fuora in duoi luoghi, poniamo primamente che'l cerchio a.b.c.d. sia toccato dal cerchio e.b.f.d. nelli duoi ponti, b.& d. tirando adonque dal ponto.d.al ponto.b. la linea.b.d. laqual linea b.d. per la seconda di questo cada di dentro di ambiduoi li detti cerchii, & diuidendola in due parti equali nel ponto g. & dal ponto.g. tirando la linea.a.g.c. orthogonalmente sopra la detta linea.b.d. quella (per lo correlario della prima di questo) transira per ambiduoi li centri delli detti duoi cerchii, adonque la linea. a.g. c. transira per li duoi centri delli detti duoi cerchii contingenti, & non passaria per alcun delli duoi ponti, b.& d. laqual cosa e' impossibile (per la precedente propositione) seguita adonque che vno cerchio non puo esser toccato da l'un altro cerchio di dentro via in piu de uno luogo solo, che e' il primo proposito, hor veniamo alla demonstratione del secondo, & poniamo che'l cerchio a.b.c.d. (se possibil e' per l'aduersario) sia toccato dal cerchio a.k.c.de fuora via nelli duoi ponti a.& c. tirando adonque dal ponto.a.al ponto.c. la linea.a.c. quella caderà fuora del cerchio a.k. laqual cosa e' impossibile (per la seconda di questo, adonque seguita il proposito.

Anchora

TERZO

Fo. XLIII

Anchora per questo altro modo se fusse possibile che vn cerchio possa toccar di dentro via vno altro cerchio in duoi luoghi, ouer in duoi ponti, poniamo che'l cerchio. a. b. c. d. sia toccato dal cerchio. e. b. f. d. nelli duoi ponti. b. & d. & poniamo che'l ponto. g. sia il centro del cerchio. a. b. c. d. & lo ponto. h. sia il centro di l'altro cerchio. e. b. f. d. hor tirando dal centro. g. al centro. h. la linea. g. h. & quella produr indiretto da ambedue le parti quella passerà (per la precedente) per duoi ponti. b. & d. come se vede far alla linea. b. d. adonque perche la. b. g. e' maggior della. b. h. (sua parte) & la. g. d. e' eguale (per la diffinitione del cerchio) alla. g. b. adonque (per communia scientia) la. g. d. sera maggior della detta. b. h. & se la. g. d. e' maggiore della detta. b. h. molto piu maggiore sera tutta la. h. d. della ditto. b. h. & perche il ponto. h. e' centro dil cerchio. e. b. f. d. dilche la linea. h. d. sera eguale (per la diffinitione del cerchio) alla linea. h. b. & gia hauemo prouato che la e' molto maggiore, adonque e' impossibile che la. h. d. possa esser maggiore, & eguale alla. b. h. seguita adonque che'l cerchio. e. b. f. d. non puo toccare il cerchio. a. b. c. d. salvo che in vno ponto solo, che e' il proposito.

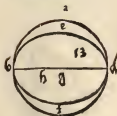
Theorema. xiii. Propositione. xii.

¹³ Se in un cerchio seranno piu linee rette, che siano equal fra loro, le
¹⁴ necessario che quelle siano equalmēte distāte dal cētro, e se quelle seran equalmēte distāte dal centro, e necessario the siano fra lor eqle.

Sia il cerchio. a. b. c. d. il centro dil qual sia il ponto. e. nel qual cerchio siano le due linee. a. d. & c. b. lequale se seranno eguale fra loro, dico che seranno es equalmente distāte dal centro. e per lo contrario se le dette due linee seranno equalmente distāte dal centro. e dico che fra loro seranno eguale, perche se noi poniamo prima che lor sian equal produro dal centro. e. le due linee. e. f. & e. g. perpendiculari sopra alla. a. d. & b. c. dilche la linea. a. d. (per la terza di questo) sera diuisa in due parti equali nel ponto. f. similmente la linea. b. c. nel ponto. g. anchora dal centro. e. io tirare le quattro linee. e. a. e. d. b. e. c. & sera costituito li duoi triangoli. e. a. d. & e. b. c. & perche li duoi lati. e. d. b. & a. d. del triangolo. e. a. d. sono equali alli duoi lati. e. c. & b. c. del triangolo. e. b. c. (per la diffinitione del cerchio) & la basa. a. e. sera etiam equal alla. e. b. dilche per la ottaua del primo) l'angolo. a. d. e. sera eguale all'angolo. b. c. e. & perche li duoi lati. e. d. & d. f. del triangolo. e. d. f. sono equali alli duoi lati. e. c. & c. g. del triangolo. e. c. g. (perche la. d. f. e' eguale alla. c. g. perche tutta. a. d. fu posta eguale alla. b. c. pero la mita de. a. d. (che e. d. f.) sera eguale alla mita de. b. c. (che e. c. g.) & l'angolo. d. e' eguale all'angolo. c. dilche la basa. e. f. (per la quarta del primo) sera eguale alla basa e. g. & perche queste due base veneno dal centro. & sono perpendiculari sopra le dette due linee. a. d. & b. c. seguita adonque (per la quarta diffinitione di questo) che le dette due linee. a. d. & b. c. siano equalmente discoste dal centro, che seria la prima parte del proposito.

Anchora per un altro modo la puotemo dimostrar digando il quadrato della. e. d. (per la penultima del primo) val tanto quanto li duoi quadrati delle due linee. e. f. & f. d. & similmente il quadrato della. e. c. val tanto quanto li quadrati delle due linee. e. g. & c. g. & perche il quadrato della. d. e. e' eguale al quadrato della. e. c. & lo quadrato della. d. f. al quadrato della. c. g. seguita adonque che'l quadrato della. e. f. sia etiam eguale al quadrato della. e. g. & (per communia scientia) la. e. f. sera eguale alla. e. g. & cosi e' manifesta la medesima prima parte. hor veniamo alla seconda ponendo che le due linee. a. d. & b. c. siano equalmente discoste dal centro, cioe che la. e. f. sia eguale alla. e. g. (come vuole la quarta diffinitione di questo,) dico che la. a. d. e' eguale alla. b. c. perche le due linee. e. d. & e. c. sono equali (per la diffinitione dil cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, similmente li duoi quadrati delle due linee. e. f. & e. g. seranno etiam

F III



LIBRO

eguali, similmente li duoi quadrati delle due linee, e. f. & e. g. seran etiã eq̃li (per esser le dette due linee eguale dal presupposito) cauando adonque del quadrato della e. d. il quadrato della e. f. & del quadrato della e. e. il quadrato della e. g. li duoi rimanenti (per la terza concettione) seranno etiam eguali liquali duoi rimanenti l'uno sera (per la penultima del primo) il quadrato della linea d. f. l'altro sera il quadrato della linea e. g. dilche se il quadrato della d. f. e' eguale al quadrato della e. g. seguita che la d. f. sia eguale alla e. g. & se la d. f. e' eguale alla e. g. il doppio della d. f. (cioe la d. a.) s'era eguale al doppio della e. g. (cioe alla e. b.) & questa e la seconda parte del presupposito.

Theorema xiiii. Propositione. xv.

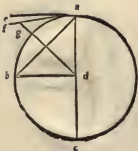
- ¹⁴ Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro sera maggior di ciascuna delle altre, & q̃lle che serãno piu p̃pinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.

Sia come in lo cerchio a. b. c. d. il centro di quale sia il ponto, e. nel qual caschil non piu linee lequale siano a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. & sia la linea a. e. d. del diametro del detto cerchio, dico la detta linea a. e. d. essere la piu longhissima de ciascuna delle altre, & la linea f. g. esser piu longha della linea h. k. per essere piu propinqua al detto diametro a. e. d. & similmente la linea a. c. e' maggiore (per la medesima causa) della linea a. b. Et per dimostrar questo dal centro, e. alla estremita delle dette linee, io tirero le linee e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. e. k. & perche li duoi lati e. f. & e. g. del triangolo e. f. g. sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato e. f. g. & li predetti duoi lati insieme sono eguali al diametro a. e. d. perche ciascuno di loro sono la mita del diametro (per la diffinitione del cerchio) adonque il diametro a. d. (per communia scientia) sera etiam lui maggiore del ditto lato. f. g. & p̃ la medesima ragione sera etiã maggiore della a. c. & così anchora sera maggior de h. k. etiani de a. b. ma che f. g. sia maggior de h. k. & a. c. de a. b. se manifesta in questo modo, perche li duoi lati e. f. & e. g. del triangolo e. f. g. sono equali alli duoi lati e. h. e. k. del triangolo e. h. k. (perche tutte vanno dal centro alla circonferentia) & l'angolo f. e. g. e' maggiore dell'angolo h. e. k. la basa f. g. (per la vigesima quarta del primo) sera maggiore della basa h. k. similmente anchora li duoi lati a. e. & e. c. del triangolo a. e. c. sono equali alli duoi lati a. e. & e. b. del triangolo a. e. b. & l'angolo a. e. c. e' maggiore del angolo a. e. b. dilche la basa a. c. sera maggiore (per la detta vigesima quarta del primo) della basa a. b. & così il presupposito vien a esser concluso.

Theorema. xv. Propositione. xvi.

- ¹⁵ Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio sera dutta or¹⁶ thogonalmente una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio, & fra quella e il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. Et l'angolo contenuto da quella, & dalla circonferentia e' piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e l'angolo fatto di dentro dal diametro, e dalla circonferentia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.

Sia il cerchio a. b. c. descritto sopra il centro, d. il diametro di quale sia la linea a. c. dico che tirando dal ponto, a. vna linea che sia perpendicolare alla linea a. c. quella tal perpendicolare de ne necessita cadera de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, ouer perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio non e possibile che gli possa capire alcuna altra linea retta. Et l'angolo contenuto dalla detta linea, ouer perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio e minore de ogni angolo rettilineo, (cioe che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferentia e maggiore

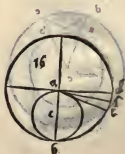


e maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette, lequal cose se di mostraranno a vna per vna. hor cominciando dalla prima dico che tirado dal ponto. a. vna linea retta perpendicolare al diametro. a. c. de necessita cadera de fuora del detto cerchio, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea. a. b. dal centro. d. prodotto la linea. d. b. & sera costituendo il triangolo. d. a. b. del quale li duoi lati. d. a. & d. b. sono equali (perche vanno dal centro alla circonferentia) dille li duoi angoli. d. a. b. & d. b. a. (per la quinta del primo) seran equali, & p'esser la linea. b. a. perpendicolare sopra. a. c. (per il presupposito) l'angolo. b. a. d. sarebbe retto dille che anchora l'angolo. d. b. a. seria pur retto, doude li triangolo. a. b. d. hauera dui angoli retti, laqual cosa e impossibile (per la trigesima secoda del primo) seguita a donque che tirando dal ponto. a. vna perpendicolare al diametro. a. b. quella de necessita cadera de fuora. hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea. a. e. hor dico che fra la detta linea. a. e. & la circonferentia non e possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) poniamo che gli capisca la linea. a. f. alla qual linea. a. f. dal centro. d. produrremo vna perpendicolare laqual poniamo (se possibile e) che quella sia la linea. d. g. & perche l'angolo. d. g. a. (del triangolo. d. a. g.) seria retto donde l'angolo. g. a. d. (per la trigesima secoda del primo) veria a esser menor d'un angolo retto dille li lato. a. d. (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato. d. g. (per esser opposito a maggior angolo) laqual cosa e impossibile, anzi la detta. d. g. seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioe dalla circonferentia al ponto. g. per laqual cosa seguita che fra la detta linea. a. e. & la circonferentia. a. b. non puo capirli alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia. a. b. & dalla linea retta. a. e. (il quale e detto angolo della contingentia) e minore de ogni angolo contenuto da due linee rette ma se alcun angolo rettilineo potesse essere eguale, ouer minor dell'angolo della contingentia quello tal angolo se potria diuidere (per la nona del primo) in due parti eguale, dille che seguiria che fra la linea. a. e. & la circonferentia. a. b. potesse capirli vna linea retta, laqual cosa e impossibile, come de sopra e sta dimostrato per laqual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro. a. c. & dalla circonferentia esser maggiore de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non e differente dell'angolo retto se non in l'angolo della contingentia il quale hauemo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.

Correlario.

15 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di
16 termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta toccherà il detto cerchio solamente in vno ponto, perche egli dimostrarà nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de duoi ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, laqual cosa bisognaua dimostrar.

A nchora per cose dette di sopra le da esser notado che non Vale questa argumentatione che dice questo transisce dal minore al maggiore & per tutti li mezzi. Adonque transisce etiam per lo eguale. Ne anchora quest'altra che dice trouandosi il minor & lo maggior d'una cosa, e possibile trouar etiam lo eguale, laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio. a. b. descritto sopra il centro. e. il diametro del quale sia la linea. a. c. b. & dal suo termine. a. sia dutta la linea. a. d. orthogonalmente laqual fara (per lo correlario di questa) contingente con lo cerchio. a. b. nel ponto. a. sia anchora descritto sopra il ponto. a. secondo la quantita del diametro. a. b. il cerchio. b. e. d. & sia immaginato la linea retta. a. b. essere moueta sopra il ponto. a. per la circonferentia dell'arco. b. e. d. talmente che il ponto. b. numeri tutti li ponti dell'arco. b. e. d. perfina a tanto che quella peruenga



alla linea. a. d. cuoprendo quella, & perche l'angolo. b. a. d. e' retto il sera co, me il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea. a. b. non habbia fatto vno (con lo diametro del cerchio minore) cioe con la linea retta. a. c. b. si a- bile a lui eguale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il sito del tutti li angoli acuti diquali e manifesto alcuni essere minori dell'angolo de mezz cerchio (contenuto dalla circonferentia .a. b. & dal diametro. a. c. b.) e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo ne fa fat to che sia a quello eguale, & se pur fusse possibile chella ne habbia costituito alcu no poniamo che sia quello che habbia fatto la linea. a. b. mobile quando il ponto b. e' giunto sopra il ponto. e. dell'arco. b. e. d. perche adonque l'angolo. e. a. b. e' eguale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio e lo am pissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di que sta) dilche l'angolo. e. a. b. seria etiam lui ampissimo de tutti li angoli acuti conte nudi da linee rette, sia adonque diuiso l'angolo. e. a. d. in due parti eguale (per la nona del primo) per la linea. a. f. dilche (per communa scientia) l'angolo. f. a. b. se ra piu ampio dell'angolo. e. a. b. per laqualcosa seguita che alcun angolo acuto rettilineo sera piu ampio del ampissimo, laqualcosa e impossibile, anchora se puo procedere in questaltro modo ponendo pur che l'angolo. e. a. b. sia eguale all'an golo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della con- tingentia sono equali all'angolo retto similmente l'angolo. e. a. b. con l'angolo. e. a. d. e' eguale a vno angolo retto dilche l'angolo. e. a. d. (per communa scientia) seria eguale all'angolo della contingentia, & perche l'angolo della contingentia e acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per la terza parte di questa) l'angolo adonque. e. a. d. a lui eguale sera etiam acutissimo de tutti li an goli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo. e. a. f. (per communa scientia) e' molto piu acuto di lui, adonque il seria alcun angolo rettilineo piu acuto de l'acu tissimo. cioe di quel della contingentia, laqualcosa e impossibile; come di sopra in questa fu dimoitrato. Adonque non sera alcun angolo rettilineo eguale all'angol o del semicerchio contenuto dalla mita della circonferentia. a. b. & dal diametro a. c. b. & perche la linea. a. b. mobile transisce dal minore al maggiore & per tut ti li mezzi & nò per lo eguale, similmente perche il se puo trouare un angolo mag gior etiam minor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto de linee rene & tamen non se ne puo ritrouare vno che gli sia eguale egli manifesta la opposi zione contra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello e da essere responso per destruttione.

Problema. ii. Propositione. xvii.

16 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea
17 retta toccante.



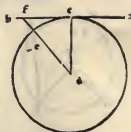
Come sia il dato ponto. d. e il dato cerchio. a. b. il centro dilqual sia il pòto. e voglio dal ponto. d. menare vna linea retta che tocchi il cerchio. a. b. produ co la linea. d. c. laqual seghara la circonferentia del detto cerchio. a. b. nel ponto a. sopra laquale descritto il cerchio. d. e. secondo la quantita della linea. d. c. sopra il medesimo centro. c. & dal ponto. a. produco la linea. a. e. perpendicolare alla linea. d. c. laqual segha la circonferentia dil cerchio. d. e. in lo ponto. e. & produco la linea. e. c. seghante la circonferentia dil cerchio. a. b. in lo ponto. b. e di poi pro duco la linea. d. b. laqual sera toccante il cerchio. a. b. nel detto ponto. b. perche li duoi lati. a. c. & c. e. del triangolo. a. c. e. sono eguale alli duoi lati. b. c. & c. d. del tri angolo. b. c. d. & l'angolo. e. c. e' commun all'un e l'altro, dilche (per la quarta del primo) l'angolo. e. a. c. sera eguale all'angolo. d. b. c. ma l'angolo. e. a. c. e' retto, per laqualcosa l'angolo. d. b. c. sera etiam retto. Adonque per lo correlario della pre cedente la linea. d. b. sera toccante il cerchio. a. b. che e' il proposito.

1. Theorema

Theorema.xvi. Propositiōe.xviii.

- ¹⁷ Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamēto al cētro si mena
¹⁸ una linea retta e necessario che la sia pēdicolar sopra q̃lla c̃h̃ tocca

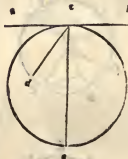
Sia la linea $a.b.$ laqual tocchi il cerchio $c.e.$ nel ponto $c.$ il centro di quale cerchio sia il ponto $d.$ & sia congiunto il detto ponto $c.$ con lo centro $d.$ per la linea $c.d.$ Dico questa tal linea $d.c.$ essere pēdicolar sopra la linea $a.b.$ che tocca & se quella non fusse pēdicolar sopra la detta linea $a.b.$ (per l'a duer sario) poniamo adonque che quella sia la linea $d.f.$ cioè che la linea $d.f.$ sia pēdicolar sopra la detta linea $a.b.$ laqual seghara la circonferentia del cerchio in ponto $e.$ dilche l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono al $f.$ son retti, adonq; l'angolo $f.c.d.$ (per la trigesima seconda del primo) sera minor d'un retto, dilche sera etiam minor dell'angolo $d.f.c.$ sequita adōque chel lato $d.c.$ (per la decima nona del primo) sia maggior del lato $d.f.$ laqualcosa e impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta $d.c.$ esser pēdicolar sopra della $a.b.$ che e il proposito.



Theorema.xvii. Propositiōe.xix.

- ¹⁹ Se una linea retta toccara uno cerchio & dal ponto del toccamento
²⁰ nel detto cerchio si mena orthogonalmente una linea retta in quella medesima e necessario esser il centro.

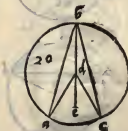
Come sia la linea $a.b.$ toccante il cerchio $c.e.$ nel ponto $c.$ & dal ponto $c.$ sia dutto dentro del detto cerchio $c.e.$ vna pēdicolar alla linea $a.b.$ & agl'i sia la linea $c.d.$ dico chel cētro del detto cerchio $c.e.$ e nella linea $c.d.$ (questa e al contrario della precedente) e se possibile e che il detto centro non sia in la detta linea $c.d.$ de necessita sera in qualchaltro loco de fuora di essa linea $c.d.$ poniamo adonque chel sia il ponto $d.$ io prodotto la linea $d.c.$ laqual linea $d.c.$ (per la precedente) ihera pēdicolar sopra alla linea $a.b.$ laqualcosa e impossibile cosa che la linea $c.e.$ fu posta pēdicolar sopra di detta linea $a.b.$ dilche nō e possibile che ambedue possauo esser pēdicolar sopra di quella nel medesimo ponto $c.$ perche il seguitaria questo disconueniente che l'angolo $d.c.a.$ fusse eguale all'angolo $c.e.a.$ perche ambeduoi sariano retti, seguita adonque chel centro del detto cerchio $c.e.$ (non possando esser fuora della linea $c.d.$) sia in essa linea $c.d.$ che e il proposito.



Theorema.xviii. Propositiōe.xx.

- ¹⁹ Se in un cerchio sera costituito uno angolo sopra il centro, e uno
²⁰ altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa de circonferentia l'angolo dil cētro sera doppio all'āgol della circonferentia.

Come sia il cerchio $a.b.c.$ il centro di quale sia il ponto $d.$ nel quale sia l'angolo $a.d.c.$ sopra il centro & l'angolo $a.b.c.$ sopra la circonferentia & sia l'uni e l'altro de detti angoli sopra la medesima basa laqual e la circonferentia $a.b.c.$ Dico che l'angolo $a.d.c.$ e doppio all'angolo $a.b.c.$ laqualcosa se approuera in questo modo, perche le due linee $a.b.$ & $b.c.$ ouero inchiudeno di dentro da loro le due linee $a.d.$ & $d.c.$ ouer che una di quelle passera sopra l'una di loro facendosi con quella una sol linea ouer che vna delle dette due linee $a.b.$ & $b.c.$ segara vna delle dette due linee, cioè $a.d.$ ouer $c.d.$ Sia adonq; primamente che le due linee $a.b.$ & $b.c.$ inchiudeno di dentro da loro le due linee $a.d.$ & $d.c.$ come in la prima figurazione appare & sia prodotto la linea $b.d.e.$ (& per la 31. del primo) l'angolo $a.d.e.$ di fuora e eguale all' duoi angoli di dentro liquali sono $b.a.d.$ & $a.b.d.$ (del triangolo $a.b.d.$) & perche li detti duoi angoli $b.a.d.$ & $a.b.d.$ sono co-



quali fra loro (per la quinta del primo) l'angolo, a, d, e, fera doppio all'angolo a, b, d, similmente anchora l'angolo, e, d, c, fera doppio all'angolo, d, b, c, per la qual cosa tutto l'angolo, a, d, e, doppio a tutto l'angolo, a, b, c, che e il proposito. Ma se vna delle due linee, a, b, & b, c, passasse sopra vna delle due linee, a, d, & c, d, talmente che facesino infiera vna linea sola (come uella seconda figurazione appare) dico anchora che l'angolo, a, d, e, doppio all'angolo, b, c, che (per la detta quinta & trigesima seconda del primo) pur se manifesta, perche l'angolo a, d, e, di fuora e uguale alli dui angoli, d, b, c, & d, c, b, di dentro liquali sono equa li (per la detta quinta) pero l'angolo, a, d, e, fera doppio all'angolo, d, b, c, che e il proposito. Ma se vna delle due linee, a, b, & c, b, segar vna delle due linee, a, d, & c, d, (come nella terza figurazione appare doue la linea, a, b, sega la linea, d, c,) sia prodotta la linea, b, d, e, donde per le ragion dette nella seconda figurazione l'angolo, e, d, a, e doppio all'angolo, d, b, a, similmente tutto l'angolo, e, d, c, e pur doppio a tutto l'angolo, d, b, c, piuqualcosa l'angolo, a, d, e, e doppio all'angolo, a, b, c, cioe se tutto l'angolo, e, d, c, e doppio a tutto l'angolo, e, b, e, & che l'angolo, d, a, (parte di tutto l'angolo, e, d, c,) e doppio all'angolo, d, b, a, (che e parte del tutto l'angolo, d, b, c,) p comuna scietia) e il residuo a, d, e, feratià doppio al residuo a, b, c, che e il pposito,

Il Traduttore.

EL testo di questa sopra scritta proposizione, tolto secondo che parla la prima tradottione pateria opposizioni assai, perche lui dice che se in un cerchio sia costituito vn angol sopra il centro, & vnaltro sopra la circonferentia liquali habbiano vna medesima basa lo inferiore fera doppio al superiore, laqual cosa non se guita se in vn cerchio (qual sia il cerchio, a, b, c, di questa quarta figurazione) sia tirata vna linea retta, qual sia la, a, c, & congiungendo le due estremita di quella con il centro, d, etiam con vn punto tolto nel arco, a, b, c, (qual sia il punto, b,) fera costituito li duoi angoli, cioe l'angolo, a, d, e, sopra il centro & l'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia liquali hanno vna medesima basa che e la detta linea, a, c, e niente dimeno l'angolo, a, d, e, sopra il centro non e doppio all'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia, come facilmente si puo puare, & pero piu correttamente parla il testo della seconda tradottione, qual vol che li detti angoli habbiano equal circonferentia, cioe equal basa di circonferentia e non de linea retta, e pero tutto quel spacio, che e attorno all'angolo, a, d, e, e doppio all'angolo, a, b, c, perche hanno vna medesima basa di circonferentia che e la circonferentia, a, e, c, & per dimostrarlo lo tiraro la linea, b, d, & quella alungaro per fina alla circonferentia in ponto, f, & perche l'angolo, c, d, f, (per la prima parte della trigesima seconda del primo) e uguale alli duoi angoli, d, b, c, & d, c, b, liquali sono equali (per la quinta del primo) e pero verra a esser doppio all'angolo, d, b, c, & per le medesime ragione l'angolo, f, d, a, fera etiam doppio al angolo, a, b, d, e pero tutto il spacio composto de li detti duoi angoli, c, d, f, & f, d, a, fera doppio a tutto l'angolo, a, b, c, che e il proposito.

Theorema. xix. Propositione. xxi.

Se in una porzione di cerchio sieno molti angoli sopra dil arco costituito, sieno infra loro equali.

Come sia in la porzione, a, d, b, del cerchio, a, d, b, il centro dil qual sia il ponto, c, sieno molti angoli sopra l'arco, a, d, b, della portion maggior liquali sono, c, d, & e, quelli dico esser equali fra loro, & per dimostrare questo sia tirata la corda, a, b, & dalle sue due estremita siano dute al centro, f, le due linee, a, f, & b, f, dilche l'angolo, a, f, b, costituito sopra il centro (per la precedente) fera doppio a cadauno di loro, seguita adonche che cadauno de li detti tre angoli, c, d, & e, sia la mita de l'angolo, f, dilche (per la 7. ppetione) ferano equali, che e il pposito,

Il Traduttore.

PER le dimostrazioni di sopra adutte e manifesto il proposito, in quanto alla portion maggiore, ma se li detti angoli feranno sopra l'arco della portione minore,

menore, come in la seconda figura appare (per quel che dimostrammo sopra la precedente e' manifesto il proposito) perche cadauno delli detti angoli e la mitta de di quella qualita di spatio che circonda l'angolo, f. onde per la settima coniectione seguita il detto proposito.

Theorema.xx. Propositione. xxi.

- 21 Se dentro a' uno cerchio sera descritto uno quadrilatero, qual uno
22 que duoi angoli contraposti di quello e' necessario esser equali a' duoi angoli retti.

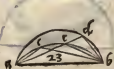
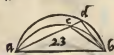
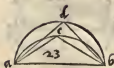
Si a il quadrilatero a, b, c, d, descritto di dentro dal cerchio, a, b, c, d, qual sia co si conditionato che tutti li suoi quattro angoli termini a ponto in la circonferentia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli contraposti di quello, sono equali a duoi angoli retti. E per dimostrar questo tiraro li duoi diametri del detto quadrilatero, cioe, a, c, & d, b, (& per la precedente) l'angolo, c, b, d, sara eguale all'angolo, c, a, d, & l'angolo, a, b, d, similmente sera eguale all'angolo a, c, d, per laqualcosa tutto l'angolo, a, b, c, sera eguale alli duoi angoli a, c, d, & a, a, d, del triangolo, a, d, c, & perche li diti duoi angoli insieme con altro angolo a, d, c, (per la trigesima seconda del primo) sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutto l'angolo, a, b, c, insieme con tutto l'angolo, a, d, e, (a lui opposito) sono equali a duoi angoli retti, che e il proposito, similmente anchora se approuera li duoi angoli, d, a, b, & d, c, b, (contraposti) esser equali a 2. angoli retti.



Theorema.xx. Propositione. xxiii.

- 22 Egli e' impossibile a' costituire due portioni di cerchio simile, &
23 inequale sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

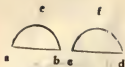
Sia la assignata retta linea, a, b, sopra della quale sia fatta la portion di cerchio a, b, c. Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potra costruire vn'altra portione di cerchio, che sia simile a questa, & che sia maggiore, ouero minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adonque la portione, a, d, b, maggiore di quella, tamen sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo, a, c, b, in la portion minore, & l'angolo, a, d, b, in la portion maggiore. sara adonque che le due linee, a, d, & b, d, inchiudono di dentro da loro le due linee, a, c, & b, c, come appare in la prima figurazione, ouer che vna delle due prime se fara vna medesima linea con vna delle seconde, come in la seconda figurazione si manifesta, ouer che vna legara l'altra (come in la terza figuratio si dimostra) ma sel sera al primo modo l'angolo, c, (per la vigesima prima del primo) sera maggior dell'angolo, d, adonque (per la duodecima diffinitione di questo) non sono simile, ma sel sera al secondon modo, al presente l'angolo, c, (per la sedicesima del primo) sera maggiore dell'angolo, d, ne cosi adonque le dette due portioni seranno simile (per la detta duodecima diffinitione di questo) ma se fara al 3. modo, cioe che la linea, a, d, seghi la linea, c, b, & seghi la circonferentia della portion minore nel ponto e, e sia durata la linea, b, e, l'angolo, a, e, b, (per la medesima decima sesta del primo) e maggiore dell'angolo, d, & perche l'angolo, e, e' nella medesima portion minore doue e' etiam l'angolo, c, dilche (per la vigesima prima di questo) sera eguale al detto angolo, c, seguita adonque che se l'angolo, e, e' maggiore dell'angolo, d, similmente l'angolo, c, sera etiam maggiore del ditto angolo, d, per laqualcosa a' niun modo le dette duoi portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora si approuera che sopra la linea, a, b, non puo esser fatto una portione simile al la portione, a, c, b, menor de quella, ponendo c, in lo loco del d, & e, d, in lo loco del c, in le predette figuracione, l'angolo, d, (per la detta 21. & 16. del



primo procedendo per lo modo fatto di sopra, sera in tutte le dette tre figurazione maggiore dell'angolo. c. per laqualcosa le dette porzioni non seranno simile. Et nota che abenche sia proposto sopra vna medesima linea non possit esser fatto due portion simile ineguale da vna medesima parte, nientedimeno seguita la verita che le non puon anchor esser fatte da diuerse parte, cioe vna da vna parte de detta linea, e l'altra dall'altra, perche eglie licito prouare come la minore (la quale e da vna parte) e sopraposta alla maggiore (laqual e dall'altra parte) il fara necessario (per lo conuerio modo della octaua concettione) quella esser ecceduta dalla maggiore. adonque per la presente. 23. nō seran simile, che e il proposito.

Theorema .xxii. Propositione. xxiij.

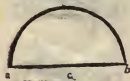
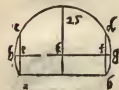
23. Se simile porzioni di cerchii sono sopra linee eguale, quelle porzioni e' necessario che sieno equali.



Siano le due linee. a. b. & c. d. eguale sopra lequale sieno le duoi porzioni di cerchii. a. e. b. & c. f. d. lequale sieno simili. dico quelle medesime esser eguale. & se possibile e che nō siano equali vna di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccederà la minor (per lo conuerio modo della penultima concettione) ma la linea a. b. non eccede la linea. c. d. ne quella e ecceduta da lei (concloua che sono eguale dal presupposito) per laqualcosa seguita il contrario della precedente, che e impossibile. seguita adōque che le dette porzioni siano eguale, che e il proposito.

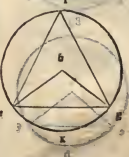
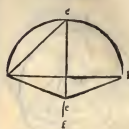
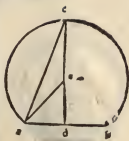
Problema. iij. Propositione. xxv.

24. Puotemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.



Per questa conclusionē, la intentione e questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque. a. b. c. qual si uoglia arco, del qual voglio compire il cerchio. tiraro in quello due linee calchino come si uoglia, lequali sieno. a. c. & b. d. lequali diuidendo io in due parti equali, cioe la a. c. in ponto. e. & la b. d. in ponto. f. & tirando la. e. g. perpendicolare alla. a. c. & la f. h. perpendicolare alla. b. d. lequali si seghono fra loro in ponto. k. (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio sera in l'una & l'altra delle due linee. e. g. & f. h. per laqualcosa il ponto. k. e' il centro, ma se la. e. g. non segha la. f. h. ma siano vna sol linea. si come farase le due linee. a. c. & b. d. siano equidistanti, alhora quella se applicara alla circonferentia del dato arco dall'una e l'altra parte. adonque diuisa quella per mitade in ponto. k. lui sera il centro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee. e. g. & f. h. non puon esser equidistanti, perche conciochia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (per il detto correlario) seriano duoi centri del medesimo cerchio, & così per questo modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, comunamēte dimostrare qualmente se compisse il suo cerchio, tamen perche il si vede l'auithore in questa conclusionē variare secondo le diuerse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, dimostraremo diuisamente per le specie, qualmente se cōpisse il cerchio di ogni data portione, sia adonq. primamēte la data portione a. b. vn mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea. a. b. sera il diametro, diuisa adonq. quella per mezzo in pōto. c. il detto pōto. c. sera il cētro del cerchio sia anchora la portio. a. c. b. maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea. a. b. laq̃l diuido in due parti cōli in ponto. d. dalqual pduco la. d. e. p̃p̃dicolar aq̃lla (& cio sia che la portio. a. c. b. sia maggior del mezzo cerchio) la a. d. sera minor del mezzo diametro, & la. d. c. e' maggior del mezzo diametro, adonque. a. d. c. e' maggior che la. a. d. adonque (per la. 1. del primo) l'angolo. c. a. d. e' maggiore.

a, d, e' maggiore dell'angolo. a, c, d, sia a dunque fatto l'angolo. c, a, e. (per la vigesima terza del primo) e equal all'angolo. a, c, e. prodotta la linea. a, e. la qual seghi a linea. c, d. in pōto. e. & per la sesta del primo) la linea. a, e. sera equal alla linea. c, e. sia adunque tirata la linea. e, b. & (per la quarta del primo) la linea. e, b. sera equal alla linea. a, e. per la qual cosa le tre linee. a, e, b, e, c. sono equali, adunque (per la nona di questo il pōto. e. e' il centro del cerchio) sia anchora la porzione a, c, b, minore del mezzo cerchio, della quale la corda sia la. a, b. la quale diuidi in due parti equali in pōto. d. dal qual conduco la linea. c, d, f. perpendicolare alla linea. a, b. la qual seghi la circonferentia in pōto. c. & e' manifesto questa transire per il centro (per il correlario della prima di questo) anchora tiro la linea. a, e. & l'angolo. a, c, d. sera maggiore di l'angolo. c, a, d. perche se fusse equal seria la porzione. a, c, b, vn mezzo cerchio, & se fusse minore seria maggiore d'un mezzo cerchio, & e' posto che sia minore, adunque tiro la linea. a, e. che faccia con la linea. a, c. vn angolo equal al angolo. c, & seghi la linea. c, f. in pōto. e. & e' manifesto che il pōto. e. cade di fuora della porzione, & tiro la linea. e, b. & perche lo angolo total. a, e' equal al angolo. c. (per la sesta del primo) la linea. e, a, e' equal alla linea. e, c. & perche (per la quarta del primo) la linea. e, b, e' equal alla linea. e, a. (per la nona di questo) il pōto. e. e' centro del cerchio, per la qual cosa e' manifesto il proposito secondo tutte le specie delle porzioni di cerchil.



Theorema, xxiii. Propositione, xxvi.

25 Se in cerchii equali ouer sopra il centro, ouer sopra la circonferentia
26 stiano angoli equali e necessario quelli calcare sopra archi eqli,

Siano doi cerchii equali, cioe il cerchio. a, b, c. (il centro dil quale sia il pōto. d.) & il cerchio. e, f, g. (il centro dil quale sia il pōto. h.) & sopra li centri de quelli si uo fatti li doi angoli. a, d, c. & e, h, g. li quali siano posti equali, dico che li doi archi. a, b, c. & e, f, g. sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in questo modo. Siano tirate le due linee. a, c. & e, g. & fian fatti li doi angoli in la circonferentia de quelli che stiano sopra li predetti archi, li quali siano l'angolo. a, b, c. et l'angolo. e, f, g. perche adunque li detti doi cerchii sono equali li suoi mezzi diametri (per la prima diffinitione) sono equali, & perche li doi angoli. d. & h. sono equali le due linee. a, c. & e, g. (per la quarta del primo) sono equali, & (per la vigesima di questo) l'angolo. b, sera equal all'angolo. f. (concludo sia l'angolo d. sia equal all'angolo. h. & l'uno e l'altro e doppio a quello che e costituito sopra della circonferentia del suo arco, pero l'angolo. b. (per commun sententia) sera equal all'angolo. f. adunque (per la penultima diffinitione di questo) le due porzioni. a, b, c. & e, f, g. sono simili, & perche sono sopra le due linee. a, c. & e, g. & la qual quelle seranno (per la vigesima quarta di questo) equal fra loro, per la qual cosa l'arco. a, b, c. sera equal all'arco. e, f, g. Ma se li doi angoli. b. & f. li quali sono sopra della circonferentia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette porzioni seranno simili, & l'angolo. d. sera pur (per la detta vigesima) equal all'angolo. h. & perche li cerchi sono posti equali (per la quarta del primo) le due linee. a, c. & e, g. seranno equali, per la qual cosa le due porzioni. a, b, c. & e, f, g. per esser simile & sopra le due linee. a, c. & e, g. equal seranno (per la detta vigesima quarta di questo) etia fra loro equali si come prima, & l'arco. a, b, c. sera pur equal all'arco. e, f, g. (& per la quinta commun sententia) l'arco. a, b, c. sera etia equal all'arco. e, f, g. che e il proposito della seconda tradottione, perche in questo la solum conclude che l'arco. a, b, c. e equal all'arco. e, f, g. tamen per questo modo se verifica l'una e l'altra.

Theorema, xxiiii. Propositione, xxvii. conuersa della precedente.

26 Se in cerchii equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quel
27 li o siano costituiti sopra li centri de quelli, ouer sopra la circonferentia le necessario che siano equali,

Siano li duoi cerchi equali, l'uno sia il cerchio, a, b, c, e, (il centro di quale sia il ponto, d.) l'altro sia il cerchio, e, f, g, (il centro di quale sia il ponto, h.) & sia li duoi archi, a, b, c, e, f, g, equali, & siano fatti sopra alli detti archi duoi angoli sopra il centro li quali siano, d, h, dute le linee, a, d, c, d, e, h, g, h. Er anchora sopra li medesimi archi siano fatti duoi altri angoli in la circonferentia liquali siano, b, & f, dute le linee, a, b, c, b, e, f, & g, f. Dico li duoi angoli, d, & h, esser fra loro equali, & anchora li duoi altri angoli, b, & f, esser pur fra loro equali laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti duoi angoli, d, & h, non sono fra loro equali (p l'aduersario) l'un s'era maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo, h (se possibile e) sia maggiore dell'angolo, d, del angolo, h, ne sia tagliato, ouer seghato l'angolo, k, h, g, ilqual sia e qual all'angolo, d, cioe sopra il ponto, h, sia fatto l'angolo, k, h, g, (per la vigesima terza del primo) eguale all'angolo, d, (& per la precedente) l'arco, k, e, f, g, s'era eguale all'arco, a, b, c, ma li duoi archi, a, b, c, e, f, g, sono poiti equali, seguita adòq (p la prima còmana sentetia) che l'arco, e, f, g, fusse eguale all'arco, k, e, f, g, laqual cosa e impossibile (per l'ultima commun sentetia), seguita adonque che li duoi angoli, d, & e, h, g, siano equali. Anchora per simel modo tu approuerai li duoi angoli, b, & f, esser equali, ouero hauendo prouato che li duoi angoli, d, & h, son equali, seguita (per la vigesima de questo) li duoi angoli, b, & f, esser equali, & conuerso. Anchora con simel proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda traduzione, cioe che se in cerchi equali li angoli che sono dedutti sopra eguale circonferentia sono fra loro equali o siano al centro, ouer alla circonferentia, cioe se la circonferentia, a, c, sia posta eguale alla circonferentia, e, g, delli detti duoi cerchi equali li angoli, d, & h, fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentia) seranno equali (& se non fusseno equali per l'aduersario) l'uno s'era maggior di l'altro, & ponendo pur che l'angolo, h, fusse maggiore dell'angolo, d, & segho pur da l'angolo, h, lo angolo, k, h, g, eguale all'angolo d, seguita (per quello fu concluso in fin della precedente) che la circonferentia, k, g, fusse eguale alla circonferentia, a, c, (& per la prima commun sentetia) la circonferentia, k, g, s'era eguale alla circonferentia, e, g, che e impossibile per la ultima còmana sentetia) si che ambedue hanno vna medesimo procedere, abenche l'una còcluda diuersamete di l'altra, tamen prouido una via e esser prouata etia l'altra,

Theorema. xxv. Propositione. xxviii.

27 Se in cerchi equali, linee rette equali, raseghino archi. anchora
28 quelli archi e necessario esser equali, cioe il maggiore al maggiore
il minore al minore.

Siano li duoi cerchi equali, a, b, c, & d, e, f, & in quelli siano le due linee rette b, c, & e, f, eguale eguale seghino li duoi archi, (b, a, c, & e, d, f,) maggiori & li duoi archi, b, g, c, & e, h, f, minori, dico che l'arco, b, a, c, maggiore e eguale all'arco, e, d, f, maggiore & l'arco, b, g, c, minore e equal all'arco, e, h, f, perche essendo ritrouati li centri de detti cerchi (per la prima di questo) liquali siano, k, l, & siano congiunti, k, b, k, c, l, e, l, f, er perche di cerchi equali li duoi semidiametri son anchora equali (p la prima diffinitione di questo) adòq le due linee, b, k, & k, c, son equali alle due linee, l, e, & l, f, & la basa, b, c, (p il presupposito) e eguale alla basa, e, f, adòq l'angolo, b, k, c, (p la 8. del primo) e equal a l'angolo, e, l, f, et li angoli equali (per la 26. di questo) cadeno sopra archi equali, adòq l'arco, b, g, c, e eguale all'arco, e, h, f, & tutto il cerchio, a, b, c, e' eguale tutto il cerchio, d, e, f, adòq che il rimanente arco, b, a, c, (per la 3. còmana sentetia) e eguale al rimanente arco, e, d, f, adonque in li cerchi equali se linee rette equali seghino li archi li detti archi seranno de necessita equali, cioe il maggiore al maggiore, il minore al mi

nore, che e il proposito.

Il Traduttore,

E' l'effetto di questa soprascritta proposizione, in la prima tradottione e tutto corretto e mendosamente parla, come in essa appare.

Theorema. xxyi. Propositione. xxiix.

28 Li archi equali de cerchi equali e necessario c'habiano corde eg'le.

29

Siano li duoi cerchi equali. a. b. c. il centro dilquale e il ponto. d. & e. f. g. il centro dilquale e il ponto. h. & sia l'arco. a. b. c. eguale all'arco. e. f. g. dico che la corda. a. c. e eguale alla corda e. g. & per dimostrar questo siano tirate le linee. d. a. i. d. c. h. e. h. g. et (per la vigesima settima di questo) l'angolo. d. sera eguale all'angolo. h. per laqual cosa la basa, ouer corda. a. c. (per la quarta del primo) sera eguale alla basa, ouer corda e. g. che e il proposito; & nota che tutte le passioni che habemo approbate de diuersi cerchi equali quelle piu fortemente intenderai esser vere de vno medesimo cerchio.

Problema. iiii. Propositione. xxx.

29 Puotemo diuidere uno arco dato in due parti equali.

30

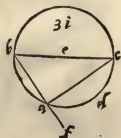
Sia dato l'arco ouero circonferentia. a. b. c. qual sia di bisogno da diuidere in due parti eguale, sia tirata la corda. a. c. & quella sia diuisa in due parti equali in ponto. d. & dal ponto d. (per la vndecima del primo) sia tirata la perpendicolare. d. b. laqual sega la circonferentia del dato arco in ponto. b. ilqual ponto. b. dico che diuide il dato arco in due parti equali, & per dimostrar questo sia tirate le due linee. b. a. b. c. lequale seranno eguale (per la quarta del primo) laqual cosa l'arco. a. b. (per la prima parte della vigesima octaua di questo) sera eguale all'arco. b. c. che e il proposito.

Theorema. xxyii. Propositione. xxxi.

30 Se uno angolo de linee rette e fatto nel mezzo cerchio ilquale stia sopra l'arco, certo quello angolo e retto. Ma se la portione del cerchio doue e l'angolo e maggior del mezzo cerchio, allhora quel angolo sia minore che'l retto. E se la portione del cerchio doue e l'angolo e minore del mezzo cerchio, allhora quello angolo e maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio e maggior che'l retto, & ogni angolo della portione minore del mezzo cerchio e menor del retto.

Sia il cerchio. a. b. c. (il centro del qual sia il ponto. d. e' il diametro. a. d. c.) e fa diase nel mezzo cerchio. a. b. c. insu la circonferentia l'angolo. a. b. c. (menate le linee. a. b. & b. c.) dico lo angolo. a. b. c. essere retto, & per dimostrar tale cosa sia tirato dall'angolo. b. al centro. d. la linea. b. d. & perche le due linee d. a. & d. b. (del triangolo. a. b. d.) sono eguale (per la diffinitione del cerchio)





l'angolo. a. (per la quinta del primo) ſera eguale all'angolo. a. b. d. & per le medefime ragione l'angolo. c. ſera eguale all'angolo. d. b. c. & perche l'angolo. c. d. b. p. la p. 31. del primo, e eguale alli duoi angoli. a. & a. b. d. di che (per communicaſci entia) ſera doppio all'angolo. a. b. d. & per le medefime ragione l'angolo. a. d. b. ſera etiani doppio all'angolo. d. b. c. adunque li duoi angoli. c. d. b. & a. d. b. inſieme ſon doppj a tutto l'angolo. a. b. c. & perche li detti duoi angoli. a. d. b. & c. d. b. (per la terzidecima del primo) ſono equali a duoi angoli retti adunque tutto l'angolo. a. b. c. ſera la mita di duoi angoli retti, per la quale coſa ſera retto che e il primo propoſito. Anchora per queſtaltro modo ſe puo dimoſtrare il detto angolo. a. b. c. eſſer retto, ſia produtta la linea. c. b. ſina al ponto. e. l'angolo. a. b. c. eſſer iſico (per la detta trigefima ſeconda del primo) ſera equal e alli duoi angoli. a. & c. & perche l'angolo. a. e eguale all'angolo. a. b. d. & l'angolo. c. all'angolo. d. b. c. l'angolo adunque. a. b. c. verba a eſſer eguale a tutto l'angolo. a. b. c. adunque l'uno e l'altro (per la ottava diffinitione del primo) ſera retto. El ſecondo propoſito ſe manifeſta in queſto modo, ſia il cerchio. a. b. c. (il centro di quale ſia il ponto. d.) nelqual ſia la portione. a. b. c. maggiore del mezzo cerchio, la corda della quale ſia la linea. a. c. & ſia fatto ſopra la circonferentia di quella l'angolo. a. b. c. (dutte le linee. b. a. & b. c.) dico quello tal angolo eſſer minor d'un retto, & per dimoſtrar queſto ſia tirato il diametro. a. d. e. & la linea. c. b. hor dico che l'angolo. a. b. c. (per la prima parte di queſta) e retto, per la qual coſa l'angolo. a. b. c. ſera minor del retto (per la vltima communicaſci entia) concioſia che quello e parte del retto, e coſi e manifeſto il ſecondo propoſito. El tertio ſe delucidera in queſto modo ſia vn'altra ſiada in lo cerchio. a. b. c. (il centro di quale ſia il ponto. d.) la portione. a. b. c. la corda della quale ſia la linea. a. c. la qual portione e minore del mezzo cerchio, & ſia fatto ſopra la circonferentia di quella l'angolo. a. b. c. (dutte le linee. b. a. & b. c.) dico queſt'angolo. a. b. c. eſſer maggior del retto, la qual coſa ſe dimoſtra in queſto modo. ſia produtto dal ponto. a. il diametro. a. d. e. & dal ponto. c. la linea. c. b. l'angolo. a. b. c. (per la prima parte di queſta) e retto, per la qual coſa l'angolo. a. b. c. e maggiore di lui, pero il noſtro tertio propoſito ſera manifeſto, el quarto el quinto ſe approuara in queſto modo. ſiano in lo cerchio. a. b. c. d. (il centro di quale e il ponto. e.) le portione. a. b. c. maggiore del mezzo cerchio la corda della quale e la linea. a. c. & la portione. a. d. c. minor del mezzo cerchio la corda del quale e la medefima linea retta. a. c. dico l'angolo cō tenuto dall'arco. b. a. & dalla corda. a. c. eſſer maggior del retto, & l'angolo contenuto dall'arco. d. a. & dalla corda. a. c. eſſere minor del retto, & per dimoſtrar queſto dal ponto. c. ſia dutto il diametro. c. e. b. & dal ponto. b. la linea. b. a. ſina al. f. di che l'angolo. b. a. c. (per la prima parte di queſta) ſera retto, & (per la terziade cima del primo) l'angolo. f. a. c. ſimilmente ſera retto, perche adunque l'angolo. b. a. c. e parte dell'angolo contenuto dall'arco. a. b. & dalla corda. a. c. pero e meſor di lui (per la vltima conceſſione) che l'quarto propoſito. Et perche l'angolo contenuto dall'arco. d. a. & dalla corda. a. c. e parte dell'angolo. f. a. c. (che e retto) adunque ſera minor di lui, per la qual coſa e manifeſta tutta queſta conſuſione de cinque membri.

Correlario.

Da quie' manifeſto che ſe uno angolo d'un triangolo ſera eguale alli altri duoi angoli del detto triangolo quel angolo e retto, & e conuerſo quando li duoi angoli d'un triangolo ſeranno equali all'altro terzo quelli ſeranno equali a un angolo retto.

Anchora dalle due vltime parti della ſopraſcritta ppoſitione ſi manifeſta la iſtaria, ouer oppoſitione contra que due argumentationi, allequal denno traſtaſſimo anchora la iſtanta, ouer oppoſitione in la ſeſta decima di queſto, perche el

che el se transfisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio il quale è minor del retto) per la vltima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, il quale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transfisse per lo quale, conchiosia che ogni portione del cerchio sia ouer mezzo cerchio, ouer minore, ouer maggiore del mezzo cerchio, ma conchiosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sesta decima di questo) cioè minor del retto (per la vltima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto) & niente dimeno el non s'era angolo de alcuna portione, ne semplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da vna linea retta, ne retto, ne eguale a vno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio, a. b. c. il centro del quale sia il ponto. d. la linea. a. b. alla quale nō sia determinato fine della parte. b. seghando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella s'era (per la vltima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea. a. d. c. & sia immaginato la linea. a. b. c. e ser mouesta verso la parte. c. sopra il ponto. a. laquale tanto quanto che la s'era de qua dal ponto. c. ouero in lo medesimo ponto. c. couerzando il diametro. a. d. c. quella fara con l'arco l'angolo minor del retto, ma in ogni ponto oltre il ponto. c. come s'era in ponto. e. quella fara (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto, adonque el se transfisse dal minore al maggiore, e non per lo eguale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trouar vn angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & vno minore, e tamen non se puo trouare lo eguale (come fu dimostrato in la sesta decima di questo) similmente in li angoli delle portioni el se puo trouare il maggiore, etiam il minore del retto, & niente di meno el non se puo ritrouare lo eguale, come se manifesta in questa dimostrazione.

Theorema. xxviii. Propositione. xxxii.

- ³¹ Se in una linea retta toccata un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca che ciascan di quelli sono equali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta. a. b. laquale tocchi il cerchio. c. d. e. f. in ponto. d. il centro del qual cerchio sia il ponto. g. & dal ponto. d. sia dutta la linea. a. d. f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro. g. & siano fatti l'angolo. d. c. e. sopra la portione. d. e. f. (dutte le linee. e. d. & e. f.) & l'angolo. d. c. f. che sia sopra l'arco della portione. d. e. f. (dutte le linee. e. d. & c. f.) dico l'angolo. c. e. f. e eguale all'angolo. b. d. f. & l'angolo. e. all'angolo. a. d. f. et per dimostrare questo sia dutto il diametro. d. g. h. & la linea. f. h. (e per la decima ottaua di questo) la linea. d. h. s'era perpendicolare sopra de. a. b. (& per la prima parte della precedente) l'angolo. d. f. h. s'era retto, plaqualcosa li duoi angoli. a. d. h. & d. f. h. sono equali, giouoli adonque comunamente lo angolo. h. d. f. tutto l'angolo. a. d. f. s'era eguale alli duoi angoli liquali sono. d. f. h. & h. d. f. ma questi duoi con l'angolo. h. sono equali a duoi angoli retti (per la trigesima seconda del primo) adonque l'angolo. a. d. f. con l'angolo. h. sono equali a duoi angoli retti, ma l'angolo. a. d. f. con l'angolo. b. d. f. sono similmente equali a duoi angoli retti (per la tercia decima del primo) adonque l'angolo. b. d. f. e eguale all'angolo. h. & perche l'angolo. c. (per la vigesima prima di questo) e similmente eguale all'angolo. h. seguita adonque (per la prima communia scientia) l'angolo. b. d. f. essere eguale all'angolo. c. che e il primo proposito, & perche li angoli. c. & e. sono equali a duoi angoli retti (per la

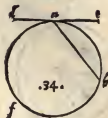


primo) adonque facendo il ponto, h. centro di cerchio, & sopra quello descritto vno cerchio secondo la quantita de. h. a. la circonferentia di quello passera per lo ponto. b. (per esser la. h. b. equale alla. h. a.) il qual sia il cerchio. a. b. e. & per lo correlario della detta settima decima di questo, la linea. a. g. tocca il cerchio nel ponto. a. per laqual cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione. a. k. e. b. sera equale all'angolo. g. a. b. (per la precedentente) & perche l'angolo. g. a. b. fu descritto equale all'angolo. c. seguita adonque che ogni angolo descritto in la detta portione. a. k. e. b. sera equale all'angolo. c. che e il proposito, & cosi se potria procedere quando l'angolo. c. fusse maggior del retto, ideo.

Problema. vi. Propositione. xxxiiii.

- 33 Da uno dato cerchio puotemo tagliare una portione recipiente
34 uno angolo equale a' uno dato angolo rettilineo.

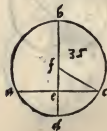
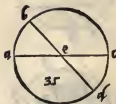
Sia il dato cerchio. a. b. f. & c. il dato angolo rettilineo voglio dal cerchio. a. b. f. segare una portione laquale receua vno angolo equale all'angolo. c. produro la linea. d. a. e. (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto. a. dal quale produco la linea. a. b. (in lo detto cerchio) continente con la linea. a. e. l'angolo. e. a. b. equale all'angolo. c. dilche la portione. a. f. b. (per la trigesima seconda di questo) sera recipiente vno angolo equale all'angolo. e. a. b. & perche l'angolo. e. a. b. fu posto equale all'angolo. c. adonque la portione. a. f. b. (per communia sententia) sera recipiente vno angolo equale all'angolo. c. che e il proposito.



Theorema. xxix. Propositione. xxxv.

- 34 Se in uno cerchio due rette linee si seghano fra loro quello che pro
cede da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella me
desima e' equale a quello rettangolo che e contenuto sotto alle due
parti dell'altra linea.

Siano le due linee. a. c. & b. d. equali se seghano fra loro in lo cerchio. a. b. c. d. sopra il ponto. e. dico che lo rettangolo che vien fatto dalla parte. a. e. in la parte. e. c. e' equale a quello che viene fatto della parte. b. e. in la parte. e. d. perche ouer che ambedue le dette linee transiranno per lo centro del cerchio, ouer solamente vna di quelle, ouero niuna, hor poniamo primamente che ambe passino per lo centro come in la prima figura appate. Adonque il ponto. e. sera il centro del cerchio, & tutte le quattro linee. e. b. e. d. e. a. e. c. saranno equale (per la diffinitione del cerchio) per laqual cosa il proposito e manifesto, ma se una sola de quelle passera per lo centro & sia quella la. b. d. & il centro del cerchio sia il ponto. f. oueramente la. b. d. seghara la. a. c. in due parti equali, ouer in due parti non equali poniamo prima che quella la seghi in due parti equali sera adonque (per la prima parte della terza di questo) la linea. a. c. seghata orthogonalmente dalla detta linea. b. d. per tanto sia detta la linea. f. c. (& per la quinta del secondo) quello che vien fatto della. b. e. in la. f. c. d. con lo quadrato della. e. f. sera equale al quadrato della linea. f. d. cioe al quadrato della linea. f. c. & perche il quadrato della detta linea. f. c. e' equale (per la penultima del primo) alli duei quadrati delle due linee. e. f. & e. c. adonque quel che e fatto della. b. e. in la. e. d. con lo quadrato della. e. f. sera equale alli duei quadrati delle dette due linee. e. f. & e. c. adonque quel che e fatto da una e l'altra parte il quadrato della. e. f. (per la terza communia sententia) li duei rimanenti saranno equali, cioe quel



lo che e fatto della, b.e. in la.e.d. sera equale al quadrato della linea, e.e. & perche la.e.c.e' equale alla.a.e. il proposito e manifesto, ma se la.b. d. (la quale transisce per lo centro) segara la.a.c. in due parti non equale, come in questa tertia figura tione appare, dal centro, sia ditta la.f.g. perpendicolare sopra la. a.c. dilche la.a.g. (per la.2. parte della tertia di questo) sera equale alla.g.c. sia ditta anchora la linea.f.c. onde (per la ditta quinta del secondo) quello che e fatto della.b.e. in la.e.d. col quadrato della.a.e. sera equale al quadrato della.f.d. cioe al quadrato della.f.c. & perche il quadrato della ditta linea. f.e. (per la penultima del primo) e' equale alli duoi quadrati delle due linee.f.g.&g.c. seguita adonque che quello che e fatto della.b.e. in la.e.d. col quadrato della linea.f.e. e equal alli duoi quadrati delle due linee.f.g.&g.c. & perche il quadrato della ditta linea.f.e. e' equale alli duoi quadrati delle due linee.f.g.&g.c. (per la ditta penultima del primo per esser l'angolo.e.g.f. retto) adonque quello ch'e fatto della.b.e. in la.e.d. con le alli duoi quadrati delle due linee.f.g.&g.c. sera equale alli duoi quadrati delle due linee.g.c.&g.f. tolendo adonque comunamente dell'una e l'altra parte il quadrato della linea.g.f. restera quello che e fatto della.b.e. in la.e.d. col quadrato solo della linea.g.e. equale al quadrato dell'alinea. g.c. ma (per la quinta del secondo) quel che e fatto della.a.e. in la.e.c. col quadrato della linea.g.e. e' anchora lui equale al medesimo quadrato della.g.c. seguita adonque (per commun sententia) che quello che e fatto della.b.e. in la.e.d. col quadrato della linea.g.e. e' equale a quello che e fatto della.a.e. in la.e.c. col quadrato della linea.g.c. tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea.g.e. restara (per la tertia commun sententia) quello che e fatto della. b. e. in la.e.d. equale a quello che vien fatto della. a.e. in la.e.c. che e il proposito. ma se ne l'una ne l'altra de quelle transisce sopra il centro, oueramente che una di quelle diuidera l'altra in due parti equali, ouer in due parti non equali, hor poniamo primamente che la linea.b.d. diuidi la linea.a.c. in due parti equali in ponto.e. come in questa quarta figurazione appare, prodotto la linea.g.f.e.h. diametro del cerchio che transisce per il ponto della diuision di quelle, cioe per lo ponto.e. & perche la linea.g.h. (laqual transisce per lo centro del cerchio) diuidi la linea.a.c. in due parte equali nel ponto.e. quello che e fatto della.g.e. in la.e.b.e' equale (per lo secondo modo di questa conclusione) a quello ch'e fatto della.a.e. in la.e.c. & perche la.g.h. diuidi la. b. d. in due parti non equali, per lo tertio modo di questa medesima conclusione, quello che e fatto della.b.e. in la.e.d. sera etiam lui e equal a quello ch'e fatto della.g.e. in la.e.h. adonque quello che vien fatto della.b.e. in la.e.d. e' equale a quello che e fatto della.a.e. in la.e.c. che e il proposito, ma se in una de loro non diuide l'altra in due parti equali, come in questa vltima figurazione appare, tirata pur la linea.g.f.e.h. diametro del cerchio che transisce pur per lo ponto.e. quello ch'e fatto della.g.e. in la.e.h. sera equal (per lo tertio modo di questa) a quel che e fatto della.b.e. in la.e.d. & per lo medesimo sera etiam equale a quello che e fatto della.a.e. in la.e.c. dilche (per commun sententia) quello ch'e fatto della.b.e. in la.e.d. sera etiam equale a quello ch'e fatto della.a.e. in la.e.c. che e il proposito.

Theorema. xxx. Propositione. xxxvi.

35. Sel se signara uno ponto fuora d'un cerchio, & da quello si meni due
36 linee rette, al cerchio, l'una che seghi, & l'altra che tocchi il detto
cerchio, quello che se contenera sotto di tutta la linea seghante, &
della parte estrinseca, sera equale al quadrato che se descriuera della
linea che tocca.

Si il ponto, a, signato di fuora del cerchio, b, c, d. (il centro del quale e il ponto e.) dal

INCOMINCIA

IL QVARTO LIBRO DELLI PRINCI

PII DE EVCLIDE MEGARENSE D'ELLA

Inferitione & circonscrittione delle figure de vna in
l'altra, secondo le due tradottioni, da Nicolo

lo Tarlea Brisciano da latino in vol-
gare tradotto, & dilu-

cidato.



Diffinitione prima.

- 1 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in una altra figura
rettilinea, quando ciascun angolo della figura inscritta tocca ciascun
lato de quella in laquale e descritta.

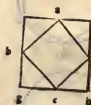
Sta il triangolo, a, b, c. descritto di dentro del triangolo, d, e, f. talmente che cia-
scun angolo del triangolo, a, b, c. tocca ciascun lato del triangolo, d, e, f. (in li
tre ponti, a, b, c.) hor dico che il triangolo, a, b, c. vien detto esser inscritto in lo tri-
angolo, d, e, f. similmente se fusse il quadrato, a, b, c, d. descritto di dentro di qua-
drato, e, f, g, h. talmente che ciascun angolo del quadrato, a, b, c, d. tocchi ciascun
lato del quadrato, e, f, g, h. (nell'i quattro ponti, a, b, c, d.) dico che il quadrato, a,
b, c, d. vien detto esser inscritto di dentro del quadrato, e, f, g, h. & così si deve intè-
dere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.



Diffinitione.ii.

- 2 Similmente una figura vien detta esser descritta circa a' una altra
figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun an-
golo de quella circa laquale e descritta.

Sta come ess' il triangolo, d, e, f. (della precedente) che ciascun lato di quello toc-
ca ciascun angolo del triangolo, a, b, c. per laqualcosa il triangolo, d, e, f. vien
detto esser descritto attorno al triangolo, a, b, c. & similmente il quadrato, e, f, g, h.
vien detto esser descritto circa al quadrato, a, b, c, d. perche ciascuno lato di quel-
lo tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a, b, c, d.



Diffinitione.iii.

- 3 Vna figura rettilinea vien detta esser descritta in uno cerchio, quan-
do ciascuno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello
cerchio.

Si come appare in lo quadrato, a, b, c, d. che ciascuno angolo di esso quadrato
tocca la circonferentia del cerchio, a, b, c, d. (in li quattro ponti, a, b, c, d.) per
laqualcosa il detto quadrato vien detto esser descritto in lo detto cerchio &
cosi verria detta ogni altra figura rettilinea.





Ma una figura rettilinea uien detta esser descritta cerca a un cerchio
4 qñdo ciascū lato della circōscritta tocca la circōferētia del cerchio.

SI come accade al quadrato. e. f. g. h. il quale (perche ciascun lato di quello tocca la circonferentia del cerchio. a. b. c. d.) in li quattro ponti. a. b. c. d. vien detto esser descritto cerca al detto cerchio. a. b. c. d. & così veria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. v.

Similmente uno cerchio uien detto esser descritto in una figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual e descritto.

SI come accade al cerchio. a. b. c. d. (della figura precedente) il qual vien detto esser descritto in lo quadrato. e. f. g. h. (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato. e. f. g. h. & così veria detto quando così fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. vi.

Vno cerchio uien detto esser descritto cerca a una figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca la quale e descritto.

SI come interuen al cerchio. a. b. c. d. il quale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura. a. b. c. d. e. f. g. h. rettilinea) vien detto esser descritto cerca a essa figura rettilinea.

Diffinitione. vii.

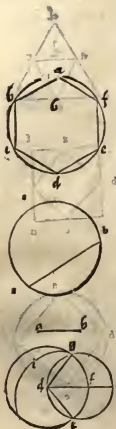
Vna retta linea uien detta conuegnire in un cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

SI come appare alla linea. a. b. la quale vien detta conuegnire in lo cerchio. a. b. c. (perche li suoi duoi estremi, cioe li duoi ponti. a. & b. che sono li fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio. a. b. c.

Problema prima Proposizione. prima.

Dentro a uno dato cerchio puotemo accommodare una linea retta egale a una data retta linea laqual non sia maggiore del diametro.

Si il dato cerchio. e. d. c. (il diametro del quale e la d. c.) e la linea data. a. b. la qual non e maggior del diametro. d. c. voglio dentro del dato cerchio accommodare vna linea eguale alla linea. a. b. laqual se sia eguale al diametro. d. c. e fatto quello ch'e proposto (perche in lo cerchio. d. e. c. e stata adattata la linea retta. d. c. eguale alla data linea. a. b. ma sel diametro. d. c. e maggiore di essa linea. b. sia tolto dal diametro. d. c. la parte. d. f. (per la terza del primo) eguale alla linea. a. b. e sopra il ponto. d. secondo la quantita della. d. f. sia descritto il cerchio.



chio, f. e. g. feghante il detto cerchio in li doi ponti. g. & e. all'uno di qual fia dur
ra (dal ponto. d.) una linea retta come ia. d. e. ouer. d. g. & l'una e l'altra di quelle
sera eguale alla linea. a. b. (perche l'una e l'altra de esse linee. d. e. & d. g.) (per la
diftinitione del cerchio) ono equal alla linea. d. f. laquale fu posta eguale alla det
ta linea. a. b. per laqualco fa hauemo il propoposito.

Problema. ii. Proposizione. ii.

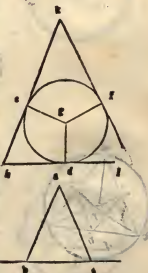
² Dentro a uno dato cerchio puotemo collocare uno triangolo equi
² angolo a uno triangolo assignato.

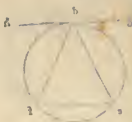
1a lo assignato triangolo. a. b. c. & lo assignato cerchio. d. e. f. voglio dentro a
questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo. al triangolo. a. b. c. (non e
necessario essere equilatero, ma e ben possibile a essere) produco la linea. g. d. h.
toccate il cerchio in ponto. d. sopra liqual faccio l'angolo. h. d. f. (dutta la linea. d.
f.) (per la vigesima terza del primo) eguale all'angolo. c. & similmente l'angolo
g. d. e. dutta la linea. d. e. eguale all'angolo. b. & tiro la linea. e. f. & (per la trigesi
ma seconda del tertio) l'angolo. e. sera eguale all'angolo. h. d. f. & l'angolo. h. d. f.
fu costituito eguale all'angolo. e adonque (per communia scientia) l'angolo. e. se
ra eguale all'angolo. c. & (per le medesime ragione) l'angolo. f. sera eguale all'an
golo. b. (per la qualcofa l'angolo. d.) tertio del triangolo. e. d. f. sera eguale (per la
trigesima seconda del primo) all'angolo. a. ch' e similmente il tertio del triangolo
a. b. c. per la qualcofa hauemo il propoposito cioe lo cerchio. d. e. f. hauemo collocat
o il triangolo. d. e. f. che li suoi triangoli iono equali alli tre angoli del triangolo
a. b. c. cioe ciascuno al suo corrispondente come voleuamo.

Problema. iii. Proposizione. iii.

³ Intorno a uno assignato cerchio puotemo descriuere uno triangolo
³ lo equiangolo a uno triangolo dato.

1a lo assignato triangolo. a. b. c. & lo assignato cerchio. d. e. f. (il centro di qua
le e il ponto. g.) intorno a questo cerchio voglio descriuere vno triangolo equi
angolo al triangolo. a. b. c. (equilatero non e necessario ma e possibile) produco
la basa. b. c. dall'una e l'altra parte accioche siano fatti li doi angoli estrinseci, &
dal centro. g. produco la linea. g. d. fina alla circonferentia & costituisco l'ango
lo. d. g. e. (dutta dalla linea. g. e.) equal all'angolo. b. estrinseci & similmente l'ango
lo. d. g. f. (dutta la linea. g. f.) eguale all'angolo. c. estrinseci & dalli ponti. d. e. f. pro
duco in l'una e l'altra parte le linee orthogonamente le quale (per lo correlario
della sedicesima del tertio) seranno toccante il cerchio lequale linee toccanti
produco da ciascuna parte fin a tanto che concorranno in li ponti. h. k. l. (il qual
concorso approueremo di sotto) perche adonque in lo quadrilatero. h. d. e. g. li
doi angoli. d. & e. sono retti teranno li doi altri angoli. g. & h. equali a doi
angoli retti conlosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali
a quattro angoli retti (come e dimostrato sopra la trigesima seconda del primo)
& perche li doi angoli. b. cioe lo intrinseci e lo estrinseci sono similmente equa
li a doi angoli retti (per la tercia decima del primo) ma l'angolo. b. estrinseci fu
posto equal a l'angolo. d. g. e. sera adonque l'angolo. b. intrinseci (per communia
scientia) eguale all'angolo. h. anehora per simile ragione l'angolo. c. intrinseci e
eguale all'angolo. l. essendo adonque li doi angoli. h. & l. del triangolo. h. l. k. e
quali alli doi angoli. b. & c. del triangolo. a. b. c. de necessita anchora l'angolo. k.
(per la 31. del primo) sera eguale all'angolo. a. equiangoli adonque sono li doi tri





angoli, a, b, c, & h, l, K, di che attorno al cerchio d, e, f, h, auemo descritto il triangolo, h, l, K, equiangolo al triangolo, a, b, c, che è il proposito. Hora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li detti tre ponti, d, f, e, protratte da ciascaduna parte di necessita concorreranno che li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro e retro, e similmente l'uno e l'altro de quelli che lo no al ponto, d, e pur retro sel sarà inteso con la mente esser tirata vna linea da i, d, a, l, e, li duoi angoli liquali sono alla parte, h, seranno minori de duoi angoli retti, per laqualcosa protratte in quella parte le due linee, l, d, h, &, K, e, h, (per la penultima petitione) concorreranno, & per la medesima ragion concorreranno, ed am le due linee, h, d, l, &, K, f, l, & similmente le due, l, f, K, &, h, e, k, che è il pposito.

Problema.iii. Proposizione.iiii.

4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.

Sia lo assignato triangolo, a, b, c, voglio di dentro di questo triangolo descriuere vno cerchio, diuidoli duoi angoli, a, & b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali ditta la linea, a, d, & la linea, b, d, lequali concorrano in lo ponto, d, dal qual ponto, d, duco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & d, g, & perche l'angolo, a, de vno di duoi triangoli, e, d, a, &, g, a, d, e eguale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & g, e' retro, e lo lato, a, d, e commune, di che la linea, d, e, (per la vigesima sesta del primo) sera e quale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & f, b, d, e' eguale al l'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli, e, & f, e' retro, e anchora il lato, d, b, e' commune, di che (per la medesima vigesima sesta del primo) la linea, e, d, sera eguale alla linea, d, f, per laqualcosa le tre linee, d, e, d, f, d, g, sono e quale, s'atto adonque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantita de vna de dette tre linee transira (per la nona del tertio) per le altre due estremita, & perche ciascuna delle tre linee, a, b, b, c, & c, a, (per lo correlario della vigesima decima del 3.) sera toccante il cerchio descritto il pposito viè a esser manifesto.

Problema.v. Proposizione.v.

5 Cerca a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambli gonio, ouer oxigonio, puotemo descriuere un cerchio.

Sia il triangolo assignato, a, b, c, voglio cerca di lui descriuere vno cerchio Diuidoli i suoi duoi lati, a, b, & a, c, (per la decima del primo) in due parti equali, cioe, a, b, in ponto, d, & a, c, in ponto, e, dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la vndecima del primo) alle linee, a, b, a, c, lequale allògo fina tanto e che quelle concorrano insieme in lo ponto, f, & siano, d, f, e, f, e, & quelle concorranno, perche l'uno e l'altro delli duoi angoli, d, & e, e' reto sel sarà inteso esser tirata vna linea, da i, d, a, l, e, li duoi angoli che seranno fatti (alla parte doue seranno tirate) seranno minori de duoi angoli retti, per la qualcosa quelle concorranno (per la penultima petitione) adonque dal ponto, f, (liquale è il ponto del concorso) il qual dico esser il centro del questo cerchio: tiro le linee a ciascun angolo le qual sono, f, a, f, b, f, c, & perche in lo triangolo, a, d, f, li duoi lati, a, d, d, f, sono equali alli duoi lati, b, d, & d, f, del triangolo, b, d, f, & l'angolo, d, dell'uno e eguale all'angolo, d, dell'altro (perche l'uno, e l'altro e reto, di che (per la quarta del primo) la linea, a, f, sera eqa alla linea, f, b, & p la medesima ragione la linea, f, a, sera egale alla linea, f, c, per esser similmete li duoi lati, a, e, & c, e, del triangolo, a, e, f, eguale alli duoi lati, f, c, & c, e, del triangolo, c, e, f, e' l'angolo, e, dell'uno all'angolo, e, dell'altro, adonque (per la nona del tertio) il ponto, f, sera il centro del questo cerchio, questa universal



vniversal demoftratione a ogni fpecie di triangolo, rament perche il fevede l'aut
thore nel mezzo voler variare difgiungendo intra lo triangolo orthogonio, lo
ambliگونio, & lo oxigonio, dilche l'e da effer dimoftrato di ciaſcun de quelli qual
ne piace da per ſi. ſia adonque il trigono propoſito orthogonio, e ſia lo angolo
a. retto, il lato, b. c. oppoſito al detto angolo retto diuidio in due parti equali in
ponto. f. il qual ponto. f. dico effer il centro del queſito cerchio, & per dimoftrare
queſto dal ponto. f. al mezzo dell'uno deſli doi altri lati ilqual ſia il ponto. d.
duco la linea. f. d. & perche la linea. f. d. diuide li doi lati. a. b. & c. del triangolo
a. b. c. in due parti equali la detta linea. f. d. ſera equidiftante al tertio lato, cioe alla
linea. a. c. (& queſto fu demoftrato ſopra la trigefima nona del primo) & perche
l'angolo. a. e poſſo retto ſera (per la ſeconda e tertã parte della vigefima nona
del primo) l'un e l'altro di doi angoli che ſono al ponto. d. ſera retto, ſia adonque
dutra la linea. f. a. & perche li doi lati. a. d. & d. f. del triangolo. a. d. f. ſono equali
alli doi lati. d. b. & d. f. del triangolo. d. b. f. & l'angolo. d. de l'uno e quale all'an
golo. d. dell'altro la baſa. b. f. dell'uno e (per la quarta del primo) ſera eguale alla
baſa. f. a. dell'altro, & perche la linea. b. f. ſe e eguale alla linea. f. c. (dal preſuppoſi
to) ſaranno (per commun ſententia) le tre linee. b. f. a. f. c. fra loro eguale, per la
qualche il ponto. f. (per la nona del tertio) ſera il centro del queſito cerchio, an
chora ſia il dato triangolo. a. b. c. ambliگونio & ſia l'angolo. a. ottuſo il lato. b. c.
che riſguarda queſto angolo ottuſo diuidio in due parti equali in ponto. h. dal qua
le alli ponti di mezzo alli altri doi lati quali ſono. d. & e. duco le linee. h. d. & h.
e. (& per quello che fu demoftrato ſopra la trigefima nona del primo) la linea. h.
d. ſera equidiftante al lato. a. c. & la linea. h. e. al lato. a. b. per laqualcho l'uno e
l'altro deſli doi angoli. b. d. h. & c. e. h. (per la vigefima nona del primo) ſaranno
equali all'angolo. a. & per tanto l'uno e l'altro de quelli ſera ottuſo, dute adonque
la perpendicolare. d. f. alla linea. a. b. (& e. f. alla linea. a. c. ſina aranto che quelli
concorrano in ponto. f. (il quale dico effer il centro del cerchio queſito) ilqual con
corſo e manifeſto per le ragione di ſopra adutte & l'una e l'altra de quelle ſegar
la linea. b. c. che riſguarda l'angolo. a. ottuſo, & quelle concorrere de fuora del tri
angolo. a. b. c. (per lo conuerſo modo della trigefima prima del tertio) altramen
te l'angolo retto ſera eguale al ottuſo, adonque dal ponto. f. il qual e il ponto del
concorſo de quelle produco le linee. f. a. f. b. f. c. & perche li doi lati. a. d. & d. f.
del triangolo. a. d. f. ſono equali alli doi lati. d. b. & d. f. del triangolo. d. b.
f. d. f. & l'angolo. d. dell'uno e eguale allo angolo. d. dell'altro (per eſſere ciaſca
duno de loro retto) la baſa. f. b. dell'uno (per la quarta del primo) ſera eguale
alla baſa. a. f. dell'altro, & per le medefime ragione la baſa. f. c. (del triangolo. c.
f. c.) ſera eguale alla baſa. a. f. (del triangolo. a. e. f.) dilche (per la prima commu
na ſententia) le tre linee. f. b. f. a. f. c. ſaranno fra loro eguale, onde (per la nona del
tertio) il ponto. f. ſera il centro del queſito cerchio, ſia de nouo che il triangolo
a. b. c. ſia oxigonio diuiſi tutti li lati di quello in doi parte equali, cioe il lato. a. b.
in ponto. d. & lo lato. a. c. in ponto. e. & b. c. in ponto. h. tiro le linee. d. e. d. h. & e. h.
(& per quello che fu demoftrato ſopra la trigefima nona del primo) d. h. ſera e
quidiftante al. a. c. & e. h. al. a. b. per laqualcho l'un e l'altro deſli doi angoli. b.
d. h. & c. e. h. (per la ſecõda parte della vegefima nona del primo) ſera eguale al
l'angolo. a. e per tanto l'uno e l'altro ſera acuto, dute adonque le perpendicolat
cioe. d. f. alla linea. a. b. & e. f. alla linea. a. c. e manifeſto quelle concorrere dentro
il triangolo. a. b. c. (altramente l'angolo retto ſe equaliarã allo acuto, ouer che ſe
ria minor de quello) e ſia il ponto del concorſo. f. il quale dico effer il centro del
cerchio, & per dimoftrar queſſo, produco le linee. f. a. f. b. f. c. & perche li doi lati. a.
d. & d. f. del triangolo. a. d. f. ſono equali alli doi lati. b. d. & d. f. del triangolo.
b. d. f. & l'angolo. d. dell'uno e eguale all'angolo. d. dell'altro, onde (per la. 4. ppoſi
tione del primo) la linea. b. f. ſera egual alla linea. a. f. ſimilmete pche li doi lati
a. e. & e. f. del triangolo. a. f. e. ſon equali alli doi lati. c. e. & e. f. del triangolo. c. e. f.
& l'angolo. e. de l'un e egual all'angolo. e. dell'altro, dilche (per la medefima quarta del
primo) la baſa. f. c. ſera eguale alla baſa. f. a. onde (per la prima commun ſentem



la) se tre linee, b. f. f. a. f. c. seranno fra loro eguale, per la qual cosa il ponto. f. (per la nona del tertio) sera il centro del cerchio questo,

Correlario.

5 Per le cose dette e manifesto che se il triangolo sera orthogonio il centro del cerchio da circoscriuere cade in mezzo del lato che e' opposito all'angolo retto se quel sera ambligonio il centro cade di fuora del triangolo. Ma se quello sera oxgonio cade dentro del triangolo, & e conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato. b. c. l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioe l'angolo. a.) e' retto & se il detto centro cade de fuora del triangolo e' ambligonio, ma se cade di dentro il sera oxgonio.

Il Traduttore

DA questa quinta et se ne cauà il modo de trouar il centro d'vno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti proposti ad bene placitum domente che non siano in linea retta, esempio, siano li tre ponti. a. b. c. voglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferentia transisca per cadauno delli predetti tre ponti. a. b. c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginazione diuido la differentia che e' dal ponto. a. al ponto. c. in duoi parti equali orthogonalmemente con la linea retta. d. e. (per la decima & vna decima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che e' dal ponto. a. al ponto. b. cioe la diuido pur in due parti equali orthogonalmemente con la linea f. g. lequal due linee. d. e. & f. g. se intersecano in lo ponto. h. il qual ponto. h. dico essere il centro del questo cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuendo sopra il centro. h. vno cerchio secondo la quantita de. h. b. ouer. h. a. la circonferentia di quello trasira per cadauno delli al tri ponti, che e' il proposito.

Problema. vi. Propositione. vi.

6 Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere vno quadrato.

6 Sia il dato cerchio. a. b. c. d. il centro di quale e' il ponto. e. voglio dentro di esso cerchio descriuere vno quadrato tiro in detto cerchio li duoi diametri. a. a. e. & b. d. se gh' andose orthogonalmemente sopra il centro. e. di quali congiungo le estremita tirando le linee. a. b. b. c. c. d. & d. a. lequale dico contener il questo quadrato, perche le quattro linee. a. a. b. b. c. c. d. d. a. (per la diffinitione del cerchio) sono eguale fra loro & li quattro angoli che sono al centro. e. sono equali fra loro per esser ciasun di loro retto, di che (per la quarta del primo) e' quattro linee. a. b. b. c. c. d. d. a. ono etiam fra loro eguale, & cadauno di quattro angoli a. b. c. d. e' retto (per la prima parte della trigesima prima del tertio) perche ciasun de quelli e' nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero. a. b. b. c. c. d. d. a. (per esser de quattro lati equali & de angoli retti e' quadrato) per la. 2. diffinition del primo) che e' il proposito.

Problema. vii. Propositione. vii.

7 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.

7 Sia il proposito cerchio. a. b. c. d. il centro di quale e' il ponto. e. voglio dentro vno a questo cerchio descriuere vno quadrato tiro in su li duoi diametri. a. a. e. & b. d. se gh' andose fra loro orthogonalmemente sopra il centro. e. alle estremita delli quali conduco in l'una e l'altra parte le linee orthogonalmemente fina a tanto che ciascuna

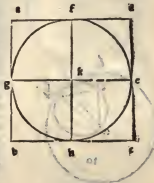
ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle. f. g. h. k. & per lo correlario della sesta decima del tertio, ciaschada delle predette quattro linee cosi tirate saranno toccante il detto cerchio, perche adunque in lo quadrilatero. a. f. b. e. li tre angoli. a. b. & e. sono retti il quarto angolo (il quale e. f.) sera anchora lui retto, & che li quattro angoli de cadauno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima secôda del primo, & per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli. g. h. & k. sera retto, adô que (per la seconda parte della vigesima octaua del primo) le due linee. e. f. g. & k. h. etiam le due. f. k. & g. h. sono equidistanti, adunque. f. k. (per la trigesima quarta del primo) e equala al. g. h. & f. g. al. k. h. (& per la medesima trigesima quarta del primo) f. k. e equala al. b. d. & f. g. al. a. c. ma. b. d. e equala a. a. c. (per esser ciascadun di loro diametro del cerchio) onde (per la prima concettione) le quattro linee. e. f. g. h. f. g. & h. k. sono equali, & li quattro angoli. f. g. k. h. sono retti, come di sopra fu approuato, adunque il quadrilatero. f. g. k. h. (per la diffinitione) e quadrato, che e il proposito.



Problema.viii. Propositione.viii.

⁸ In uno dato quadrato potremo descriuere uno cerchio.

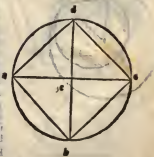
Si a lo dato quadrato. a. b. c. d. voglio dentro di lui descriuere un cerchio di quido cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe. a. d. in ponto. f. b. a. in ponto. g. c. b. in ponto. h. & d. c. in ponto. e. & produco le linee. e. g. & f. h. equali si segano fra loro in ponto. k. il quale dico esser il centro del cerchio, perche la linea. f. h. (per la trigesima terza del primo) sera equala & equidistante alla linea. a. b. (per questo che la. a. f. & b. h. sono equali & equidistanti, similmente (per la medesima) la detta. f. h. sera equala & equidistante al lato. d. c. & per le medesime ragione. g. e sera equala & equidistante al. a. d. & similmente al. b. c. & perche tutte le mitade di quattro lati di detto quadrato (per communa scientia) son fra loro equali dalche le quattro linee. e. g. k. h. k. e, & k. f. (per la trigesima quarta del primo) seranno equala fra loro, adunque descriuendo sopra il centro. k. il cerchio secondo la quantita de. k. g. ouer de. k. f. ouer de. k. e. ouer de. k. h. transisse etiam per li altri tre ponti & sera toccante le quattro linee, ouer lati di quadrato cioe. a. b. b. c. c. d. & d. a. & lo ponto. k. sera (per la nona del tertio) il centro del quesito cerchio, che e il proposito.



Problema.ix. propositione.ix.

⁹ Cerca uno assignato quadrato potremo descriuere uno cerchio.

Si il quadrato. a. b. c. d. voglio cerca di lui descriuere vn cerchio tiro in lui li duoi diametri. a. c. & b. d. seganti fra loro in ponto. e. el qual dico esser el centro del circulo, conchiosa che le due linee. a. b. & a. d. siano equali li duoi angoli a. d. b. & a. b. d. (per la quinta del primo) saran equali & perche l'angolo. d. a. b. e retto (per la. 12. del primo) l'uno, e l'altro de quelli fara la mitade di un retto. Anchora con simel modo el se prouara ciascadun delli altri angoli portali conueniti dalli predetti diametri, & dalli lati del proposto quadrato esser la mita d'un retto. Perche adunque lo angolo. e. a. d. e equala allo angolo. e. d. a. (per la sesta del primo) la linea. e. a. fara equala alla linea. e. d. (per la medema ragione. e. a. fara etiam equala a. b. & e. c. fara equala a. e. d. dalche descriuendo sopra el ponto. e. el circulo secondo la quantita del vna delle quatro linee. e. a. e. b. e. c. ouer e. d. transira etiam per li altri tre ponti. & (per la nona del tertio) el ponto. e. fara el centro del detto circulo, che e il proposito.



Problema.x. Proposizione.x.

10 Potremo designare uno triangolo de duoi lati equali, del quale l'uno
to e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.

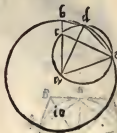
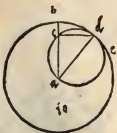
LA intentione e da descriuere vno triangolo de duoi lati equali & del tertio non eguale, del quale l'uno e l'altro de li duoi angoli che sono sopra il lato che non e eguale alli altri duoi sia doppio al tertio. Et per far questo lato a' bene placito vna linea retta laquale sia, a.b. laqual sia diuisa secondo che ne in segna la vndecima del secondo in ponto c. talmente che quello ch'è fatto della a.b. in la.b.c. sia eguale al quadrato della a.c. & fatto il ponto, a. centro sia descritto (secondo la quantita della detta linea a.b.) il cerchio. b. d. e. dentro del quale sia accommodata la linea. b. d. (per la prima di questo) eguale alla linea a.c. & sia no produtte le due linee, d. a. d. c. dico il triangolo a.b. d. esser tal qual è stato proposto & per dimostrat questo sia circoscritto vn cerchio, il qual sia, d. c. a. (per la quinta di questo) al triangolo, d. c. a. perche adonque la linea. d. b. e' eguale alla linea a.c. fera quello che vien fatto della a.b. in la. b. c. eguale al quadrato della linea. b. d. per laqual cosa la linea. b. d. (per la ultima del tertio) e' toccante il cerchio, d. c. a. (& per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo c. d. a. tutto l'angolo b. d. a. (p. la seconda concettione) sera equal alli duoi angoli c. a. d. & c. d. a. ma (per la trigesima seconda del primo) l'angolo b. c. d. e' eguale all'intermedi duoi angoli c. a. d. & c. d. a. (perche e' eltriunco a quelli) adonque l'angolo b. d. a. e' eguale all'angolo b. c. d. & perche l'angolo a. d. b. e' eguale all'angolo a. b. d. (& per la quinta d. i. primo) per esser li duoi lati, a. b. & a. d. equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo b. c. d. (per la prima concettione) sera equal all'angolo c. b. d. adonque (per la sesta del primo) la linea d. d. e' eguale alla linea b. d. & perche la linea b. d. fu posta eguale alla linea a. c. seguita adonque (per la prima communua sententia) che la linea c. d. sia eguale alla linea c. a. adonque (per la quinta del primo) l'angolo c. a. d. e' equal all'angolo c. d. a. perche adonque l'uno e l'altro di duoi angoli c. d. b. & c. d. a. e' equal all'angolo c. a. d. tutto l'angolo b. d. a. sera doppio all'angolo d. a. b. & per tanto l'angolo a. b. d. a lui eguale e anchora lui doppio al medesimo angolo b. a. d. che e il proposito. Foris l'aduersario dice il cerchio d. c. a. circoscritto al triangolo parziale seghara il cerchio b. d. e. in alcun ponto del l'arco. b. d. sicche infirma seghara la linea b. d. onde quella non sera applicata al cerchio (si come se suppone in la dimostrazione) ma sera seghante quello, sia adonque (se possibile) come pone l'aduersario, & dal ponto. b. sia dritto al detto cerchio minor la linea b. f. & (p. la 17. del tertio) toccate quello fian dute le linee f. a. f. d. sera (per la penultima del tertio) quello che vien fatto della a.b. in la. b. c. eguale al quadrato della a. b. adonque la b. f. e' eguale alla b. d. per laqual cosa l'angolo b. f. d. (per la quinta del primo) sera equal all'angolo b. d. f. & perche l'angolo b. f. a. e' equal (per la trigesima seconda del tertio) all'angolo a. d. f. & perche tutto l'angolo b. f. d. (per la vltima concettione) e' maggiore dell'angolo b. f. a. sera etiam maggiore dell'angolo f. d. a. (a quello eguale) & perche l'angolo f. d. b. e' equal al detto angolo b. f. d. seguita (per communua scientia) che l'angolo f. d. b. fuile maggiore dell'angolo f. d. a. la quale cosa e impossibile (per la vltima concettione) che la parte sia maggiore del tutto seghara in alcuno ponto l'arco. b. d. anchora per vno altro modo possiamo, adonque il cerchio d. c. a. non dimostra questo che il cerchio minore per modo alcuno seghara la linea b. d. perche il detto aduersario forse dira che seghara quella non seghando l'arco. d. b. del maggior cerchio, se pur possibl e che seghi quella sia questo in ponto. h. & sera quello che e fatto della a. b. in la. b. c. eguale a quel che vien fatto della d. b. in b. h. Perche l'fu dimostrato di sopra nella penultima del tertio che se da alcuno ponto signato fuora d'un cerchio siano dute quante linee si voglia al detto cerchio

chilo segante quello tutti li rettangoli contenuti sotto a cadauna di esse linee in le sue parti estrinseche sono equali fra loro, & perche quello che vien fatto della, a. b. in. b. c. e' eguale al quadrato della, b. d. (dal proposito) seguiria adonque che quello che vien fatto della, d. b. in. b. h. sara eguale al quadrato della, d. b. la qual cosa e' impossibile (per la seconda del secondo) per la qual cosa il proposito e' manifestato. ¶ E nota che l'minor cerchio de necessita seghara il maggiore & taglia da quello uno arco eguale al arco, b. d. & lo maggiore similmente taglia dal medesimo vno arco eguale allo arco, d. e. la quale cosa se approuera cosi. Se il minore non segha il maggiore adonque il tocca quello in ponto. d. & perche (per la vndecima del tertio) li centri di cerchi i che si toccano & il ponto del tocca mento sono in una linea, & tra il centro del minore cerchio in la linea, a. d. per questo che in quella e il centro del maggiore, & il ponto del tocca mento, adonque (per la decima ottaua del tertio) l'angolo, a. d. b. e' retto, dilche similmente l'angolo, a. b. d. (a lui eguale) e' retto, onde seguiria che li tre angoli del triangolo, a. b. d. fuseno maggiori de duoi angoli retti, la qual cosa e' impossibile (per la trigesima seconda del primo) Adonque lui segha quello in li duoi ponti, e. & d. dico l'arco, e. d. del maggiore esset eguale all'arco, d. b. & l'arco, d. e. del minore essere eguale all'arco, d. e. produco le linee, d. e. c. e. & e. a. & (per la vigesima settima del tertio) ciascuno di quattro angoli liquali sono, d. e. c. e. a. d. a. c. & a. d. c. seranno equali perche li duoi archi, d. e. & c. a. sono equali perche (per la prima dispositione di questa la, d. e. fu trouata eguale alla, d. b. la qual, d. b. fu posta eguale alla, a. e. e per tanto le, d. e. c. & c. a. sono equali, & pero li duoi archi (per la trigesima ottaua del tertio) sono equali, per la qual cosa tutto l'angolo, a. e. d. e' doppio all'angolo, b. a. d. & per tanto sara etiam eguale all'uno e l'altro di duoi angoli, a. b. d. & a. d. b. & perche l'angolo, a. e. d. e' eguale all'angolo, a. d. e. (per la quinta del primo) perche, a. e. & a. d. sono equali (per la diffinitione del cerchio, perche vno dal centro alla circonferentia) seranno li duoi angoli, e. d. del triangolo, a. e. d. equali alli duoi angoli, d. & b. del triangolo, a. d. b. adonque (per la trigesima seconda del tertio) l'altro angolo, a. dell'uno sara eguale all'altro angolo, a. dell'altro, adonque (per la vigesima sesta del tertio) l'arco, e. d. del maggiore e' eguale all'arco, d. b. & per la medesima l'arco, e. d. del minore e' eguale all'arco, d. c. & questo e quello, che hauemo proposto.

Problema. xi. Propositione. xi.

In un dato cerchio puotemo descriuere uno pentagono equilatero, & equiangolo.

Siail dato cerchio, a. b. c. voglio di dentro di lui descriuere uno pentagono equilatero & equiangolo disegno vn triangolo (per la precedente) il qual sia f. g. h. che habbia ciascun di duoi angoli che sono sopra la basa, g. h. doppio all'angolo, f. & descriuo (per la seconda di questo) in lo cerchio, a. b. c. il triangolo, a. e. b. equiangolo al triangolo, f. g. h. & sia l'uno e l'altro di duoi angoli, a. b. c. & a. e. b. doppio all'angolo, c. a. b. Diuido l'uno e l'altro de quelli (per la nona del primo) in due parti equali dute le due linee, b. e. & c. d. (e per la vigesima sesta del tertio) li cinque archi in li quali li cinque ponti, a. d. b. c. e. diuideno il cerchio seranno equali fra loro per queste che li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro, adonque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti lequali sono, a. d. d. b. b. c. c. e. & e. a. sara il pentagono, a. d. b. c. e. In scritto in lo dato cerchio tal qual e sta proposto (per la vigesima nona del tertio) que e' equilatero cio' cosa che li cinq archi li quali li cinque lati di quello son corde sono egli fra loro, anchora dico quel esset equiangolo perche la circonferentia, a. e. c. e' eguale alla circonferentia, d. b. conzendo a cadauna di quelle la circonferentia, e. c. b. (per la seconda communia, sententia) tutta la circonferentia, a. e. c. b. e' eguale



a tutta la circonferentia. d. b. c. e. adunque li duoi angoli, a. d. b. & d. a. e. (per esser dedutti sopra le dette due circonferentie eq uale) (per la vigesima settima del tertio) seranno equali fra loro, e per questa medesima ragion cadauno di qlli angoli che sono sotto. a. e. c. & e. c. b. & c. b. d. seranno equali a cadauno di quelli angoli che sono sotto. e. a. d. & a. d. b. adunque il pentagono. a. d. b. c. e. e' equiangolo, & di sopra hauemo dimostrarato come eglie equilatero, adunque in lo dato cerchio. a. b. c. hauemo descritto il pentagono. a. d. b. c. e. equilatero, & equiangolo che e il proposito.

Problema. xii. Propositione xii.

12 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere uno pentagono, e' equilatero, & equiangolo.

Sia il preposto cerchio. a. b. c. il centro dilquale e il ponto. f. uoglio cerca di lui descriuere vno pentagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la dottrina della precedente notaro li cinque ponti angulari quasi come hauete inscripto vni pentagono, liquali siano. a. d. b. c. e. alliquali (dal centro) tiraro le linee. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & dalli medesimi ponti pduaro le perpendicolare a queste linee, & quelle slongaro in l'una e l'altra parte finna a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti. g. h. k. l. m. & queste linee se ranno (per lo correlario della decimasesta del tertio) toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso (dal centro. f.) condaro le linee. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. (& per che fu dimostrarato sopra la penultima del tertio che se dalcun ponto segnato fuora d'un cerchio sian duote due linee al detto cerchio toccante quello che quelle seranno equali) sera la linea. g. a. equala alla linea. g. d. & la. h. d. alla. h. b. & cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in li quali li cinque ponti. a. d. b. c. e. diuideno il cerchio sono equali fra loro (per la vigesima settima del tertio) li cinque angoli. a. f. d. f. b. b. i. c. e. f. e. f. a. (liquali sono dedutti sopra a questi archi in lo centro. f.) seranno fra loro equali, ma li duoi lati. g. & f. a. del triangolo. f. a. g. sono equali a duoi lati. d. g. & f. d. del triangolo. f. g. d. & il lato. g. f. e' commune, adunque (per la ottaua del primo) li duoi angoli de quelli liquali sono al centro f. e similmente li duoi angoli che sono al. g. sono equali fra loro, & per la medesima ragione li duoi angoli liquali sono al centro. f. in li triangoli. d. f. h. & h. f. b. e anchora li duoi che sono al ponto. h. sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono. b. f. c. f. e. f. a. & cadauno di tre liquali sono. k. l. m. sono diuisi in due parti equali li primi per la linea. f. k. li secondi per la linea. f. l. li tertii per la linea. f. m. & perche questi tre angoli liquali sono. b. f. c. f. e. & e. f. a. sono equali a li medesimi etiam alli altri duoi (liquali sono. a. f. d. & d. f. b.) sono per equali. seranno le diesi mirade de quelli liquali sono diesi angoli fatti in lo centro. f. equali fra loro, perche adoque li duoi angoli. a. & f. del triangolo. f. a. f. sono equali alli duoi angoli. a. & f. del triangolo. m. a. f. & lo lato. a. f. e' commune (per la. 26. del primo) l'angolo. g. de l'uno iera equala all'angolo. m. dell'altro & lo lato. g. a. al lato. a. m. per la medesima ragione sera l'angolo. g. (nel triangolo. g. f. d.) equala all'angolo. h. in lo triangolo. d. f. h. & lo lato. g. d. sera equala al lato. d. h. per laqualcosa perche. g. a. e' la mita de. g. m. & g. d. e' la mita de. g. h. & g. a. & g. d. sono equali seranno (per communa licentia) g. m. & g. h. (che son il doppio di quelle) equali fra loro, similmente anchora haueremo prouato. g. m. essere equala al. m. l. & m. l. al. l. k. & l. k. al. k. h. per laqualcosa il pentagono. g. h. k. l. m. e' equilatero. ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al. g. s'iano fra loro equali & li duoi che sono al. m. similmente equali fra loro & g. partiale al. m. partiale, l'uno e l'altro di sopra fu apa prouato esser equali, cioe che l'angolo. f. g. a. e' equala all'angolo. f. m. a. di che (per la medesima communa licentia) tutto l'angolo. g. e' equala a tutto l'angolo

m & p. r

m. & per la medesima ragione si apprenderà la equalità in tutti li altri angoli, per laqual cosa è equiangolo, e così il proposito è manifesto.

Problema. xiiii. Propositione. xiiii.

- 11 Deatto a uno assignato pentagono equilatero, & equiangolo puo
13 temo descrivere uno cerchio.

Si a lo assignato pentagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non è necessario questo essere possibile) a, b, c, d, e, voglio dentro di lui descrivere vno cerchio diui. lo li suoi duoi propinqui angoli liquali sono a, & e (per la. 9. del primo) in due parti equali dute le linee a, f, & e, f, sin a tanto che quelle concorano in lo ponto, f, de dentro del pentagono, il qual dico esser il cetro del detto cerchio, e questo de sotto se dimostrerà, ma prima vogliamo chiarire duoi dubbiti cioe qualmente è necessario che le due linee a, f, & e, f, concorrano insieme & di dentro del pentagono, perche adonq li cinque angoli del dato pentagono, come fu dimostrato sopra la. 31. del primo, sono equali a 6. angoli retti, adonq ciascan angol del pèthagono sera equal a vn angolo retto, & a vn quinto de angolo retto, similmente duoi mezz angoli del detto pentagono sono equali pur a uno angolo retto, & a vn quinto de retto, & pche la linea, a, e, cade sopra le due linee a, f, & e, f, & li duoi mezz angoli f, e, a, & d, a, e, sono minori de duoi angoli retti (per la. 4. pte. 1. de prima) potratte in quella parte pcorrerà anchora dico che pcorrerà, no di dentro del pentagono, & se possibile fusse (p l'aduersario) che non cōcorreresseno di dentro del pentagono, concoteràno, ouer de fuora del detto pentagono, ouer in lo lato di esso pentagono, ouer in l'angolo di quello, che è loppo fito all'vne l'altro delli angoli diui, hor poniamo primamente che quelle cōcorano di fuora in pōto, f, & sia ditta la linea, b, f, & pche li duoi lati, e, a, & a, f, del triangolo, e, a, f, sono equali alli duoi lati, a, b, & a, f, del triangolo, b, a, f, & l'angolo a, dell'un all'angolo, a, dell'altro (p la quarta del primo) la basa, e, f, sera equal a la basa, f, b, & pche l'angolo, a, partiale è equal all'angolo, e, partiale (perche tutto l'angolo, f, b, a, è maggior dell'angolo, e, b, a, (del pèthagono) similmente l'angolo, f, a, b, (per cōmuna sententia) sera maggiore del detto angolo, e, b, a, & pche lo angolo, e, b, a, è equal all'angolo, b, a, e, l'angolo, f, a, b, verra a esser maggiore (p cōmuna scientia) del detto angolo, b, a, e, laqual cosa è impossibile (p la vltima cōtettione) che la parte sia maggior del tutto, adonq non pōno cōcorrer de fuora del pentagono, hor poniamo adonq che quelle cōcorrano in l'angolo, e, sera (p le medesime, & p il medesimo modo) c, b, equal a a, e, & per rāto a questo come prima l'angolo, c, a, b, sera equal all'angolo, b, a, e, ma pche questo non puo esser (p la vltima cōtettione) sia adonq il pōto del cōcorso (lqual e, f,) dentro del pentagono dal qual cōduco cinque ppendicolare alli cinque lati di dōlo lequale sono f, g, f, h, f, i, f, k, & alti duoi angoli di quello ppinqui (dal lato destro & si nistro) alli duoi angoli diui in due parti equali, liquali sono, b, & d, cōduco le due linee, f, b, f, d, & perche li duoi angoli a, & m, del triangolo, a, f, m, sono equali alli duoi angoli, a, & g, dello triangolo, a, f, g, & lo lato, a, f, commune sera (p la. 26. del primo) la f, m, equal a la f, g, anchora p la medesima ragione si approuerai la f, i, esser equal a la f, k, tolti delli duoi triangoli, e, f, m, & e, f, i, pche da principii li duoi lati a, f, & a, b, del triangolo, a, f, b, sono equali alli duoi lati, a, f, & a, e, del triangolo, a, f, e, & l'angolo, a, dell'un all'angolo, a, dell'altro sera (per la. 4. del primo) l'angolo, b, partiale equal all'angolo, e, partiale, & perche tutto l'angolo, b, è equal a tutto l'angolo, e, (dal presupposito) & tutto l'angolo, e, diuiso lo in due parti equali sera etiam tutto l'angolo, b, diuiso in due parti equali, per lo



medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo. d. esser diuiso in due parti equal per la equalita del angolo. d. parziale. & a. parziale tolti per li triangoli. e. a. f. & d. e. d. f. perche adonque li duoi angoli. g. & b. del triangolo. g. f. b. sono equali alli duoi angoli. h. & b. del triangolo. h. f. b. & lo lato. f. b. e' commune sera (per la. 26. del primo) h. f. h. equal alla f. g. per lo medesimo tu approuerai la f. k. e' esser equal alla f. l. tolti dalli triangoli. l. f. d. & k. f. d. perche adonque le cinque linee. f. g. f. h. f. k. f. l. & f. m. sono equali sera il ponto. f. (per la. 9. del tertio) centro del cerchio il qual descrittio secondo la quantita de vna de quelle. & quello tocca tutti li lati del penthagono per la equalita delle linee & non segara alcuno de quelli (p la settidima del tertio) e cosi il proposito e manifesto.

Problema. xiiii. Propositione. xiiii.

14 Cerca a uno dato penthagono equilatero & equiangolo puotemo desciruerne uno cerchio.

Sia come in prima il penthagono equilatero & equiangolo (pche dell'i altri que sto no e' necessario esser possibile) a. b. c. d. e. voglio cerca di lui desciruerne uno cerchio questa e quasi cōuerfa della. 12. diuido li duoi ppinqui angoli di quello (quali sono. a. & e.) in due parti equali (p la. 9. del primo) dūte le linee. a. f. & e. f. dūte fin a tātō che quelle pcorrano di dētro di esso pēthagono in pōto. f. & quelle pcorreno. & dētro del pēthagono (come s'approuato in la pcedente) & dal pōto del pōto pducio alli altri angoli le linee lequal siano. f. b. f. c. f. d. & pche li duoi lati. a. f. & a. b. del triangolo. a. f. b. son equali alli duoi lati. a. f. & a. e. del triangolo. a. f. e. & l'angolo. a. dell'un all'angolo. a. dell'altro (p la. 4. del primo) la f. b. sera equal alla. f. c. & l'angolo. b. parziale all'angolo. e. parziale. & pche tutto l'angolo. b. e' equal a tutto l'angolo. e. & tutto l'angolo. e. diuiso in due parti equali. sera simil teneate tutto l'angolo. b. diuiso in due parti equali. & per questo modo anchora tu prouarai l'uno e l'altro dell'i angoli. c. & d. esser diuiso in due parti equali. & le cinque linee. f. a. f. b. f. c. f. d. f. e. esser equali. per la qual cosa (p la. 9. del tertio) il ponto f. sera il centro del cerchio. e cosi il proposito e manifesto.

Problema. xv. Propositione. xv.

15 In vn dato cerchio possiā desciruerne vn hexagono equilatero & equiangolo.

Sia il proposito cerchio. a. b. c. d. il centro di quale sia il ponto. e. voglio dentro di lui desciruerne vno hexagono equilatero & equiangolo. produco il diametro a. e. c. & secondo la quantita del mezzo diametro. e. c. (atto centro il ponto. e.) descrittio il cerchio. e. b. d. f. g. h. i. il primo in li duoi pōti. b. d. dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo. liquali sono. b. e. g. & d. e. f. cōgiungo adonque le estremita di detti tre diametri cō sei linee lequale sono. a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. & g. a. lequali dico contener lo hexagono quesito. pche (come demostra la prima del primo) l'uno e l'altro di duoi triangoli. b. e. c. & c. e. d. sera equilatero. p la qual cosa sera etiam equilatero (p la. 5. del medesimo) adonq p la. 32. del primo li duoi angoli. b. e. c. & c. e. d. cō vn' altro insieme che sia equal a vno de quelli. sono equali a duoi angoli retti. per questo che ciascun. de loro e il tertio de duoi angoli retti. ma quelli cō l'angolo. d. e. g. (p la tertiadecima del primo) son pur equali a duoi angoli retti. adonq l'angolo. d. e. g. p cōmuna scientia e equal all'un e l'altro de quelli. p la qual cosa li sei angoli che sono al cētro. e. (p la. 15. del primo) sono fra loro equali. adonq (p la. 26. del tertio) li archi in liquali cadeno sono equali. p la qual cosa & le corde de quelli (p la. 29. del medesimo) lequal sono li lati del hexagono. adonque eglie equilatero. ma etiā (p la. 27. del tertio) eglie equiangolo per questo che li sei archi in li quali le pōte angulare del hexagono diuidendo il cerchio tolti a duoi a duoi sono equali fra loro (come l'arco. a. f. b. all'arco. f. b. c. & p tātō l'angolo. f. il quale sta in lo primo e equal all'angolo. b. il quale sta in lo secōdo) il medesimo accade in tutti li altri. dū che il proposito e manifesto.

Corrclatio

Correlario.

¹⁵ Da qui è manifesto che il lato del hexagono è eguale alla mitta del
¹⁶ diametro del cerchio al qual è inscritto.

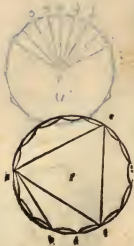
Perche la mitta del diametro del cerchio, & il lato del hexagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come, e. c. & e. b. & c. b, & nota che li non se propone qualmente potremo designare cerca a uno dato cerchio vno hexagono equilatero & equiangolo, ne che potremo dentro a tal hexagono ne cerca a tal hexagono desciruer un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & pèha gono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma pche queste tre per li medesimi precetti, che son fatti in lo pentagono equilatero & equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera & equiangola la qual sapiamo inscriuere in vn cerchio quella medesima descriveremo de fuora del cerchio, etià descirueremo il cerchio dètro & di fuora di quella, con li medesimi mezzi & modi che hauemo fatti in lo pentagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circoscritta e anchora necessaria che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la. 17. e. 8. del tertio) p li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono cordi d'oli a duoi a duoi, in questi archi cadeno li angoli della detta figura & della circoscritta, facilelo approuerai p le linee dutte dal cètro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli pòti del toccamento si come appare in la figura. a. d. e. descritta a, torno al cerchio. b. c. il cètro dil quale è il pòro. f. la qle essendo equilatera tu approuerai quella esser etià equiangola in questo modo protratal dal cètro, f. a cadaun angolo de detta figura vna linea retta si come è la linea. f. a. & la linea. f. d. f. e. & similmente dal dètro cètro. f. tu còdurai vna linea retta a cadaun pòro del toccamento sicome è la linea. f. b. & f. c. poi argumentarai in questo modo, la linea. b. a. (p quello che fu dimostrato sopra la. 36. del tertio) è eguale alla linea. a. c. (pche ciascun vien dal ponto. a. e. tocca il cerchio in li duoi pòti. b. & c.) adonche li duoi lati. a. b. & b. f. del triangolo. a. b. f. sono equali alli duoi lati. a. c. & c. f. d. l. triangolo. a. f. c. è la b. f. a. f. e. communia, adonche p la. 8. del primo) l'angolo. f. a. b. è equal all'angolo. f. a. c. (p laqual cosa l'angolo. b. a. e.) cioè e tutto l'angolo a. vera a esser diuito in due parti equali dilla linea. f. a. & così se approuerai ino tutti li altri angoli di essa figura esser diuiti in due parti equali dalle linee che a lo ro vengono dal cètro, perche adonche li duoi lati. a. f. & a. e. del triangolo. a. e. f. sono equali alli duoi lati. a. d. & a. f. del triangolo. a. f. d. & l'angolo. a. dell'uno all'angolo. a. dell'altro sera la basa. d. f. dell'uno eguale (per la quarta del primo) alla basa. f. e. dell'altro & l'angolo. a. d. f. all'angolo. a. e. f. & perche l'angolo. a. d. f. la mitta de tutto l'angolo. d. (de detta figura) similmente l'angolo. a. e. f. è la mitta de tutto l'angolo. e. (per communia scientia) tutto l'angolo. d. sera eguale a tutto l'angolo e. & per le medesime ragione se approuano tutti li altri angoli di essa figura essere fra loro equali, & così se procederà in cadauna altra figura equilatera che fusse circonscritta a vno cerchio, che è il proposito.

Problema. xvi. Propositione. xvi.

¹⁶ In uno dato cerchio potremo designar un quindecagono equilatero & equiangolo. Oltre di questo potremo cerca a qualunque cerchio assignato desciruer un quindecagono equilatero & equiangolo, & in un dato quindecagono desciruer uno cerchio.

Si a lo dato cerchio. a. b. c. voglia a lui inscriuere vn quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etià il voglio circoscriuere anchora dentro a tal quindecagono proposito desciruer vno cerchio, ma il non propone di voler cerca a tal quindecagono desciruer vno cerchio, perche per le altre che quel proponea (sufficientia nel da ad intendere, in lo dato cerchio) secondo la dottrina della seconda di questo tiro il lato del triangolo equilatero il qual sia. a. e. & secon





dola dottrina della vndecima di questo, tiro etiam il lato del pentagono equilatero, & equiangolo il qual sia, a. b. & perche l'arco, a. c. e la terza parte de tutta la circonferentia della quale l'arco, a. b. e la quinta parte, sera il superfluo, ouer differenza che fra questi duoi archi (laqual e l'arco, b. c.) li duoi terzi dell'arco a. b. ouer li duoi quinti dell'arco, a. c. s'ue li duoi quindodecimi de tutta la circonferentia, perche in ogni tutto la terza parte eccede la quinta in duoi terzi di essa quinta parte ouer in duoi quinti di essa terza parte, ouer in duoi quindodecimi di tutto, questo e manifesto in la quinta e terza parte del primo numero che ha parte quinta & terza il qual e. 15. la parte terza di quello laqual e. 5. eccede la quinta parte de quello (laqual e. 3.) in due vniade liquali sono li duoi terzi del medesimo ternario (il qual e la quinta parte del detto. 15.) ouer li duoi quinti del medesimo quinario (il qual e la terza) ouer li duoi quindodecimi del medesimo. 15. il 3. e il tutto diuiso ad 5 que l'arco, b. c. in due parte eguale (p. la. 10. del tertio) in ponito d. le manifesto l'uno e l'altro di duoi archi, e d. & d. b. esser la terza parte dell'arco, a. b. ouer la quinta dell'arco, a. c. ouer la. 15. de tutta la circonferentia tirando adonq le corde, c. d. & d. b. di questi, & p. la prima di questo) accomodando continatamente dentro dal dato cerchio altre corde a quelle eguale (che in tutto serano 15.) sera copita la figura pposita, le altre due che esso author ppone con la terza che p le altre li me da ad intendere, cioe de circoscriuer vno quindecano a vno cerchio, & desciruer in vno quindecano vn cerchio, & anchora circoscriuer, facilmiente occluderal p il modo della. 12. 13. & 14. di questo, & nota che cadauna figura eglatera laqual sapiamo desciruer in vno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etia inscriuerne & circoscriuerne vn'altra del doppio plu lati, & a qlla medesima sapemo inscriuer & circoscriuer il cerchio p li archi a liquali se sottostende li lati di qlla figura, diuisi p. la. 10. del. 3. in due parti eqli & p le linee tirate dalli pidi di mezzo, cioe di lor diuisione, dalle estremite di lati della medesima figura sera fatto di detto di esso cerchio vna figura del doppio iu lati della prima laql sera eglatera, p. la. 19. del. 3. ad 5. sera equigolo, pche sopra la. 15. di questo gli e stato dimostrato qsto, che l'ogni figura eglatera inscritta in vn cerchio e etia egangola, & pche qlla la sapemo inscriuer in lo cerchio, sapemo etia occluder le altre, p. la. 12. 13. & 14. di qsto, ad 5. pche sapemo inscriuer vn triangolo eglatero, sapemo p questo desciruer lo exagono, & p lo exagono lo duodecagono, & p lo duodecagono vna figura di. 24. lati, & cosi in infinito dopliado, bche p il triangolo lo exagono (come hauemo detto) puo esser inscrito, tamé quel ha posto la ppria dimostraton di qlla dallaqual ne seguita gradamete vtile, e similmete pche sapemo etia inscriuer il qdrato sapemo p qsto inscriuer ogni figura che'l numero di lati di qlla e equalmete parato, p lo pethagono anchora sapemo inscriuer vn decagono, & vna figura de 20. lati, & cosi continuamente dopliado quel medesimo, anchora intendi del qn decagono, pche p qsto son cognite le figure del. 30. & 60. & de tutte continuamente de lati dopliatima delle altre figure delle qli questa nō insegna, ouer qlle che p qsto nō se haueranoda sciētia e difficile, & di puoca utilita, come son la settagono, nonagona, vndecagona, ma se noi seperemo designar vn triangolo de duoi lati eqli che l'uno e l'altro di duoi angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio all'altro saperemo desciruer lo settagono in vn cerchio, come di sopra fu fatto il pethagono, ma sel'un e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro saperemo desciruer la figura nonagola, e sel fusse, quinquaplo la figura vndecagona, & quel medesimo in le altre figure de lati dispari, posso l'un e l'altro di angoli alla basa multiplicare l'altro per qual numero, il qual e la mita del mazzor numero paro contenuto sotto al numero di dispari di lati della detta figura,

Il Tradottore.

IN questo loco, in la prima tradottione egli e stato aggiunto un modo da diuidere vno angolo in tre parti equali, & consequentemente a desciruerne vna figura nonangola equilatera & equiangola in vno dato cerchio, ma perche tal suo procedere non e dimostratio lo hauemo interlassato come cosa inutile.

Fine del quarto libro.

INCOMINCIA

IL NECESSARIO ET VTILISSIMO

QVINTO LIBRO DELL'I PRINCIPII DE

Euclide Megarense delle proportioni & proportioni
secondo le due tradottioni de

Nicolo Tarlea Brisciano, cō

diligetia dal latino in
volgar tradotto
e delucidato.



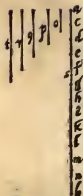
Diffinitione prima

Una quantita minore e parte d'una quantita maggiore quando che
la minore numera, ouer misura la maggiore.

La parte alcuna volta la se piglia propriamente, & e quella la qual e tolta per vn certo numero de volte, quella costituisse precisamente il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augmento, & quella e detta numerata il suo tutto per quel numero, secondo il quale la vien tolta alla costitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamamo multiplicatiua) l'author la distinge in questo, & alcuna volta la se piglia comunamente, & questa e qualunque quantita minore, laqual e tolta quante volte si voglia quella costituisse men, ouer piu suo del tutto, laqual di cemo parte aggregatiua, imperoche con altra quantita diuersa costituisse il suo tutto, ma per le tolte quante volte si voglia quella non lo product.

Il Traduttore.

Per esempio di questa diffinitione, sia la infra scripta linea a.b. divisa in due de ci parti equali le qual parti sono, a. .c.c. .d.d. .e.e. .f.f. .g.g. .h.h. .i.i. .k. .l. .m. .n. .o. .p. della qual linea toltone la quantita .a.c. (laqual pongo che la sia la quantita o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea .a. b. diremo che quella sera propriamente parte di tutta la linea .a. b. per la diffinitione di l'author, perche la quantita minore, numera ouer misura precisamente la quantita maggiore, cioe la detta .a. b. duodeci volte, & questa tal parte a diiferentia della parte comunemente detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicatiua, similmente volendo la quantita .p. eguale alla quantita .a. d. & quella referta, ouer comparata a tutta la quantita .a. b. (per la detta diffinitione) sera parte propria, ouer multiplicatiua de tutta la detta quantita .a. b. perche quella la numera, ouer misura precisamente tre sei volte. Similmente volendo la quantita .q. equal alla quantita .a. e. ouer la quantita .r. equal alla quantita .a. f. cadauna di loro vera a esser parte de tutta la quantita .a. b. perche la quantita .q. vera a numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantita .r. tre volte, & queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, esempi gratia la quantita .a. c. ouer .o. dirasse la duodecima parte de tutta la quantita .a. b. & la quantita .a. d. ouer .p. sera la sesta, & la quantita .a. e. ouer .q. la quarta, & la quantita .a. f. ouer .r. la terza, lequal parti precisamente se descriuono in questo modo $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$. & li numeri che sono alle virgule sono detti denominatori de dette parti, ma se della detta quantita, ouer linea .a. b. ne toremo la quantita .a. a. qual poniamo che la sia la quantita .t. dico che questa quantita .t. non sera parte propria ouer multiplicatiua della quantita .a. b. perche quella non misura, ouer numera la quantita .a. b. precisamente, perche in due volte la non puo compire de misura.



rarla, ouer de numerarla, & in tre la suprabonda, & questa è quella che è detta parte aggregatiua, ouer comunamente detta. Alcuno potrà adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona communia sententia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una e l'altra in genere.

Diffinitione.ii.

Multiplice e la maggior della minore quādo la minor misura q̃lla.

La parte vien detta relatiuamente al tutto, & in questi duol estremi consiste la relatione di quelle fra loro, & per tanto hauēdo diffinito lo minor estremo, in questo luoco diffinisse il maggiore & chiama questo maggiore multiplice per questa causa che il minor toltovn certo numero de volte costituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra loro parte & multiplice perche ogni parte è submultiplice, come se manifesta per la diffinitione di quella.

Il Traduttore.

Per esempio di questa diffinitione potemo pur la quantita, ouer linea, a. b. della diffinitione precedente la qual linea, a. b. in comparatione a cadauna de quelle sue parti, cioè delle quattro linee, o. p. q. r. uien detta multiplice, & la sua multiplicita sera denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte, esempi gratia. in comparatione della linea o. sera detta dodecupia, & in comparatione della linea, p. sera detta fescupla, & in comparatione della linea q. quadrupla, & della linea r. tripla, ma della linea ouer quantita, a. non sera multiplice perche la detta quantita, a. non numera ouer misura la detta quantita, a. b.

Diffinitione.iii.

**La proportione e la conuenientia certa de due quantita de vno me-
3 desimo genere dell'una all'altra siano de quanta grandezza si uoglia.**

La proportione e la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle è maggior, ouer minor dell'altra, ouer eguale, perche non solamente in le quantita se ritroua la proportione, ma in li pesi potende, & soni. Platone nel Timeo doue dimostra del numero delli elementi, vuole che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare dalla musica esser proportione in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se qualunque neruo sera diuiso in due inegual parti, la proportione delle parti & di soni se a vna medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequal vien trouata la proportione quelle partecipano la natura, & la propria della quantita. perche la non vien trouata in alcune due cose se non in questo che vna de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer eguale; il proprio della quantita è esser detta secondo quella equal ouer ineguale, come vuol Aristotile in li prediciamenti. onde è manifesto la proportione primamente esser trouata in la quantita, & per quella in tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantita; per la qual cosa ben ha detto Euclide la proportione semplicemente esser in la quantita, conciosia che lui ha diffinito quella per conuenientia de due quantita fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto della quale diffinitione è che la proportione e la conuenientia de due quantita fra loro alla quale il se aduertisse in questo che vna de quelle è maggior ouer minore dell'altra, ouer eguale, per la qual cosa è manifesto che l' bisogna quelle esser d'un medesimo

medesimo genere, come duoi numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero duoi corpi, ouer duoi luochi, ouer duoi tempi, perche il non puo essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de luochi, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose vniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non in rendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale e questo, la proportionione e la determinata conuenientia de due quantita, lo dico cosi determinata, che la sia questa & non altra, perche non e necessario che ogni conuenientia de due quantita sia cognita di noi, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportionione e di discreti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor e parte, ouer parti del maggiore, come se de mostra nel settimo, per la qual cosa & in tutti quelli la conuenientia e certa & nota, ma in li continui la proportionione e piu larga, perche in quelli e doue la minore quantita e parte, ouer parti della maggiore, & de tutti questi tali per mezzo de numeri la proportionione e nota laqual vien detta rationale, & tutte queste tal quantita sono dette comunicante, perche quelle vna medesima quantita necessaria mente li misura, onde & tutti li numeri sono comunicanti, perche la vnita misura tutti quelli, eglie anchora doue che la minore non e parte, ouer parti della maggior, & in questi tali non e nota la proportionione ne a noi ne alla natura, & questa proportionione vien detta irrationale, & queste quantita incommunicante, onde si fa che ciascuna proportionione, laqual se troua in li numeri quella se troua etiam in ogni genere de continui, come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non e conueniente, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri non patisse, ma ciascuna proportionione laqual sia trouata in vno genere di continui la medesima vien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu e larga la proportionione in li continui che in li discreti, perche e manifesto la proportionione geometrica essere de maggior abstrazione, che la proportionione arithmetica, perche in ogni proportionione cerca laquale versa la arithmetica e rationale, ma la geometrica e qualunqua se considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione.iiii.

$\frac{4}{4}$ La proportionalita e la similitudine delle proportioni.

Come se noi dicessimo che la proportionione che e della a, alla b, quella e anchora della c, alla d, la proportionione che e fra la a, & la b, e simile a quella che e fra la c, & la d, & questa similitudine che resulta da queste proportioni vien detta proportionalita.

Diffinitione.v.

Le magnitudine sono dette hauer proportionione fra loro lequali moltiplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Traduttore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradotione, il senso della quale e questo che le magnitudine se dicono hauer proportionione la sieme, lequale moltiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perche il seguita

che fra qualunque due quantita (ouer magnitudine) terminate, che siano de vno medesimo genere e sempre qualche specie de proportionone perche sempre se po multiplicare vna di quelle talmente che la eccedera, ouer auanzara l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita allhora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di proportionone perche la terminata non se potria multiplicare talmente che potesse eccedera la infinita, e pero dice Aristotile in lo primo de celo & mando textu quinquagesimo secondo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioe che de vna cosa infinita a vna finita & terminata non glie proportio ne alcuna, perliche concesso, ouero presupposto che due quantita habbiano proportionone fra loro, ne seguira per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccedera la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo & similmente concesso in due quantita ineguale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccedera la maggiore, seguira quelle due quantita hauer proportionone fra loro, exempli gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguira il diametro del cerchio hauer proportionone con la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione. vii

Le quantita lequale sono dette hauer la proportionalita continua, sono quelle e delle quale li multipli equalmente tolti, ouero che sono equali, ouero che equalmente senza interruptione se soprauanzano, ouero sminuifcono.

Supposta la diuisione della proportionalita, per continua & discontinua l'autor diffinisse li membri che diuideno, & primamente la continua, o per dire meglio supposta la diuisione delle quantita proportionale, per continue & discontinue proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalita, ne la discontinua, ma le quantita continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalita, & della discontinua assai e manifesta per la diffinitione delle quantita continue proportionale, & delle discontinue, ma la continua proportionalita e quando in qual proportionone la prima (de quante quantita si voglia de vno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima, la prima consequente antecede vna delle altre, come exempli gratia quando dicessimo si come e della a. alla b. cosi e della b. alla c, & della c. alla d, & classifica di quelle sera antecedente, & consequente eccetto la prima laquale e solamente antecedente, & la vltima laquale e solamente consequente, & in questa proportionalita e necessario tutte le quantita esser de vno medesimo genere per la continuatione delle proportionone (impero che non e proportionone in fra le quantita de diuersi genere) & questa sera al mancho in tre termini costituita, ma la discontinua e quando de quattro quantita (ouer seranno tutte de vno medesimo genere, ouer le due prime de vno, & le due vltime de una altro) in qual proportionone la prima antecede la seconda in quella medesima la terza antecede la quarta come quando dicessimo si come e della a. alla b. cosi e della c. alla d, & sera qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam e necessario che siano tutte quattro de vno medesimo genere, si come in la proportionalita continua, imperoche il consequente della prima proportionone non e continuado allo antecedente della seconda, ma e possibile che siano de vno medesimo genere, & e possibile che siano de diuersi perche si come accade trouarsi se vna linea doppia a vn'altra, ouer treppia, cosi accade trouarse vna superficie ad

una altra superficie, & vn corpo ad vn altro corpo, & così vn tempo a vn tempo
& vn numero ad vn numero.

Vista che cosa sia la pportionalita continua, & la discontinua espianamo la sopra
scritta diffinitione delle quantita continue proportionale, la qual dice che le qua-
ntita continue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici tolti e qualun-
que, ouer che sono tra loro equali, ouer che senza intertrumpimento egualmente si
soprauauzano, ouer manchino, exempli gratia, siano le tre quantita d'un medes-
simo genere, a. b. c. alle quale siano tolte le. d. e. f. egualmente multiplice, cioe che si
come la. d. e. multiplice alla. a. che così la. e. sia multiplice alla. b. & la. f. alla. c. & ses-
ranno tutto in el medesimo genere (perche li multiplici, & li submultiplici sono
in Vno medesimo genere, & sia che le. d. e. f. ouer che le siano eguale fra loro, ouer
che le siano simile nel soprauauzare, ouer nel mancare, cioe che si come la. d. auanzi
za sopra alla. e. ouer manchi da quella, così la. e. auanzi sopra alla. f. ouer man-
chi da quella, dico che quando questi multiplici seranno a questo modo le tre
quantita. a. b. c. seranno continue proportionale, ma non intendere li multiplici
esser simili nel soprauauzare, ouero nel mancare in quanto alla quantita della
eccefi, ma inquanto alla proportionione, perche altrimenti la diffinitione seria fal-
sa, perche di qualunque quantita (di vno medesimo genere che si eccedino) per
differente eguale tolto li multiplici egualmente, anchora li multiplici se eccede-
no per differente eguale onde similmente sono simili, nel subabondare & nel
minuire, ouer mancare inquanto alla quantita della eccefi, ouer differente nien-
te dimeno le prime quantita non sono continue proportionale, anzi sempre del-
le minore quantita, e maggiore la proportionione & questo aduene perche li mul-
tiplici di quelle non se eccedeno similmente inquanto alla proportionione ma sola-
mente inquanto alla quantita delle differentie perche etiam in li minori multipli-
ci e la proportionione maggiore exempli gratia siano tolti tre numeri che se eccede-
no per differente egale Immediatamente cioe arithmetice come. 2. 3. 4. tutti multipli-
ci di qsti. 3. numeri tolti egualmente si eccedeno fra loro, li doppi se eccedeno
il binario & li trepli per li ternario & così li altri niente di meno li tre numeri. 2.
3. 4. non sono continui proportionali anzi di duoi minori e maggiore la propor-
tione perche la portione di qlli e sesgialtera & di duoi maggiori e sesgertia. ad op-
che fra quelli non e similitudine di proportionione, e pero fra qlli non sera propor-
tiona lita ne continua ne discontinua adonque e manifesto che quella similitudine di
sopragiongere ouer di diminuire ouer mancare non se intende in quanto alla
quantita delle differentie, ma inquanto alla proportionione, e per tanto il senso del-
la sopra scritta diffinitione sera in qsto modo. le quantita continue proportionale sono
quelle delle quali tutti li multiplici egualmente tolti, sono continui proportiona-
li ma il nō volse ponere essa diffinitione sotto questa forma perche allhora se dis-
fineria tal cosa per quella medesima, ma quanto aspetta alla cosa, questo e con-
uertibile con la sua diffinitione, ma le tre quantita. a. b. c. bisogna esser d'un mede-
simo genere, per questo che li multiplici di quelle fra loro siano equali, ouer che
siano simili in soprauauzare, ouer in mancare perche se a. & b. fusieno di diuer-
si generi seriano etiam. d. & e. (multiplici di essi. a. & b.) di medesimi diuersi ge-
neri per questa causa che li multiplici, & li submultiplici sono d'un vno medesi-
mo genere, per laqual cosa. d. non seria eguale ne maggiore ne minore di. e. per
che legata di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

Il Traduttore.

Questa sopra scritta diffinitione seriroua solamente in la prima tradot-
tione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che, la
non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione
non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo chi par-
la tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella puotemo cono-

scere, ouer dimostrar tre quantita continue, esser continue proportionale, & molto mi marauiglio di cōmentatore che vol diffinire tre quantita continue proportionale per tre quantita continue proportionale, cioe per li lor multipli, ma vo riua saper da lui come potro lo conoscer, ouer dimostrar che li multipli siano cōtinui proportionali in le quantita continue non sapendo qual sieno le quantita cōtinue proportionale, adōq nō assignadone vn pprio accidēte di conoscer le quantita continue proportionali, nō sapremo conoscer che li multipli che son pur quantita siano cōtinui proportionali, adōq tal diffinitione nō manifesta le cosa differētia, la scōda ragione che la nō sia di euclide e che di tal diffinitione nō sene serue in loco alcuno per tutta l'opra sua, per il che tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frustra, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) nō di mettere cosa alcuna frustatoria, la terza ragione e che tal diffinitione non si troua nella seconda tradottione, per il che tengo che la sia stata aggonra dalcuno che si presumaua di sapere, ma alcuno potria dire tal diffinitione esser put del l'author, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse sta bisogno in qualche propositione, ben l'haueria saputa retamente porre, come in fine della seguente se dira.

Diffinitione, vii.

⁶ Le quantita lequale sono dette esser secondo una proportionē, cioe la prima alla seconda, come la tertia alla quarta, sono quelle dellequale li multipli equalmente tolti alla prima & tertia, comparati alli multipli equalmente tolti alla seconda e quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equaliar se tolti in quel medesimo ordine.

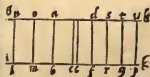
Posta di sopra la diffinitione delle quantita continue proportionale quiui pone la diffinitione delle proportionale discontinue, & e che di qualunque quattro quantita dellequale seranno tolti li multipli equalmente alla prima, & tertia, & similmente li multipli equalmente alla seconda, & quarta, & sera che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (inquanto al eccedere ouer nuanchare, ouer alla equalta) si come il multiplice della tertia al multiplice della quarta, la proportionē della prima di quelle alla seconda sera si come della tertia alla quarta, exempli grada, siano le quattro quantita .a. .b. .c. .d. & siano tolti, alla prima & tertia (lequale sono, .a. & .c.) li multipli equalmente (come seria a dire doppi) liquali siano .e. & .f. & similmente alla seconda & quarta (le quali sono, .b. & .d.) siano tolti li multipli equalmente (come seria a dire treppi) liquali siano .g. & .h. & sia che questi quattro multipli cosi tolti (e comparati fra loro secondo l'ordine delle prime quattro quantita, cioe che la .e. sia comparata alla .g. & la .f. alla .h. & non la .e. alla .f. ouer la .g. alla .h. siano simile nel auanzare, diminuir & equaliar, cioe che se la .e. eccede la .g. che similmente la .f. ecceda la .h. ouero che se la .e. minuisce della .g. similmente la .f. minuisca della .h. ouer che se la .e. e equalle alla .g. che similmente la .f. sia equalle alla .h. allhora la proportionē della .e. alla .b. e si come della .c. alla .d.

*Ma la similitudine del sopra aggoner, ouer diminuir, sia inteso in questo loco si come in la diffinitione delle quantita continue proportionale, cioe non inquanto alla quantita dell'eccesso, ma inquanto alla proportionē, & quella parte che di ce tolti in quel medesimo ordine, sia intesa si come e stato esposto, cioe che li multipli non siano refferiti insieme secondo l'ordine di quella quantita dallequale seranno stati tolti li multipli equalmente, cioe che il multiplice della prima nō sia refferito al multiplice della tertia, ouer il multiplice della seconda al multiplice della

della quarta, ma fiano referiti fecondo il primo ordine di quelle quattro quantita, cioè il moltiplice della prima al moltiplice della feconda, & lo moltiplice della terza al moltiplice della quarta, fera adonque il fenfo di queſta diſtintione in queſta forma, quattro quantita ſon proportionale diſcontinue, cioè la proportion della prima alla feconda, e ſi come della terza alla quarta quando che li moltiplici tolti egualmente alla prima & terza, & ſimilmente li moltiplici tolti egualmente alla feconda, & quarta, fera la proportion del moltiplice della prima al moltiplice della feconda ſi come e del moltiplice della terza alla moltiplice della quarta: ma non ha uoluto diſtintire ſotto queſta forma per la cauſa predetta, auegna che quanto ſi ſpetta alla coſa ſia el medefimo, ma non e neceſſario che le quattro quantita, a, b, c, d. ſiano d'un medefimo genere: impero che la b. non e continuata in proportion con la c. ma puo eſſer le due prime d'un genere, & le due ſequenti d'un altro per la qualcoſa e manifeſto che gli e neceſſario eſſer referito lo moltiplice della prima allo moltiplice della feconda, & lo moltiplice della terza al moltiplice della quarta, & non lo moltiplice della prima allo moltiplice della terza, ouer il moltiplice della feconda al moltiplice della quarta, perche lo moltiplice della prima & della terza non ſono ſempre d'un medefimo genere, ne etiam il moltiplice della feconda & della quarta, ma el ſu neceſſario tuorre li moltiplici egualmente alla prima & terza, & ſimilmente li moltiplici egualmente alla feconda & quarta, & non li moltiplici egualmente alla prima & feconda, ne anchora li moltiplici egualmente alla terza & quarta, perche per il tuor de moltiplici non e continuati li termini della prima proportion con li termini della feconda non ſa ra perche coſa ſia la proportion della a. alla b. ſi come della c. alla d.

Il Traduttore.

La ſopraſcritta eſpoſitione ſenza dubbio e uno miſto de' doi varii Comentaror, ſche la voglio diuidere i due parti, la prima parte ſera dal principio di tal eſpoſitione pin a queſto ſegno * & la ſeconda ſera dal medefimo ſegno per ſin al ſin di detta eſpoſitione. hor dico che colui che deſcriſſe la prima parte ueramente intendea Euclide, perche in eſſa eſplana beniffimo & ſufficientemente il uero ſenſo di tal diſtintione, & non accade intendere nelli moltiplici niune di quelle conditioni che ſi narra nella ſeconda parte, ma biſogna intenderle largo modo, come in eſſa prima parte ſe dichiara, la qualcoſa ſe manifeſta per tutti li lo chi doue che Euclide ſi ſerue di queſta tal diſtintione, cioè nella quarta, ſettima, & vndecima propoſitione di queſto quinto libro, ſimilmente nella prima del ſeſto libro & nella. 25. dello vndecimo. ma la ſeconda parte (quale credo ſia vn agion ſta del Campano) non ſolamente inturbida il uero ſenſo di tal diſtintione, ma eſ fonde totalmente lo ſtudente che'l non ſa doue li ſia con tante ſue conditioni & articoli di poca verita, & accioche queſto liquidamente appara, in dureremo in campo ſotto breuita la prima parte della prima propoſitione diſ ſetto libro (per eſſer molto a propoſito per dar ad intendere bene queſta diſtintione) cioè ſiano li doi parallelogrammi. a. b. c. & d. e. f. de equal altezza, & fra le due linee equi diſtante. g. h. & i. k. hor concludo che queſte quattro quantita, cioè li doi parallelogrammi. a. b. c. & d. e. f. & le ſue due baſe. b. c. & e. f. e. ſono in vna proportion per che li moltiplici tolti & comparati ſecondo l'ordine di queſta ſopraſcritta ſettima diſtintione hanno quella ſimilitudine & conditione che in eſſa ſi ricerca, la qual coſa dimoſtraremo in queſto modo. Batezzeremo primamente la baſa. b. c. per pri ma quantita, & la baſa. e. f. per ſeconda, & lo parallelogrammo. a. b. c. per terza & lo d. e. f. per quarta & procederemo in queſto modo, pigliaro della linea. b. i. vna parte che ſia moltiplice alla baſa. b. c. in che numero me piace, ma per il preſente la torremo doppia, & ſia la linea. b. i. & quella diuidero in parti equali alla baſa. b. c. in ponto. m. & dalli doi ponti. l. & m. conducerò le equidiſtante alla. a. b. le quale ſiano. l. n. & m. o. & compitro le ſuperficie de equidiſtante el lati. n. m. & o. b. & ſera ciaſcuna de quelle (per la trigefima ſetta del primo)



eguale alla superficie. a. c. per la qual cosa si come la linea. b. l. e moltiplice alla. b. c. così la superficie. a. b. e moltiplice alla superficie. a. c. cioè che l'una e l'altra è doppia, & così vegnimo hauer tolti li moltiplici egualmente alla prima & terza, Si medesimo anchora pigliaro vna parte della linea. f. k. che sia moltiplice alla base. f. e. secondo che numero me piace, ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea. f. p. la qual diuidero pur in parte eguale alla linea. f. e. nelli duoi ponti q. r. & tiraro dalli tre ponti. p. q. r. tre linee equidistanti alla linea. d. l. le quale siano. r. s. q. t. &. p. u. & cadauna delle tre superficie. d. r. s. q. & t. p. sara eguale alla superficie. d. e. (per la detta trigesima sesta del primo) dilche tutta la superficie. d. p. sara così moltiplice alla superficie. d. e. si come la linea. f. p. alla linea. f. e. cioè treppia, & così vegnimo hauer tolti li moltiplici egualmente alla seconda & quarta. Hor comparando il moltiplice della prima (cioè la linea. l. b.) al moltiplice della seconda (cioè alla linea. f. p.) & lo moltiplice della terza (cioè la superficie. n. b.) al moltiplice della quarta (cioè alla superficie. d. p.) hanno quella similitudine che ricerca la soprascritta diffinitione, cioè che se la linea. b. l. e' maggiore della linea. f. p. etiam la superficie. n. b. (per la trigesima sesta del primo) de necessitate sara maggiore della superficie. d. p. & se la e minore, minore & se la e eguale, eguale, perche seguita che le due base. b. c. & e. f. & le due superficie. a. b. c. & d. e. f. sia no in vna proportion (per questa soprascritta diffinitione) che e il proposito. Si vede adunque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia largo modo, & non se ha rispetto che tal eccedere, ouer diminuire sia ne secondo la quantita del eccesso, ne secondo la proportion, come vuol la seconda parte, ne etiam si debbe, ne si puo dar a tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice così) discontinue proportionale sono quattro quantita, & la proportion della prima alla seconda, e si come della terza alla quarta quando li moltiplici tolti come se propone, sara la proportion del moltiplice della prima al moltiplice della seconda si come del moltiplice della terza al moltiplice della quarta, perche il se diffiniera tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione veriano a restar egualmente ignote, exempli gratia, se io non so cognoscer in le quattro proposte quantita se quel le siano proportionale, manco sapro lo cognoscer ne dimostratal cosa nelli quattro moltiplici che son par quattro quantita, vero e che uno tal senso se portia ad mettere per propositione (per esser dimostrabile) & seria il conuerso della quarta propositione di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinitione, procedendo per lo conuerso modo della quarta di questo, riducendo lo aduersario allo impossibile, ma per diffinitione non e a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu correttamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma,

Le grandezze se dicono esser in vna proportion, cioè la prima alla seconda, & la terza alla quarta quando li moltiplici tolti egualmente alla prima & terza comparati alli moltiplici tolti egualmente alla seconda & quarta che insieme si eccedino, ouer che insieme siano equali, ouer che insieme manchino, nientedimeno, in istantia son conforme.

Il Traduttore.

Quando che al authore fusse stato necessario a diffinire le quantita de continua proportionalita facilmente lui li potema diffinire in questo luogo retamente, cioè per accidenti proprii in questo modo.

Tre quantita si dicono hauere proportionalita continua, quando che li duoi moltiplici egualmente tolti alla prima & alla seconda comparati a altri duoi moltiplici egualmente tolti alla medesima seconda & alla terza, siano simili in quanto al suauare diminuire & equaliare,

In questa

Et questa diffinitione se potria chiamar propositione perche quello che hauemo detto se potria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e terza, ma l'auitor non l'ha posta, o per non hauerne dibisogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione.viii.

7 Le quantita, che hanno una medesima proportioine sono dette proportionale.

Il Tradottore.

Exempli gratia, se la proportione della quantita .a. alla quantita .b. fusse si come e della quantita .c. alla quantita .d. le dette quattro quantita seriano dette proportionale.

Diffinitione.ix.

8 Quando che seranno tolti li multiplici equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima soprauanzara il multiplice della seconda, & che lo multiplice della tertia non soprauanzara il multiplice della quarta, allhora la prima se dira hauere maggiore proportione alla seconda, che la tertia alla quarta.

Il Tradottore.

Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritroua vna expositione, la qual e pur vno misto de duoi vari commentatori (si come era etia sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ve ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutilie fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma acciecano talmente il studente che'l non fa doue el se sia, per tanto accioche il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioe le parti che retramente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinitie le quantita proportionale il diffinitie le quantita disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale e la dissimilitudine delle proportioni, laqualcosa puo accadere in duoi modi, ouero perche maggiore e la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, ouer perche e minore, e pero di quelle ne sono due specie, la prima quando eglie maggiore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, & questa e detta disproportiona litate maggiore, & la seconda e quando che eglie minore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, & questa e detta disproportiona litate minore, el diffinitie a donque quelle quantita, fra lequale e maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta laqual e la maggiore disproportiona litate, ma la diffinitione di quelle fra lequale e minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella e manifestata per l'altra.

Quando adongli serano quattro quantita dellequal sian tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & li multiplici equalmente alla seconda & .4. & che li multiplici della .1. & .2. comparati insieme no seran simili nel ecceder, diminuir, & egilare

all'i multiplici della terza & della quarta quelle quattro quantita seranno disproporzionale, & semimultiplice della prima sera maggiore del moltiplice della seconda & che'l non sia necessario che'l moltiplice della terza sia maggiore del moltiplice della quarta all' hora sera maggiore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, perche in niun loco e maggiore la proportione della prima (di quattro quantita) alla seconda che della terza alla quarta, che'l non accaschi sempre a trouarse alcuni m. luplici equalmente tolti alla prima & alla terza liquali quando seranno comparati ad alcuni moltiplici equalmente tolti alla seconda & quarta, se ritrouera il moltiplice della prima soprauanzare il moltiplice della seconda, & lo moltiplice della terza non soprauanzara il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno accasca ritrouar questo che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della terza alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quantita disproporzionale possono essere de diuersi generi (si come anchora le quantita proportionale discontinue, come sel se dicesse la proportion de la a. a. la. b. e. maggiore re che della c. alio, d. ma se la disproporzionalita sera continua di necessita serano tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proportionalita) come sel se dicesse maggiore e la proportion de la. a. alla. b. che della. b. alla. c.

Il Traduttore.

LE soprascritte sono le parti che ben esplicano il senso della soprascritta diffinitione, & non accade di disciuerle le parti che non rettamente parlano perche volendole narrare a vna per vna, & volendole poi riprobrare gli andati da dire assai, ma se pur alcuno hauera accato di uederle potra satisfarse in es la prima tradottione latina.

Diffinitione x.

2 Ma la proportionalita e costituita almanco fra tre termini.

DA poi che l'author ha difinito la proportion, & proportionalita & le quantita proportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali puo star la proportionalita & no mette il massimo, perche quello non si puo assignare, perche qualunque proportion puo essere continuata in infiniti termini o sia proportione rationale, ouer irrational: ma alla proportionalita e necessario almanco due proportioni simili, imperoche la proportionalita e similitudine di proportion, & qualunque proportion ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalita ha almanco duoi antecedenti & duoi consequenti, la qual cosa e impossibile farle in manco di tre termini in liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & pero la proportionalita sera continua, per la qual cosa la proportionalita continua e costituita almanco fra tre termini, ma la discontinua non sera in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della disproporzionalita, peche se la sera continua sera almanco fra tre termini, se la sera discontinua almanco fra quattro.

Diffinitione. xi.

10 Se seranno tre quantita continue proportionale, la proportion della prima alla terza se dira proportion duplicata della prima alla seconda.

l'author

L'author diffinisse la proportionne che e fra li estremi termini della continua proportionalita costituita in tre termini, & dice, che se la proportionne dello primo termine allo secondo, si come dello secondo allo terzo, che la proportionne del primo al terzo sera si come e dal primo al secondo duplicata, cioe composta di due tali ouer (che e quel medesimo) la proportionne dal primo al terzo sera si come dal primo al secondo duplicata, cioe in se moltiplicata, et pili gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, & siano continuamente doppiati com. 2, 4, 8. la proportionne del primo al terzo sera si come la proportionne del primo al secondo in se moltiplicata, & la proportionne del primo al secondo e doppia, & la doppia in se moltiplicata produce vna quadrupla, onde la proportionne delli estremi e quadrupla, cioe il doppio del doppio, ouer (secondo la prima esposizione) la proportionne delli estremi e si come la proportionne del primo al secondo duplicata, perche la quadrupla e composta de due doppie.

Il Traduttore.

EL Campano nella sopra scritta esposizione (se la esposizione e del Campano) commette piu errori, l'uno de quali e questo, che de diffinitione lui la reuera in proportionne, perche lui dice che Euclide dice che se la proportionne dello primo termine al secondo sera si come del secondo al terzo che, la proportionne del primo al terzo sera doppia a quella che e fra il primo il secondo, & io dico che Euclide non dice che la sia doppia a quello, anzi lui diffinisse che la se dira doppia a quella, cioe che nelle cose sequere, ouer che per l'aduenire il doppio d'una proportionne si debbe intendere secondo che lui diffinisse in questa diffinitione, e non altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella, come vuol il campano) la non seria diffinitione anzi seria una propositione, & bisognaria che lui dimostrasse che la fusse il doppio di quella, & volendola dimostrare, bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportionne, perche non seria possibile a dimostrare che vna proportionne fusse doppia a vna altra che non sapesse prima come se intenda il doppio d'una proportionne. Alcuno porta dire che egli cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa, lo rispondo che egli il vero in la quantita, ma non gia in le proportioni, perche il doppiare delle proportioni, non seguita ne risona al auditio, secondo l'ordine del doppiare delle quantita (massime de numeri) eccetto che nella proportionne doppia, cioe che il doppio d'una proportionne doppia fa vna quadrupla, si come anchora il doppio di 2. (numero) fa 4, ma el non seguita questo in alcun'altra specie di proportionne, perche il doppio di vna tripla non fa vna sexcupla (si come che il doppio di tre fa sei) anzi fa vna nonupla, & similmente il doppio di vna quadrupla non fa vna otcupla anzi fa vna sedecupla, & tutto questo se trouera cosi esser per la sopra detta diffinitione) e per tanto fu necessario a diffinire come si debbia intendere il doppio d'una proportionne nelle cose che seguita, ouer che se hanno da dire, perche inuero se l'autor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se porta ingannar grandamente, cioe pigliar tal doppiare secondo lo indoppiare di numeri, cioe pigliar, ouer intendere che il doppio d'una tripla fusse vna sexcupla, la qual cosa non seguita, come di sopra e detto, anchora per un'altra ragione fu necessario a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sexto, la quale dice che se la duoi triangoli simili che la proportionne di l'uno all'altro e si come la proportionne duplicata di qual si voglia lato di l'uno al suo relativo lato di l'altro, la qual cosa se dimostrara per mezzo di questa sopra scritta diffinitione.

A Nchora bisogna notare qualmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro Euclide le ha poste in specialta per le quantita continue e non per li numeri, & se essi non fusse Euclide non haueria replicato questa & molte altre



nel settimo, nelli numeri, e pero queste non si deueriano esemplificare con numeri ma con quantita continue, cioe con linee, vero e che lo esemplificare con numeri molte volte gioua, & fa capire la cosa, ma molte volte e nociuò nelle propositioni & dimostrazioni geometriche, perche spesse volte il studente che vede con la esperienza de numeri verificarse la propositione preposta, non si cura di intendere quella per demonstratione, & non aduertisse ne considera che'l non se intende che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demonstrationi (come fu detto in principio l'altra, spesse volte l'huomo che in tutte le cose se vuol fondare sopra la esperienza de numeri, ouer che'l si confonde, ouer che el si inganna, massime in quelle cose che si dicono in specialta per le quantita continue, & questo e interuenuto al Campano sopra la settima & nona diffinition di questo (e tal ipsositioni son del Campano) perche el non trouaua nelle sue esperienze de numeri verificarsi sempre nelli multipli quello che lui pensaua che uolese dire Euclide (ma non quello che euclide diceua, perche se hauesse sperimentato secondo che euclide diceua lui hauera trouato quello che il detto Euclide diceua) per sicche vi sopra giouasse tante varie conditioni, nel soprananzare e diminuire di multipli, & massime sopra la nona, similmente per fondarsi totalmente sopra la esperienza & accidenti de numeri non puol tollerare, che la proportione della prima alla terza di tre quantita continue proportionale, se dica duplicata alla proportion che e dalla prima alla seconda (come di sopra appare) perche la denominazione di tal propositione, nelli numeri non risuona allo audio si come il doppiamento di numeri, & pero vuole che la se dica in se moltiplicata, & non confidera che nelle quantita continue non hauemo sempre notida delle denominazioni delle lor proportioni, perche non se potemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se manifesta sopra la detta decima ouera del sesto & in molti altri lochi, ideo.

Diffinitione. xii.

11 Quando seranno quattro quantita continue proportionale, la proportionione della prima alla quarta se dira proportionione della prima alla seconda triplicata.

Il Tradottore.

EL Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesimi errori della passata, cioe de diffinitione la tetra in propositione, et similmente per fondarsi sopra il triplicare de numeri pare a lui che tal diffinitione non ben soni a chiamarla triplicata, anzi pare a lui che responderia meglio a dire che la proportionione della prima alla quarta sia siccome quella della prima alla seconda. In se da poi nel prodotto moltiplicata, ma vorria saper da lui con che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione) se potria dirtare la trigesima se sta propositione del undecimo, ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue) esponeremo semplicemente la sopra scritta diffinitione, dico adonque che hauendo Euclide nella precedente diffinitione come si debbia intendere il doppio, ouer il doppiare d'una proportione nelle quantita continue, al presente in questa diffinitione, come si debbia intendere il tripplio, ouer il triplicare d'una proportionione, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioe che se seta quattro quantita continue proportionale che la proportionione della prima alla quarta se dira tripplia a quella che e dalla prima alla seconda, exempli gratia, siano le quattro quantita continue proportionale. a, b, c, d. & sia supposta la a. prima, b. seconda, c. terza, d. quarta dice che la proportionione della a. alla d. se dira per l'aduentire il tripplio della proportionione che e dalla, a. alla, b. cioe tripplata a quella, & così si debbe

fi debbe intendere il triplicate,ouer il treppio d'una propordione,perche secon
do questo modo, & secondo questa diffinitione se intende, & se dimostra la trigesi
malesima propositione del vndecimolibro.

Diffinitione.xiii.

¹² Le quantita che sono in una propordione, lo antecedente al conse
^{11,12,13} quente, & lo antecedente al conseguente, se dira e contrario, si come
lo conseguente allo antecedente, cosi lo conseguente allo antecede
nte: similmente permutatamente, si come lo antecedente allo antecede
nte, cosi anchora lo conseguente al conseguente.

Il Traduttore.

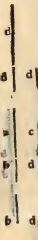
Quiui l'author ne incomincia a diffinire le specie della proportionalita, le
quale nella prima tradottione sono sette (abenche il Campano dica sei) ma
nella seconda tradottione sono vndeci, la prima delle quale e detta (semplicemē
te) proportionalita, altre dieci se dicono proportionalita, conuersa, permutata,
congiunta, disgiunta, euersa, equa, ordinata, inordinata, distesa, & perturbata, come
nelle sequente diffinitione appare, el diffinisse adonque sotto breuita la prima, se
conda, & tertia specie, & dice che le quantita che sono in vna propordione (cioe
semplicemente proportionali) se intende lo antecedente al conseguente, si come
lo antecedente al conseguente, cioe la prima alla seconda, si come la tertia alla
quarta, perche il primo termine della propordione se chiama antecedente, & lo
secondo conseguente, ma accio meglio mi intendi, siano li quattro quantita. a. b.
c. d. & sia supposto la. a. prima, b. seconda, c. tertia & d. quarta, hor dico che se si
concludesse (semplicemente) tal quantita esser proportionali, l'author vol che tal
conclusioni se intenda che lo antecedente, a. al suo conseguente, b. sia si come
lo antecedente, c. al suo conseguente, d. (cioe la prima alla seconda esser si come
la tertia alla quarta) & questa tal similitudine di propordione e detta simplicemē
te proportionalita, ma quando che il se concludesse (come si fa nel correlario del
la quarta propositione di questo) che le dette quattro quantita fusseno propor
tionale al contrario, l'author diffinisse che tal conclusioni se debba intendere che
lo conseguente, b. allo suo antecedente, a. sia si come lo conseguente, d. al suo an
tecedente, c. cioe dalla seconda alla prima come dalla quarta alla tertia, & tal si
militudine di propordioni, (a differenza dell'altra di sopra detta) se adimanda
proportionalita conuersa, ouero al contrario, ma quando che il se concludesse (come
si fa nella scitadecima di questo) che le dette quattro quantita fusseno permuta
tamente proportionali, l'author diffinisse che tal conclusioni se debba intendere
che lo antecedente, a. allo antecedente, c. sia si come il conseguente, b. al conse
quente, d. cioe della prima alla tertia, esser si come della seconda alla quarta, &
al similitudine di propordioni, (a differenza delle altre specie) e detta propor
tionalita permutata.

Diffinitione.xiiii.

¹³ Ma ogni volta che si come lo antecedente con il conseguente al con
¹⁴ seguente cosi sia anchora lo antecedente con il conseguente al conse
quente se dice proportionalita congiunta.

Il Traduttore.

Quiui l'author diffinisse che ogni volta che il congiunto del antecedente co



Il conseguente al conseguente, habbia tal proportionione come lo pglonto d'un altro antecedente con el suo conseguente, al ditro suo conseguente (cioe che il pglonto della prima quantita con la seconda habbia tal proportionione alla secon da si come lo congiunto della terza & quarta alla quarta) tal similitudine di pro portioni se dice proportionalita congiunta, e pero quando che'l si concludesse (come si fa nella decimaottava di questo) che le sopra date quattro quantita, a, b, c, d. fusseno congiuntamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congiunto della a, & b. (insieme) alla b. hauere tal proportionione, come il con giunto della c, & d. alla d.

Diffinitione. xv.

14 Ma la equal comparatione delli augmenti delli antecedenti sopra
15 li consequenti a essi consequenti se dice proportionalita disgiunta.

Il Traduttore.

Questa e quasi al contrario della precedente, perche in questa se compone, & in questa se discompono, exempli gratia, se per caso fusse quattro quan tità, a, b, prima, b, seconda, c, d, tertia & d, quarta, & che la proportionione della a, b, alla b, fusse si come della c, d. alla d. & che da questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tal quantita essere disgiuntamente proportiona le, l'author vuole che tal conclusion se intenda che la differentia che e dal ante cedente, a, b. al suo conseguente, b. (cioe la semplice, a.) a esso cōsequente, b. esser si come la differentia che e dal antecedente, c, d. al suo conseguente, d. (cioe la semplice, c.) a esso consequente, d. & tal similitudine di proportioni se dice prop ortalita disgiunta.

Diffinitione. xvi.

15 La similitudine delle proportioni di qual si uoglia antecedenti alli
16 suoi augmenti sopra li suoi consequenti, se dice pportionalita euerfat

Il Traduttore.

Exempli gratia, se la proportionione della a, b, alla b, fusse si come della c, d. alla d. & che da questo il se concludesse tal quantita esser euerfatamente proportio nale, l'author vuole che tal conclusion se intenda che la proportionione dello an tecedente, a, b. alla semplice, a. (cioe alla differentia che e dalla a, b, alla semplice b.) esser si come la proportionione dello antecedente, c, d. alla semplice, c. (cioe alla differentia che e dalla c, d. alla semplice, d. & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalita euerfa.

Diffinitione. xyii.

16 Proposte piu quantita, & altre secodo il medesimo numero, applica
17 te a due a due in una proportionione, e remosto equal numero di termi ni di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi e duoi estremi, se dice proportionalita equa.

Il traduttore

Il Traduttore,

L'author dice che quando fussono proposte plu quantita dall'un lato, (come seria a dire per esempio le tre. a. b. c.) & altrettante dall'altro (come seria a dire le altre tre. d. e. f.) o siano del medesimo genere; ouer d'un altro non importa & che le seconde siano applicate a due a due in vna medesima proportionione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se prepone nella vigesima seconda di questo) cioe che dalla. d. alla. e. fusse si come dalla. a. alla. b. & dalla. e. alla. f. si come dal' a. b. alla. c. ouer per ordine contrario) come se propone in la vigesima terza di questo) cioe che la proportionione della. d. alla. e. fusse si come della. b. alla. c. & dalla. e. alla. f. si come dalla. a. alla. b. & che da questo se concludesse (come si cõclude in la detta vigesima seconda & vigesima terza di questo) che le dette quantita fussono proportionali in la equa proportionalita, l'author vuole che tal conclusion se intenda, che li estremi sono proportionali, cioe la proportionione dalla. a. alla. c. esser si come dalla. d. alla. f.

Diffinitione. xviii.

^o La proportionalita e' ordinata quando che lo antecedente al consequente sera si come lo antecedente al consequente, & lo consequente a una ltra cosa, come il consequente a una ltra cosa.

Il Traduttore.

L'author ne aduertisse come si debbia intendere la proportionalita ordinata in duol'ordini di quantita, exempli gratia, se la proportionalita della. a. alla. b. sera si come della. c. alla. d. (cioe lo antecedente. a. al suo consequente. b. si come lo antecedente. c. al suo consequente. d.) & che lo consequente. b. habbia tal proportionione a vn'altra cosa (poniamo alla. e.) si come lo consequente. d. a vn'altra (poniamo alla. f.) si vuole che questa specie di proportionalita sia intesa ordinata,

Diffinitione. xix.

^o La proportionalita inordinata e quando l'antecedente al consequente sera come l'antecedente al consequente, & il consequente a una ltra cosa, come vn'altra cosa all'antecedente.

Il Traduttore.

Exempli gratia, essendo le quattro quantita. a. b. c. d. & che la. a. fusse supposta prima, b. seconda, c. terza, & d. quarta, & che la proportionione della antecedente. a. al suo consequente. b. fusse si come quella del antecedente. c. al suo consequente. d. & che da poi il se trouasse, ouer approuasse che lo consequente. b. hauesse tal proportionione a vn'altra cosa (poniamo alla. e.) si come hauesse vn'altra cosa (poniamo alla. f.) allo antecedente. c. tal proportionalita e detta inordinata.

Diffinitione. xx.

^o La proportionalita distesa e quando uno antecedente a un consequente sera si come uno antecedente a uno consequente, ma sera si

come lo conseguente a un'altra cosa così lo conseguente a una altra.

Il Traduttore,

Questa diffinitione pare in sostanza simile alla de cimaottaua (cioe alla proportionalita ordinata,) perche l'una, e l'altra vole che la proportion d'uno antecedente al suo conseguente sia si come d'un altro antecedente a vno altro conseguente, & che il conseguente primo sia a vn'altra cosa si come lo secondo a vn'altra cosa, che in vero el non vuol dire altro che se la proportion del antecedente, a. al suo conseguente, b. sera si come lo antecedente, c. al suo conseguente d., ma sera si come lo conseguente, b. a vn'altra cosa (poniamo a. e.) si come lo conseguente, d. a vn'altra cosa (poniamo a. f.) come fu esemplificado sopra la decima ottaua, nondimeno la decima ottaua parla in genere, & questa, in specie, perche in la proportionalita distesa non solamente se intende che la proportion della a. alla, b. sia si come, c. della, d. ma se intende che la sia anchora si come della, b. alla, e. & similmente della, d. alla, f. cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqualcosa inuero non vuol dire altro saluo che siano continue & proportionale si le tre, a. b. e. come le tre, c. d. f. ma in vna medesima proportion e in la proportionalita ordinata, le due prime proportioni puonno esser & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione. xxi.

^oMa la proportionalita perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al conseguente così nelle seconde grandezze sia lo antecedente al conseguente, & si come nelle prime grandezze e il conseguente a un'altra cosa così nelle seconde e un'altra cosa all'antecedente.

Il Traduttore.

Questa diffinitione della proportionalita perturbata pare in sostanza simile alla decima nona, cioe alla proportionalita inordinata, perche l'una e l'altra dice che quando che sia si come lo antecedente al conseguente (in tre quantita, ouer grandezze) così sia lo antecedente al conseguente in tre altre, & si come sia il conseguente (in le prime) a vn'altra cosa, così sia vn'altra cosa (in le seconde) all'antecedente, laqualcosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra saluo che se la proportion della, a. alla, b. sia si come della, c. alla, d. & che dal conseguente, b. vn'altra cosa (poniamo alla, e.) sia si come vn'altra cosa (poniamo, f.) all'antecedente, c. come fu esemplificado anchora sopra la detta decima nona, niente dicono la proportionalita inordinata e differente dalla perturbata, si come e della ordinata, alla distesa, cioe la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simile, ouer diuerse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro ma che siano anchora simile alle due prime, cioe che la proportion dal, b. a. e. non basta che sia eguale a quella che e dal, f. al, c. ma bisogna sia anchora eguale a quella che e dal, a. al, b. ouer dal, c. al, d. (che e il medesimo) ma nella inordinata se intende largamente o siano simile, ouer diuerse.

Il Traduttore.

Aluno potrà dire che fra la proportionalita distesa, & la perturbata non

co che si come che e la.a. alla.d.cosi sera la aggregato de tutte le prime (lequal
le sono.a.b.c.)allo aggregato de tutte le seconde lequal sono.d.e.f.& se a una per
vna sono eguale eglie manifesto il proposito per questa communia scientia, se a
cose eguale sera aggiunto cose eguale, le summe seranno anchora, ma essendo tut
te alle sue compagne equalmente multiplice diuise quelle secondo la quantita
delle sue submultiple; lo aggregato della prima parte della.a. & della prima
parte della.b.& della prima parte della.c.sera eguale allo aggregato delle.d.e.f.
(per la predeta communia scientia agiutando con questa altra, quelle cose che a
vna medesima cosa sono eguale fra loro sono eguale, similmente anchora lo ag
gregato delle seconde parti delle quantita.a.b.c. sera pur eguale allo medesimo
aggregato delle.d.e.f.& cosi delle altre , & perche questo potra esser fatto tante
volte, quante che la.d.sia contenuta in la.a, seguita che lo aggregato delle.d.e.
f.tante volte sia contenuto in lo aggregato delle.a.b.c.quante volte la.d.sia con
tenuta dalla.a, perche adunque quante volte la.d.numera la.a.tante volte lo ag
gregato delle.d.e.f.numera lo aggregato delle.a.b.c.eglie manifesto che si come
la.a.e multiplice alla.d.cosi e lo aggregato delle.a.b.c.allo aggregato delle.d.e.
f.che e il proposito.

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Q. Propositi

Theorema.ii. Propositione.ii.

² Se seranno sei quantita delle quale la prima alla seconda, & la terza
² alla quarta siano equalmente multiplice, & la quinta alla seconda, &
la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composto del
la prima, & della quinta alla seconda, & il composto della terza, &
della sesta alla quarta conuien esser equalmente multiplici. A

Siano sei quantita.a.prima.b.seconda.c.terza.d.quarta.e.quinta.f.sesta.& sian
la.a.& la.c. equalmente multiplice alla.b.& alla.d.& anchora la.e.& la.f.sian
equalmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato
della.a.& la.e. e multiplice alla quantita.b.cosi tutto lo aggregato della.c.& la.f.e
multiplice alla quantita.d.perche il numero secondo il quale la.b.e contenuta
dalla.a.e eguale al numero secondo il quale la.d.e contenuta dalla.c. similmente
anchor a, il numero secondo il quale la.b.e contenuta dalla.e. e eguale al nume
ro secondo il quale la.d.e contenuta dalla.f.(per communia scientia, che e se a co
se eguale siano aggiunte cose eguale &c.) il numero secondo il quale la.d.e conte
nuta dallo aggregato della.a.& la.c.sera eguale al numero secondo il quale la.d.e
contenuta dallo aggregato della.c.& la.f. per la qual cosa si come che lo aggregato
della.a.& la.e. e multiplice alla.b.cosi e lo aggregato della.c.& la.f.multiplice alla.d.
che e il proposito.

Theorema.iii. Propositione.iii.

³ Se il primo termine del secondo, & il terzo del quarto seranno equal
³ mente multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e
al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo
al quarto seranno equalmente multiplici

Siano sei quantita.a.prima.b.seconda.c.terza.d.quarta.e.quinta.f.sesta.& sian
la.a. alla.b.& la.c. alla.d. equalmente multiplice, & anchora la.e. alla.a. & la.f.
alla.c. equalmente multiplice, dico che si come che la.e. e multiplice alla.b.cosi e
la.f. alla.d.

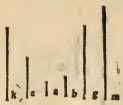
la. f. alla. d. perche se l'era diuila. e. secondo la quantita della. a. suo submultiplice & la. f. secondo la quantita della. c. & (per la equalita delle parti della. e. alla. a. & delle parti della. f. alla. c.) sera che quala si voglia delle parti della. e. sia cosi moltiplice alla. b. si come quala si voglia delle parti della. f. alla. d. perche adonq si come che la prima parte della. e. e moltiplice alla. b. cosi e la prima parte della f. moltiplice alla. d. & anchora si come che la seconda parte della. e. e moltiplice alla. b. cosi e la seconda della. f. alla. d. adonque (per la precedente) lo aggregato delle due prime parti della. e. seran cosi moltiplice alla. b. si come lo aggregato delle due prime parti della. f. alla. d. & perche anchora la parte terza della. e. (se gli sera alcuna terza parte) e cosi moltiplice alla. b. si come che la terza della. f. alla. d. (per la medesima precedente) seguita che tutto lo aggregato delle tre prime parti della. e. sia cosi moltiplice alla. b. si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della. f. alla. d. & cosi se fussono piu parti della. e. & della. f. componendo sempre le sequente con lo aggregato delle prime, concludendo che si come che la. e. moltiplice alla. b. cosi e la. f. alla. d. (per la precedente) toita tante volte quante parti siano state nella. e, ouero nella. f. manco una, & cosi e manifesto il proposito.

Il Traduttore.

A Nchora per vnaltro modo sia il primo termine. a. del secondo. b. & similmente il terzo. c. del quarto. d. qualmente moltiplice (hor poniamo dopo) & siano tolti il duol termini. e. f. & g. h. e qualmente moltiplici del a. & del. c. (hor poniamo treppi) dico che il termine. e. f. del. b. & lo. g. h. del. d. sono equalmente moltiplici, perche lo. e. f. del. a. & lo. g. h. del. c. son equalmente moltiplici, adonque quante quantita sono nel. e. f. e quale alla quantita. a. tante anchora ne sono nella quantita. g. h. eguale alla quantita. c. sia adonque diuiso. f. e. in quantita eguale alla. a. cioe in. e. i. k. & k. f. (perche fu presupposto che fusse treppi) & similmente. g. h. in quantita eguale alla. c. cioe in. g. l. m. & m. h. che seranno pur per numero tre si come quelle della. f. e. (per esser presupposte equalmente moltiplici) & perche la quantita. a. della. b. & la quantita. c. della. d. sono equalmente moltiplice, & perche la. e. i. e eguale alla. a. & la. g. l. alla. c. adonque la. e. i. della. b. & la. g. l. della. d. sono equalmente moltiplice, & per questa medesima ragione la. i. k. alla. b. & la. l. m. alla. d. seranno equalmente moltiplice, & similmente la. k. f. & la. m. h. adonque queste sei quantita seranno. e. i. prima. b. seconda. g. l. terza. d. quarta. k. quinta & l. m. sesta delle quale la prima. e. i. alla seconda. b. della terza. g. l. alla quarta. d. sono equalmente moltiplice, & la quinta. i. k. alla seconda. b. & la sesta. l. m. alla quarta. d. sono similmente equalmente moltiplice, adonque il congiunto della prima & della quinta (cioe tutta la quantita. e. k. f.) alla seconda. b. & lo congiunto della terza & della sesta (cioe tutta la quantita. l. m.) alla quarta. d. seranno equalmente moltiplice (per la precedente propositione) anchora haueremo sei quantita, cioe. e. & k. prima alla. b. seconda, & la. g. m. terza alla. d. quarta equalmente moltiplice, & la. k. f. quinta alla. b. seconda, & la. m. h. sesta alla. d. quarta, pur equalmente moltiplice, tutto il congiunto della prima & della quinta (cioe tutto. e. f.) alla. b. & tutto il congiunto della terza & della sesta (cioe tutta la. g. h.) alla. d. (per la medesima precedente) seranno equalmente moltiplice, & cosi se andaria procedendo quando che gli fusse piu parti, cioe che la. e. f. alla. a. & la. g. h. alla. c. fussono stati equalmente quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra moltiplicita, che e il proposito.

et quoniam omnia sunt conuenientia, et sic ut conuenientia sunt
et sic ut conuenientia sunt conuenientia, et sic ut conuenientia sunt
et sic ut conuenientia sunt conuenientia, et sic ut conuenientia sunt

Theorema.iiii. Proposizione.iiii.



4 Se la proportionne del primo al secondo sera si come del terzo al quarto, & siano assignati li multipli tolti egualmente al primo & al terzo, & similmente li multipli tolti egualmente al secondo & al quarto, seranno li assignati multipli nello medesimo ordine proportionali.

Sia la proportionne del .a. primo al .b. secondo si come del .c. terzo al .d. quarto, & siano tolti .e. al .a. & .f. al .c. egualmente multipli, & anchora .g. al .b. & .h. al .d. egualmente multipli, dico che la proportionne dal .e. al .g. e si come dal .f. al .h. siano tolti .k. al .e. & .l. al .f. egualmente multipli, & anchora .m. al .g. & .n. al .h. egualmente multipli, & perche .e. & .f. sono egualmente multipli al .a. & al .c. & similmente .k. & .l. egualmente multipli al .e. & al .f. (per la precedente) .k. & .l. seranno egualmente multipli al .a. & al .c. (per la medesima) anchora .m. & .n. seranno egualmente multipli al .b. & .d. per laqual cosa el .k. al .m. & .l. al .n. (per il conuerſo della diffinitione della proportionalita diſcontinua) quelli seranno ſimili nel aggiungere, minuire & equaliare, adonque perche .k. & .l. sono egualmente multipli al .e. & al .f. & anchora .m. & .n. sono pur egualmente multipli al .g. & .h. (per la diffinitione della proportionalita diſcontinua) la proportionne del .e. al .g. e si come del .f. al .h. che e il propoſito.

Lema, ouero assumptione.

o Adonque per eſſere ſtato dimoſtrato che ſe la .k. eccede la .m. ſi ſimilmente la .l. eccede la .n. & ſe e eguale, e eguale: & ſe e minore, e minore, & per queſto dalla .g. alla .e. ſera coſi come dalla .h. alla .f.

Correlario.

o Da qui e manifeſto che ſe quattro grandezze ſeranno proportiona-
4 le anchora al contrario ſeranno proportionale.

Theorema.v. Proposizione.v.

1 Se ſeranno due quantita dellequale una ſia parte dell'altra, & ſia
5 ſminuido dall'una e l'altra la medeſima parte, il rimanente al rima-
nente, & il tutto al tutto, ſeranno egualmente multipli, ouero in
queſto altro modo, ſe la ſera aliquota il reſtante del reſtante ſera ta-
le parte

le parte quale e il tutto del tutto.

Si a la quantita .a.b. tal parte della quantita .c.d. qual e la .e.b. della medesima .a.b. & sia cauta la quantita .a.b. dalla quantita .c.d. & sia il residuo la .f.c. onde la .f.d. sera eguale alla .a.b. sia anchora similmente cauta la .e.b. dalla quantita .a.b. & sia il residuo la .e.a. dico che qual parte e la quantita .a.b. della quantita .c. d. tal e la quantita .a.e. della quantita .c.f. perche conciosia che la .f. d. sia eguale alla .a.b. la detta .f.d. sera cosi multiplce alla .e.b. si come che e la .c.d. multiplce alla .a.b. poneto adonque la .d.g. cosi multiplce alla .a.e. si come che la .f.d. e multiplce alla .e.b. (& per la prima di questo) la quantita .f.g. sera cosi multiplce alla .a.b. si come che la .f.d. e multiplce alla .e.b. & perche la .c. d. fu supposta cosi multiplce alla .a.b. si come la .a.f. d. fu multiplce alla .e.b. l'una e l'altra delle due quantita .c.d. & .f.g. sera equalmente multiplce della quantita .a.b. per la qualco sa (per communa scientia) le due quantita .c.d. & .f.g. sono eguale fra loro, adon que leuato via dall'una & dall'altra di quelle la quantita .f.d. restara la .e.f. eguale alla .d.g. & perche la .d.g. fu cosi multiplce alla .a.e. si come che e la .f.d. dalla .e. b. e pero e si come la .a. b. alla .e.b. per la qualco sa, & si come la .c.d. alla .a.b. se ra adonque la .c.f. cosi multiplce alla .a.e. si come che e tutta la .c. d. di tutta la .a. b. che e il proposito.

Il Traduttore.

El testo di questa quinta propositione in la secôda tradotione dice in questo modo se vna magnitudine de vn'altra magnitudine sera equalmente multiplce, si come vna parte tolta a vna parte tolta, il residuo al residuo sera cosi multiplce come e il tutto al tutto, la qual propositione e piu generale della sopra scritta, perche quella non astringe che la .e.b. sia la medesima parte de .a. b. qual e la .a. b. della .c.d. pur che la detta .e. b. sia tal parte della parte .f. d. qual e tutta la .a.b. di tutta la .c.d. conclude che il residuo .e.a. sera la medesima parte del residuo .f.c. laqualco sa medesimamente se dimostra tollendo pur la .g. d. come di sopra, & arguire (per la prima di questo) se concludera la .g.d. essere eguale alla .c.f.

Theorema.vi. Propositione.vi.

6 Se seranno due quantita equalmente multiplce a due altre, & siano sottratte le due minore dalle due maggiore, cioe l'una & l'altra dalla sua multiplce, li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, ouero equalmente multipli, ouero a quelle le equali.

Siano le quantita cioe la .a.b. alla .c. & la .d. e. alla .f. equalmente multiplce & siano sottratte la .c. dalla .a. b. & la .f. dalla .d. e. & siano li residui della .a. b. la .a.g. & della .d.e. la .d.h. per li che la .g. b. sera eguale alla .c. & la .h. e. eguale alla .f. dico che li duoi residui .a. g. & .d. h. ouero che seranno equali alle due quantita .c. & .f. ouero che seranno a quelle equalmente multiplce, sia adonque primamente la .a.g. eguale alla .c. dico che la .d.h. e equa

le alla, f. & per dimostrare questo io toro la quantita, e, K. equala alla, f. & per il
precedenti presuppositi seguiria che tante volte la, f. sia in la, K. h. quante volte
la, e. in la, a. b. per la qualcosa si come che la, a. b. e moltiplice alla, c. cosi la, h. K.
e moltiplice alla, f. & cosi anchora la, d. e. era moltiplice della medesima, f. adon-
que (per communia scientia) la, h. K. fera equala alla, d. e. adonque tolta commu-
namente all'una e l'altra la quantita, h. e. restara la, d. h. equala alla, e. K. per la
qualcosa fera equala alla, f. che e il proposito. ma se la, a. g. fera moltiplice alla, c.
ponero la, e. K. che sia similmente equalmente moltiplice alla, f. & seguita come
prima che tante volte la, f. sia in la, h. K. quante volte la, c. sia in la, a. b. & tante
volte era anchora in la, d. e. adonque come prima fera la, d. e. equala alla, h. K. &
la, d. h. alla, e. k. per laqualcosa si come che la, a. g. e moltiplice alla, c. cosi e la, d.
h. moltiplice alla, f. che e il proposito, a dimostrare il medesimo altramente, ed e
cio sia che la quantita, a. b. contenga la quantita, c. per quel medesimo numero
secondo il quale la quantita, d. e. contiene la quantita, f. levando adonque via
da quel tal numero la vnita, remanera ouer la vnita ouer il numero secondo che
la, a. g. contiene la, c. & che la, d. h. contiene la, f. adonque egli e manifesto le quan-
tita, a. g. & d. h. ouero essere equala, ouero equalmente moltiplice alle quanti-
ta, c. & f.

Il Traduttore.

Se le due quantita, a. b. & d. e. seranno equalmente doppie alle due quantita, c.
& f. (come nel primo effempio appare) sottratto le due minore dalle due mag-
giore (cioe la, c. dalla, a. b. & la, f. dalla, d. e. li duoi rimanenti, cioe, a. g. & d. h. seran
eguali alle dette parti, cioe lo rimanente, a. g. fera equali alla quantita, e. & io d.
h. alla, f. ma se le dette due quantita, a. b. & d. e. seranno pur equalmente multipli
ce alle dette, c. & f. ma in altra maggiore moltiplicita che doppia, sottratte le mi-
nore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente moltiplici
alle dette due parti, exempli gratia, se le dette due quantita, a. b. & d. e. fuffino
state equalmente tripple alle dette due, c. & f. (come nella seconda figurazione ap-
pare) sottratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duoi residui seran-
no equalmente doppili, alle dette due parti, cioe lo residuo, a. g. fera doppio alla
e. & lo, d. h. alla, f. (come nella detta seconda figurazione appare) & consequiria
in ogni altra maggiore moltiplica, exempli gratia, se le dette quantita, a. b. & d. e.
fosseno state equalmente quadruple alle dette due, c. & f. li duoi rimanenti, a. g.
& d. h. serano stati equalmente trippili alle dette, c. & f. & se fusseno stati quinq-
pli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

Theorema. vii. Propositione. vii.

Se due quantita equala seranno; comparate a quale si uoglia
quantita, di quelle a quella fera una medesima proportiona, & si-
milmente da quella a quelle fera una medesima proportiona.

Siano le due quantita, a. b. equala sequali siano coparate a qual si uoglia terza
(come seria alla, c.) dico che la proportion che e dalla, a. alla, c. e la medesima che
e dalla

e dalla. b. alla. c. & similmente la proportion che e dalla. c. alla. a. e simile a quel
la che e dalla. c. alla. b. la prima parte si approua in questo modo, conchiòsia che
la. c. sia conseguente alla. a. (prima) & alla. b. (terza) quella sera in ragione di seco
da e quarta. pigliaro adonque la. d. alla. a. prima & la. e. alla. b. terza equalmen
te multiplice, & pigliaro la. f. per quale multiplice mi pare di multipli della. c.
laquale e seconda & quarta, & perche la. a. & la. b. (della quale li suoi multipli
tosti e equalmente sono. d. & e.) sono possi equal, seguira questo che se la. d. sera
diuisa secondo la quatita della. a. & similmente la. e. secondo la quatita della. b.
che le parti dell'una e dell'altra siano di numero & di quantita equal, di nume
ro per il presupposito per la equalita della multiplicatione dell'una e l'altra, ma
di quantita (per questa comuna sententia repetita tante volte quantu bisogna)
quelle cose che a vna medesima cosa sono equal fra loro sono e equal, perche a
donque la prima delle parti della. d. e equal alla prima delle parti della. e. & la
seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & son tante parti in la. d. quante sono in
la. e. (per la prima di questo) la. d. sera equal alla. e. per laqual cosa se due quanti
ta equal seranno comparate a vn'altra terza quantita (per comuna scientia)
ouer che ambedue le quantita. d. & e. sono maggiore della. f. ouer minore, ouero
equal, adonque (per la settima diffinitione) la proportion della. a. prima alla. c.
seconda sera come quella che e dalla. b. terza alla. c. quarta, che e il presupposito, la
seconda parte tu la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la
c. come prima & terza & la. a. seconda & la. b. quarta, & conchiòsia che la quantita
f. laquale e equalmente multiplice alla prima & alla terza sia simile nel auanzare
ouer in mancare, ouer in equaliare delle quantita. d. & e. lequale sono equalmen
te multiplice alla seconda e quarta, seguira (per la medesima diffinitione) che
la proportion della. a. prima alla. a. seconda sia si come della. c. terza alla. b. quat
ta, che e il secondo presupposito.

Theorema. viii. Propositione. viii.

8 Se due quantita ineguale seranno proportionate a una quantita,
8 certamente la maggiore ottignara maggiore proportion, & la mi
nore, minore, ma la proportion di quella a quelle certamente alla
minore sarà maggiore, & alla maggiore sera minore.

Siano due quantita ineguale. a. & b. c. & sia maggior la. b. c. & siano pportiona
te a vna medema quatita laqual sia. d. dico che la pportione della. b. c. alla. d.
e maggior di quella che e dalla. a. alla. d. & p il pterario maggior e quella della. d.
alla. a. che della. d. alla. b. c. & p approuar la prima parte io ponero la. e. b. equal
alla. a. & multiplicaro tante volte la. e. c. che ne puengavna quatita maggior del
la. d. & quella sia la. f. g. & toro la. K. f. cosi multiplice alla. b. e & similmente la. h.
cosi multiplice alla. a. si come la. f. g. e multiplice alla. e. c. & (per la prima di ques
to) la. h. sera cosi multiplice alla. a. si come che la. k. g. e multiplice alla. b. c. (sera
anchora la. h. equalle alla. k. f. per que sta causa che le submultiplice di quelle (le
quale sono. a. & b. e.) sono state poste equal, anchora ponero che la. h. non sia
minore della. d. ma equal, ouer maggiore, perche multiplicaro tante volte cada
una delle tre quatita. e. c. b. e. & a. equalmente che la. f. g. (multiplice della. e. c.)
puenga maggior della. d. & che la. h. (multiplice della. a.) non peruenza minore
della medesima, & dapoí questo multiplicaro tante volte la. d. che ne peruenza
quantita maggior della. h. & sia la. m. la prima quatita di multipli della. d. che e
maggiore della. h. sotto della qle toro l'altra maggiore multiplice della. d. c. ouero
la equalle a quella se per caso la. m. fusse la prima in l'ordine di multipli della
la. d.) la quale sia la. l. & seguira che la. l. non sia maggiore della. h. & la

no, sera composta della, d. & l. per questa causa che ogni multiplice & composto del prossimo precedente multiplice, & del sempio (come e il treppio, el quale e composto illo del doppio & dal sempio) eccetto il primo multiplice (cioe il doppio) il quale e solamente composto da duoi sempii, perche, adonque la, h. e eguale alla, k. f. la detta, k. f. non sera minore della, l. adonque la, k. f. insieme con la, d. non fanno meno che la, l. & d. per laqualcosa non fanno meno che, m. & perche la, f. g. e maggiore della, d. la, k. g. sera maggiore della, m. adonque intendero la quantita, b. c. prima, la, d. seconda, la, a. terza, & la, d. quarta, & che alla prima & terza son tolti li multiplici egualmente, cioe la, k. g. & la, h. similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multiplici egualmente, anzi e vno medesimo in ragione de duoi, il quale e la, m. & la, k. g. (multiplice della prima) soprauanza, ouero eccede della, m. multiplice della seconda, & la, h. (multiplice della terza) non soprauanza, ouer eccede la, m. multiplice della quarta, (per la diffinitione della maggiore disproporionalita) la proportione della, b. c. prima alla, d. seconda sera maggiore che della, a. terza, d. quarta, che e il primo proposito. Il secondo tu lo approuerai per la medesima diffinitione, per contrario ordine intendado che la, d. sia prima & terza, & la, a. seconda, & la, b. c. quarta, & perche la, m. (multiplice della prima) eccede, ouer soprauanza la, h. (multiplice della seconda) & la, m. (multiplice della terza) non soprauanza la, k. g. (multiplice della quarta) per la qualcosa maggior proportione e dalla, d. alla, a. che dalla, d. alla, b. c. che e il secondo proposito, & dal modo di questa dimostratione si manifesta la sufficientia della diffinitione della maggior disproporionalita posta dall'author in principio di questo quinto libro, perche in nullo luogo e maggior la proportione della prima (di quattro quantita) alla seconda che della terza alla quarta che non accaschi sempre ritrouarse alcuni multiplici tolti egualmente alla prima & alla terza, liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici tolti egualmente alla seconda & quarta se trouera lo multiplice della prima soprauanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non soprauanzare lo multiplice della quarta, & questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostrassimo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Traduttore,

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quantita, d. fusse tre, & che le quantita, h. fusse, s. q. el primo multiplice della, d. che eccede la, h. (cioe la, m.) seria il quintuplo (cioe quindecim) & la, l. seria il quadruplo (cioe duodecim) ma se la, h. fusse solamente cinque la, m. seria il doppio della, d. (cioe sei) & la, l. seria eguale alla, d. anchora bisogna notare che il primo di multiplici d'una quantita se intende il doppio, & lo secondo se intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & cosi discorrendo, & esta prima quantita se chiama il sempio.

Theorema. ix. Propositione. ix.

Se la proportione di alcune quantita a una quantita sera una medesima, eglie necessario quelle quantita esser eguale, & se la proportione dell'una a quelle sera una medesima similmente eglie necessario quelle esser eguale.

Si la proportione della due quantita, a. & b. alla quantita, c. vna medesima, dico quelle esser eguale, & al contrario se la proportione della, c. all'una e l'altra di

tra di quelle ſera vna medefima, dico ſimilmente quelle eſſer equali; quella e al contrario della ſettima, il primo propoſito ſi approua in queſto modo, ſe quelle non ſono equali (per l'aduerſario) poniamo ſe poſſibile e che vna di quelle ſia maggiore poniamo la.a.(per la prima parte della precedente) la proportion della.a.alla.c.ſera maggiore che quella della.b.alla.c.che e contra il preſuppoſito, il ſecondo anchora e manifeſto, perche ſe la.a.e' maggiore della.b.(per la ſeconda parte della precedente) la proportion della.c.alla.b.ſera maggiore che alla.a.la.qualcoſa e anchora contra il preſuppoſito.

Theorema.x. Propoſitione.x.

¹⁰ Se la proportion dell'una di due quantita ad alcuna quantita ſa
¹⁰ ra maggiore, quella quantita e neceſſario eſſer maggiore, ma ſe la proportion della una alla medefima ſera maggiore egli e neceſſario quella eſſer minore.

Se la proportion della.a.alla.c.ſera maggiore di quella che e dalla. b. alla.c. dico la.a.eſſer maggiore della.b.& ſe la proportion della.c.alla.b.ſera maggiore di quella che e della detta.c.alla.a.allhora dico la.a.eſſer maggior della.b.(queſta e al contrario della ottaua) il primo propoſito e manifeſto(per la prima parte della ſettima,& per la prima parte della ottaua) perche(per la prima parte della ſettima) la.a.non ſera equal alla.b.ne anchora minore(per la prima parte della ottaua) il ſecondo e manifeſto dalle ſeconde parti delle medefime propoſitioni.

Theorema xi. Propoſitione.xi.

¹¹ Velle proportioni che a una medefima proportion ſeranno e
¹¹ quale egli e neceſſario che fra loro ſiano equali.

Queſta propoſition(che Euclide nel principio del primo libro la connumera fra le comune ſententie)quelle coſe che a vna medefima coſa ſon equali anchora fra loro ſono equali (come ſe intende nella quantita) in queſto locho lui dimoſtra come la ſe accomoda in le proportioni. ſia adonque l'una e l'altra delle due proportioni, che ſono dalla.a.alla.b.& dalla.c.alla.d. equal alla proportion che e dalla.e.alla.f. dico le proportioni che ſono dalla.a.alla.b.& dalla.c.alla.f. eſſer fra loro equali, & per dimoſtrar queſto io toro la.g.alla.a.& la.h.alla.c.& la.k.alla.e. equalmente multiplice, e anchora la.l.alla.b.& la.m.alla.d.& la.n.alla.f. equalmente multiplice, & perche(per il preſuppoſito) la proportion dalla te.alla.f.e' ſi come dalla.a.alla.b.& ſimilmente ſi come dalla.c.alla.d. ſeguita(per la conuerſione della ſettima diſſinitione tolta due volte) che ſe la.k.eccede la.n.che la.g.eccede la.l.& la.h.la.m.& ſe la.K.manca della.n.che la.g.manca dalla.l.& la.h.dalla.m.& ſe la.K.e' equal alla.n.che la.g.ſera equal alla.l.& la.h.alla.m.perche adonque la.g.alla.l.& la.h.alla.m.ſono ſimile nel aggonjer, diminuiſe & equalare per mezzo della.k.& n.(per la ſettima diſſinitione) la proportion della.a.alla.b.ſera ſi come della.c.alla.d.che e il propoſito.

Theorema.xii. Propoſitione.xii.

¹² Se la proportion del primo termine al ſecodo ſera ſicome del terzo
¹²

al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportionione del primo al secondo sera maggiore che dal quinto al sesto.

Similmente (come in la precedente) quel che quili dimostra in le pporiont in le quaita e percissibile, cioe che se due quaita serano fra loro egli, di quing quaita che l'una di quelle sera maggiore anchora l'altra sera maggiore di quel la medesima, intenedumeno questo se dimoltra in le proportioni, come, exempli gratia, se la proportionione della. a. alla. b. sia si come della. c. alla. d. & che la proportionione della. c. alla. d. sia maggiore di quella che della. e. alla. f. anchora la proportionione che a della. a. alla. b. sera maggiore di quella che e dalla. e. alla. f. & per dis mostrar questo io toro la. g. alla. a. & la. h. alla. c. & la. k. alla. e. equalmente multipli ce & anchora la. l. alla. b. & la. m. alla. d. & la. n. alla. f. equalmente multiplice, & p che per il presupposito, la proportionione della. c. alla. d. e si come della. a. alla. b. & maggiore di quella della. e. alla. f. (per il conuerso della setima diffinitione) segul ria che se la. h. soprauauza la. m. che anchora la. g. soprauauza la. l. & per il con uerso della diffinitione della maggiore disproportiona lita non e necessario che la. k. soprauauza la. n. adonque perche (per il mezzo della. h. & m.) se la. g. sopra uauza la. l. non e necessario che la. k. soprauauza la. n. (per la diffinitione della mag giore disproportiona lita) sera maggiore proportionione della. a. alla. b. che della. e. alla. f. che e il proposito, anchora per simel modo tu approueral che se la propor tione della. a. alla. b. sia si come della. c. alla. d. & della. e. alla. f. d. minore che della. e. alla. f. similmente della. a. alla. b. sera minore che della. e. alla. f. conlosia che dalla. e. alla. d. sia minor proportionione che dalla. e. alla. f. sera adonque la propor tione della. e. alla. f. maggiore che dalla. c. alla. d. adonque (per la conuersione della diffinitione della maggiore disproportiona lita) se la. k. ecceda la. n. non e ne cessario che la. h. ecceda la. m. & se la. h. non ecceda la. m. la. g. non ecceda la. l. adò que se la. k. ecceda la. n. non e necessario che la. g. ecceda la. l. adonque (per la dif finitione della maggiore disproportiona lita) la proportionione della. e. alla. f. sera maggiore che della. a. alla. b. (per il contrario) adonque la proportionione della. a. alla. b. sera minore che della. e. alla. f. che e il proposito (& per il modo della deno stratione della ottaua di questo, & da questa sera manifesto che se la proportionione della prima (di quattro quantita) alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, gli casca sempre ritrouar se alcuni multipli equalmente tolti alla prima, & alla terza, li quali quando seranno comparati ad alcuni multipli tolti equal mente alla seconda & quarta, se trouera il multiplice della prima soprauauza re il multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non soprauauzara il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta in questo modo, sia la proportio ne della. a. b. alla. c. maggiore che della. d. alla. e. io ponero adonque che la proportionione della. a. f. alla. c. sia si come della. d. alla. e. (p questa duodecima & per la decima) la. a. f. sera minore della. a. b. hor poniamo che la sia minore in la quanti ta. f. b. la qual multiplicaro tante volte che ne peruegna vna quantita maggiore della. c. la qual sia la. g. h. con questa conditione che la. d. multiplicata tante vol te produca vna quantita non minore della. e. (la qual sia la. l. g.) hor ponero che la. l. g. sia cosi multiplice alla. a. f. si come che la. g. h. e multiplice alla. f. b. ouero la. k. alla. d. (per la prima di questo) la. l. h. sera cosi multiplice della. a. b. si come che e la. k. alla. d. da poi ponero che la. m. sia la prima quantita multiplice alla. e. che sia maggior della. k. & ponero la. n. cosi multiplice alla. c. si come che la. m. e mul tiplice alla. e. (per i precedenti presupposti, & per la conuersione della disconti nua proportiona lita) la quantita. n. sera la prima di multipli della. c. che sera maggiore della. l. g. ne la. l. g. sera minore della. c. adonque toro sotto alla. n. la mas sima delle multipli della. c. ouer a se eguale (se per sorte la. n. fusse la prima di multipli di quella) la qual sia la. o. & la. n. sera composta della. o. & della. c. adon que perche la. l. g. non e minore della. o. & la. g. h. e maggiore della. c. la. l. h. sera maggiore

maggiore della. n. per laqualcosa essendo la. K. minore della. m. e manifesto il proposito.

Potremo an: hora dimostrare il conuerso di questa, cioe che se la scala trouare alcuni multipli tolti egualmente alla prima & alla terza (di quattro quantita) li quali essendo comparati ad alcuni multipli tolti egualmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima ecceda lo multiplice della seconda, & che il multiplice della terza non ecceda il multiplice della quarta, la proportion della prima alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, laqualcosa si approua in questo modo siano le quattro quantita, a. prima, b. seconda, c. d. terza e, quarta & sia la. f. alla a. & la. g. alla. c. d. egualmente multiplice, similmente sia no la. h. alla. b. & la. k. alla. e. egualmente multiplice, & poniamo che la. f. ecceda ouer soprauanci la. h. & che la. g. non soprauanci la. k. dico che la proportion della. a. alla. b. e' maggior che della. c. d. alla. e. & se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, ouer che la seriea equal, ouer minore, equal non pol esser, perche se la fusse equal (per la conuersione della settima diffinitione) la. g. eccedere la. k. laqualcosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della. e. l. alla. e. si come della. a. alla. b. & (per la decima di questo) la. c. l. sera minore della. c. d. hor sia minor in la quantita. l. d. adonqi ponero la. m. n. che sia cosi multiplice alla. a. l. & la. n. p. cosi multiplice alla. l. d. si come che la. f. e' multiplice della. a. (& per la prima di questo) la. m. p. sera cosi multiplice alla. c. d. si come che la. f. e' multiplice della. a. adonque l'una e l'altra delle due quantita. m. p. & g. e egualmente multiplice alla quantita. c. d. adonque quelle sono equal (perche questa se quella fu dimostrata in la settima di questo) & perche la. g. non e maggiore della. k. la. m. p. non sera maggiore della medesima. k. & (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalita) la. m. n. e maggiore della. K. impero che la. f. e' maggiore della. h. adonque la. m. n. e maggiore della. m. p. che e' impossibile, per laqualcosa rimane il proposito.

Theorema. xiii. Propositione. xiii.

¹² Se de quante si uoglia quantita ad altre tante a una per una, sera una medesima proportion, tal proportion qual sera dell'una all'una quella medesima anchora sera de tutte quante le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

Quello che nella prima propose di multipli, in questo loco lui propone di ogni proportion, onde questa e piu communia di quella, perche ogni multiplicita e proportion, ma non e conuerso, cioe che ogni proportion non e multiplicita, sia adonque della. a. alla. b. & della. c. alla. d. & della. e. alla. f. vna proportion, dico che qual proportion e della. a. alla. b. la medesima e del composito delle. a. c. e. al composito delle. b. d. f. & p. dimostrar questo io toro la. g. alla. a. & la. h. alla. c. & la. K. alla. e. egualmente multiplice e similmente la. l. alla. b. & la. m. alla. d. & la. n. alla. f. egualmente multiplice, & sera (per la prima di questo) il composito delle. g. h. k. e' cosi multiplice al composito delle. a. c. e. si come la. g. e' multiplice alla. a. similmente (per la medesima) il composito delle. l. m. n. sera cosi multiplice al composito delle. b. d. f. si come la. l. e' multiplice alla. b. & (per la conuersione della diffinitione della discontinua proportionalita (tolta due volte) se la. g. agglionge sopra la. l. la. h. aggliongera sopra la. m. & la. k. sopra la. n. & se la minuisce, & se la se equala, e' equala, adonque (per communia scientia) se la. g. agglionge sopra la. l. il composito delle. g. h. k. aggliongera sopra il composito delle. l. m. n. & se la minuisce minuisce, & se la se equala se equala, adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalita) la proportion della. a. alla. b. e' si come del composito delle. a. c. e. al composito delle. b. d. f. che e' il proposito.

Theorema.xiii. Propositione.xiii.

¹⁴ Se quattro quantita saranno proportionale, & che la primâ sia mag-
¹⁴ gior della terza, e necessario la seconda esser maggiore della quarta
 ma se la sera minore e necessario esser minore, & se sera eqle e quale,

Sia la ppositione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. dico che se la .a. è mag-
 giore della .c. la .b. sera maggior della .d. & se la .a. è minor (sera minor, & se la .a.
 e quale sera eguale, per che se la .a. sia maggiore della .c. sera (per la prima parte
 della ottaua di questo) maggior la proportione della .a. alla .d. che della .c. alla .d.
 per la qualcosa maggiore sera della .a. alla .d. che alla .b. adunque (per la seconda
 parte della decima di questo) la .b. sera maggior della .d. che e il proposito, ma se
 la .a. sia minore della .c. sera (per la prima parte della ottaua) minore proportio-
 ne della .a. alla .d. che della .c. alla .d. per laqualcosa maggiore sera della .a. alla .b.
 che alla .d. adunque (per la seconda parte della decima) la .b. sera minor della .d. ma
 si la .a. sia eguale alla .c. sera (per la prima parte della settima) della .a. alla .d. si co-
 me della .c. alla .d. per laqualcosa della .a. alla .d. e si come della .a. alla .b. adunque (per la
 seconda parte della nona) la .b. sera eguale alla .d. & così e manifesto il proposito,

Theorema.xv. Propositione.xv.

¹⁵ Se ad alcune quantita saranno tolti li multipli equalmente, la pro-
¹⁵ portione di multipli, & quella di submultipli sera una medesima,

Siano fa .c. alla .a. & la .d. alla .b. equalmente multipli, dico che la proportion
 laquale e della .a. alla .b. quella medesima e della .c. alla .d. sia diuisa la .c. secon-
 do la quantita della .a. & la .d. secondo la quantita della .b. & sono tante le parte
 della .c. quante quelle della .d. & tante parte son in .c. quante in .d. & perche qual
 parte tu vuoi della .c. a qual parte tu vuoi della .d. e si come della .a. alla .b. sera (per
 la terzadecima di questo) della .c. alla .d. si come della .a. alla .b. che e il proposito.

Theorema.xvi. Propositione.xvi.

¹⁶ Se quattro quantita seranno proportionale, anchora permutata-
¹⁶ mente seranno proportionale,

Sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. dico che della .a. alla .c.
 sera si come della .b. alla .d. & questo e il modo de arguir, il qual e detto pro-
 portione permutata, la dimostrazione della quale così e manifestario toro la .c. al
 fa .a. & la .f. alla .b. equalmente multiplice e anchora la .g. alla .c. & la .h. alla .d. e
 equalmente multiplice & sera (per la precedente) della .e. alla .f. si come della .g. al
 la .h. per laqualcosa (per la quattredcima) se la .e. aggonje sopra .g. & la .f. aggon-
 ge sopra la .h. & se la minuisse, la minuisse, & se la e egualia, la se egualia, adon-
 que (per la diffinitione della incontinua proportionalita) sera della .a. alla .c. si come
 della .b. alla .d. che e il proposito. ma le necessario che in la permutata proportio-
 nality tutte le quantita siano de vno medesimo genere.

Theorema.xvii. Propositione.xvii.

¹⁷ Se le quantita congiuntamente seranne proportionale qu elle me-
¹⁷ desime anchora e necessario disgiuntamente esser proportionale,

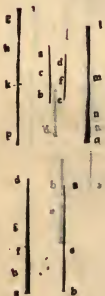
Demonstraro el modo di arguire elqual se dice proportionalita permutata, hor

dimostra quello che se dice proportionalità disgiunta, sia anchora la proportion della, a. b. alla, b. c. si come della, d. e. alla, e. f. dico che della, a. c. alla, c. b. sera si come della, d. f. alla, f. e. & per dimostrare questo io toro la, g. h. alla, a. c. & la, h. K. alla, c. b. & finalmente la, l. m. alla, d. f. & la, m. n. alla, f. e. e. egualmente multiplice, adunque (per la prima di questo) la, g. h. e. così multiplice alla, a. b. si come la, g. h. e. multiplice alla, m. q. & la, n. l. così e multiplice alla, d. e. si come la, l. m. e. multiplice alla, d. f. & per tanto (per li precedenti presupposti) la, g. h. e. così multiplice alla, a. b. si come e la, l. n. alla, d. e. ponero anchora la, K. p. alla, c. b. & la, n. q. alla, f. e. e. egualmente multiplice, & seranno (per la seconda) la, h. p. alla, c. b. & la, m. q. alla, f. e. e. egualmente multiplice, adunque (per la conversione della diffinitione della incontinua proportionalità) se la, g. h. aggiunge sopra la, h. p. la, l. n. aggiungera sopra la, m. q. & se la minuisse quella minuisse, & se la se egualia quella se egualia, e per tanto leuate comunamente la, h. k. & m. n. (per commun sententia) sera che se la, g. h. eccede la, K. p. (cioe che la sia maggiore di quella) che anchora la, l. n. eccederà la, n. q. & se la manca (cioe che la sia minore di quella) la sera minore, & se quella se egualia quella se egualia, adunque (per la settima diffinitione) la proportion della, a. c. alla, c. b. sera si come della, d. f. alla, f. e. che e il proposito.

Theorema. xviii. Propositione. xviii.

¹⁸ Se le quantita seranno disgiuntamente proportionale anchora con
¹⁸ giuntamente seranno proportionale,

E se dimostra il modo di arguire, il quale se dice proportionalità congiunta, & e il modo conuerso della precedente, e pero alla demonstratione di questa sia repigliata la disposizione della detta precedente, cioe rimangano tutti li presupposti di quella eccetto che l' se suppone la proportion della, a. c. alla, c. b. esse re si come della, d. f. alla, f. e. dico la proportion della, a. b. alla, b. c. essere si come della, d. e. alla, f. e. perche da questo presupposito & dalli presupposti della precedente (di multiplici egualmente tolti) li seguita (per la conversione della diffinitione della discontinua proportionalità) che se la, g. h. soprauanza la, k. p. che la, l. m. soprauanza la, n. q. & se la minuisse (ouero manca di quella) quella minuire, & se la se egualia quella se egualia, adunque giointoui comunamente la, h. k. & la, m. n. seguita (per commun sententia) che se la, g. h. soprauanza la, h. p. che la, l. n. soprauanci la, m. q. & se quella minuisse quella minuisse, & se la se egualia quella se egualia, per laqual cosa (per la settima diffinitione) la proportion della, a. b. alla, b. c. sera si come della, d. e. alla, f. e. che e il proposito, anchora se pol dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo, con clouia cosa che la proportion della, a. c. alla, c. b. sia si come della, d. f. alla, f. e. hor se possibile (per l' aduersario) non sia della, a. b. alla, b. c. si come della, d. e. alla, f. e. f. sia adunque la proportion della, d. e. ad alcuna altra quantita si come della, a. b. alla, b. c. laquale, ouer che la sera maggiore della, e. f. ouero minore, perche se la fusse a quella eguale seria manifestò il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia, e. g. & sera (per la precedente) della, a. c. alla, c. b. si come della, d. g. alla, g. e. per la qual cosa (per la vndecima) della, d. g. alla, g. e. si come della, d. f. alla, f. e. seguita adunque (per la quarta decima) che quando la, d. g. prima sia minore della, d. f. terza, la, g. e. seconda sera minore della, e. f. quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adunque la proportion della, d. e. a' quantita minore della, e. f. (la qual sia, e. h.) si come della, a. b. alla, b. c. & (per la precedente) sera della, a. c. alla, c. b. si come della, d. h. alla, h. e. per laqual cosa (per la vndecima) della, d. h. alla, h. e. sera si come della, d. f. alla, f. e. & perche la, d. h. prima e maggiore della, d. f. terza sera (per la quarta decima) la, e. f. seconda maggiore della, e. f. quarta, & per che quello e impossibile, seguita il proposito.



Theorema.xix. Propositione,xix.

19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti,& che il tutto al tutto sia
 19 si come la parte tagliata alla parte tagliata,il rimanente al rimanen-
 te sera si come il tutto al tutto.

Quello che propone la quinta di mulplici questa propone vnuerfalmen-
 te de ogni propositione,donde questa e tanto piu communia de quella qua-
 to e la proportion de la mulplicita.fiano adonque le due quantita.a.b.&c.d.
 dalle quale fian tagliate due parti lequali fiano b.e.&c.d.f.& fia la proportion de
 tutta la.a.b.a' tutta la.c.d.f. si come la tagliata.b.e. alla tagliata.d.f.dico che la me-
 defima proportione sera del residuo.a.e.al residuo.c.f.che e de tutta la.a.b.a' tut-
 ta la.c.d.perche essendo la.a.b.alla.c.d.f. si come la.b.e.alla.d.f. sera permutata
 mente la.a.b,alla.b,e,fi come la.c.d,alla.d,f.& disgiuntamente la.a.e,alla.e,b, fi
 come la.c.f,alla.f,d.& anchora permutatamente la.a.e,alla.c.f,fi come la.e.b,al-
 la.f,d.& perche cosi era la.a.b ,alla.c,d,e manifesto il proposito.

Correlario.

Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno pro-
 19 portionale euersamente etiam seranno proportionale.

Il Traduttore.

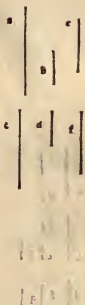
Questo soprascritto correlario in fine della esposizione della sopra scritta
 propositione il Campano lo aggiunge come cosa sua digando da questa
 decima nona & dalla permutata proportionalita vien dimostrarlo il modo de at-
 quire el qual se dice proportionalita euersa , exempli gratia , fia la.a.b,alla.b,e.
 si come la.c.d,alla.d,f.dico che la.b,a,alla.a,e, sera si come la.c,d,alla.c,f. perche
 essendo la.a.b,alla.b,e,fi come che e la.c,d,alla.d,f. sera permutatamente la.a,
 b,alla.c,d,fi come la.b,e,alla.d,f. per laqual cosa(per questa decima nona) la.b,a,
 alla.d,e,fi come la.a,e,alla.c,f. adonque permutatamente la.b,a,alla.a,e,fi co-
 me la.c,d,alla.c,f. che e il proposito. Anchora la conuersa proportionalita laqua-
 le(dalla diffinitione della incontinua proportionalita) hauemo dimostrarlo in es-
 pponere li principi di questo quinto, la puo anchora in questo loco esser demostra-
 ta indirettamente dalla permutata proportionalita, & dalla nona di questo, co-
 me se fia la proportion de la.a,alla.b,fi come de la.c,alla.d.dico che de la.b,al-
 la.a, sera si come de la.d,alla.e, essendo altramente fia de la.d,alla.e, fi come de la
 la.b,alla.a,& perche de la.a,alla.b,e, fi come de la.c,alla.d, sera permutatamente
 de la.a,alla.c, fi come de la.b,alla.d,& perche anchora de la.b,alla.a, fi come de la
 la.d,alla.e, sera anchora permutatamente de la.b,alla.d, fi come de la.a,alla.e, per
 la qual cosa sera de la.a,alla.e, fi come de la.a,alla,e, adonq la. e. non e uguale
 alla.c, accade lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se la
 e uguale sera de la.b,alla.a, fi come de la.d,alla.c, che e il proposito.

Theorema.xx. Propositione,xx.

20 Se seranno tre quantita dall'un lato prese & altre tante ne fiano pre-
 20 se dall'altro lato delle quale le prime a dua a due fiano secondo la
 proportion de le ultime eglie necessario in la proportion de la
 equalita

equalità, che se la prima delle prime sera maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessità sera maggior della ultima, & se la sera minore, minore, e se la sera eguale eguale.

Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, l'eguale se dice equa proportionalità, ouero le quantità de duoi ordini rettamente, ouer peruersamente proportionate, el prepone duoi antecedenti necessarij a dimostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equa proportionalità con le quantità de duoi ordini direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle serino proportionate peruersamente, siano adunque le tre quantità a, b, e, & siano tolte le tre altre lequale siano, c, d, f, & sia la proportion de la, a, alla, b, si come della, e, alla, d, & della, c, alla, e, si come della, d, alla, f, dico che se la, a, e' maggior della, c, che etiam la, c, sera maggiore della, f, & se la e' minore, minore, & se la e' eguale, eguale, perche se la e' maggiore sera (per la prima parte della ottaua) maggiore la proportion de la, a, alla, b, che della, e, alla, b, per la qual cosa (per la duodecima) sera etiam maggiore della, c, alla, d, che della, e, alla, d, & perche (per la conuerſa proportionalità della, e, alla, b, e' si come della, f, alla, d, sera della, c, alla, d, maggiore che della, f, alla, d, adunque (per la prima parte della decima) la, c, e' maggiore della, f, che e' il proposito, ma se la, a, sia minore della, c, per le medesime & al medesimo modo se approua la, c, effer minore della, f, perche sera minore proportion de la, a, alla, b, che della, e, alla, b, (per la prima parte della ottaua) e pero (per la duodecima & per la conuerſa proportionalità) sera minore della, c, alla, d, che della, f, alla, d, e pero (per la prima parte della decima) la, c, sera minore della, f, che e' il proposito, ma se la, a, sia eguale alla, e, sera (per la prima parte della settima) la proportion de la, a, alla, b, si come della, e, alla, b, e pero (per la vndecima, & conuerſa proportionalità) sera della, c, alla, d, si come della, f, alla, d, per la qual cosa (per la prima parte della nona) la, c, e' eguale alla, f, che e' il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno dimostrata per la proportionalità permutata in questo modo, la proportion de la, a, alla, b, e' si come della, b, alla, d, adunque permutatamente della, a, alla, c, e' si come della, b, alla, d, una tra volta, & perche della, b, alla, c, e' si come della, d, alla, f, sera permutatamente della, b, alla, d, si come della, e, alla, f, ma quella della, b, alla, d, era si come della, a, alla, c, adunque (per la vndecima di questo) sera della, a, alla, c, si come della, e, alla, f, adunque (per la quartadecima) c la, a, prima e maggiore della, e, terza sera la, c, seconda maggior della, f, quarta, & se la e' menor sera minore, & se la e' eguale eguale, che e' il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostrazione, perche se la intentione de Euclide fusse de demostrarla in questo modo il bisognoarebbe preporre questa conclusione per antecedente alla equa proportionalità, perche se vn'altra volta sia fatta vna permutazione della proportionalità allaquale siamo peruenuto, laqual e' effer della, a, alla, c, si come della, e, alla, f, el seguito che'l sia della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, & q̃to e' la equa proportionalità, oltre di questo se le quantità de ambidui li ordini non serano tutte d'un medesimo genere, perche se la, a, b, e, fuseno linee & c, d, f, superficie, ouer corpi, ouer tempi, allhora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adunque quelli che dimostrano il detto vniuersale particularmente.



Theorema, xxi. Proposizione, xxi.

²¹ Se seranno tre quantità dall'uno prese, & altre tante dell'altro della quale le prime siano tolte a due a due secondo la proportion de le ultime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora eglie necessario nella equa proportion che se la prima delle prime

sera maggiore della vltima, etiam la prima delle posteriore sera maggiore della vltima, & se la sera minore, minore, & se la sera eguale eguale.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & e \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline f & e & d \\ \hline \end{array}$$

Lo secondo antecedente siano le tre quantita. a. b. e. & ne siano tolte altre tre lequale siano. f. c. d. & sia la proportion della. a. alla. b. si come della. c. alla. d. & della. b. alla. e. si come della. f. alla. c. dico che se la. a. e' maggiore della. e. la. f. se' ra maggiore della. d. & se la e' minore sera minore, & se la. e. e' eguale sera eguale, & queste le approua per le medesime vie, & per il medesimo modo con elquale fu prouata la precedente, perche se la. a. e' maggiore della. e. sera maggiore per la portione della. a. alla. b. che della. e. alla. b. per laqualcosa sera etiam maggiore della. a. alla. d. che della. e. alla. b. e per tanto sera etiam maggiore che della. c. alla. f. adonque sera maggiore la. f. che la. d. (per la seconda parte della decima) che e il proposito, ma se la. a. sia minore della. e. sera finalmente minor della. c. alla. d. che alla. f. per laqualcosa (per la medesima parte della medesima) la. f. sera minore della. d. ma se la. a. sia eguale alla. e. seguira che l' sia la proportion della. c. alla. d. si come della. c. alla. f. adonque (per la seconda parte della nona) sera la. f. e' eguale alla. d. che e il proposito.

Theorema. xxii. Proposizione. xxii.

Se seranno quante quantita si uoglia dall'un lato & altre tante dall'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportion delle prime, in la equa proportionalira seranno proportionali.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline k & m & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline d & f & q & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline h & i & p \\ \hline \end{array}$$

Dimostrati li antecedenti alla equa proportionalita, in questo luogo dimostra essa equa proportionalita, & primamente quando le quantita dell' duoi ordini sono direttamente proportionale, & non e necessario che la sia dimostrata, se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordini sono solamente tre quantita, perche per questo seguira euidentemente quando che in l'uno e l'altro ordine seranno quattro, ouero piu quantita, e pero non e stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti la suo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantita, siano adunque le tre quantita. a. b. e. & ne sian tolte tre altre lequale siano. c. d. f. & sia la portione della. a. alla. b. si come della. c. alla. d. & della. b. alla. e. si come della. d. alla. f. dico che della. a. alla. e. sera si come della. c. alla. f. perche pigliando la. g. alla. a. & la. h. alla. e. egualmente multiplici, & similmente la. k. alla. b. & la. l. alla. d. egualmente multiplici, & vn'altra volta la. m. alla. e. & la. n. alla. f. egualmente multiplici, & sera (per la quarta) la. g. alla. k. si come la. h. alla. l. & la. k. alla. m. si come la. l. alla. n. per laqualcosa (per la vigesima) se la. g. e' maggior della. m. sera la. h. maggior della. n. & se e' minore sera minore, & se e' equal sera eguale, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalita) la proportion della. a. alla. e. e' si come della. c. alla. f. che e il proposito. anchora questo puo esser dimostrato (per la quinta decima di questo) tolte le. g. k. m. alla. a. b. e. & le. h. l. n. alle. c. d. f. egualmente multiplici, perche sera (per la quinta decima) la. g. alla. k. si come la. h. alla. l. & la. k. alla. m. si come la. l. alla. n. tutte le altre cose trattando come prima, ma se le quantita seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, gion tolti la. p. & la. q. cosi che la. e. sia alla. p. si come la. f. alla. q. sera vn'altra volta della. a. alla. p. si come della. c. alla. q. perche sera della. a. alla. e. si come della. c. alla. f. perche questo e stato dimostrato di sopra, adonque leuade via la. b. & d. serano le tre quantita. a. e. p. & le altre tre. c. f. q. come se prepone, per laqualcosa della. a. alla. p. sera si come della. c. alla. q. & cosi vien dimostrato de quattro quantita per le tre (leuado

(leuado in vno mezzo) & per il medesimo modo tu dimostrerai de cinque per le quattro leuando viall duoi mezzi & de sei per le cinque leuando via le tre, & così de altre.

Theorema.xxiii. Proposizione.xxiii.

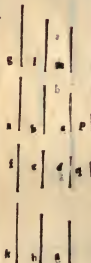
23 Se seranno quante quantita si uoglia dall'un lato, & altre tante del
23 l'altro, dellequale le leconde siano tolte a due a due, secondo la pro
portione delle prime, ma indirettamente proportionate, in la equa
proportionalita seranno proportionale.

Q uia l'author dimostra la equa proportionalita in le quantita de duoi or
dini indirettamente, ouero peruersamente proportionate, ne e necessario
che sia dimostrato se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordini sono solamen
te tre quantita, perche questo euidentemente seguita di quante quantita vi sia
no poste in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente e stato dimostrato del
le quantita direttamente proportionate, sia adonque tre quantita. a. b. c. & siano
pigliate altre tre liquali siano. f. c. d. & sia la proportione della. a. alla. b. si come
della. c. alla. d. & della. b. alla. e. si come della. f. alla. c. dico che della. a. alla. e. sera
si come della. f. alla. d. perche pigliaro la. g. alla. a. & la. h. alla. c. & la. K. alla. f. &
qualmente multiplice & similmente la. l. alla. b. & la. m. alla. e. & la. n. alla. d. equal
mente, multiplice & sera (p la quarta) la. g. alla. l. si cose la. h. alla. n. & (p la quinta)
della. l. alla. m. si come la. k. alla. h. p la qual cosa (p la vicesima prima) se la. g.
aggonje sopra la. m. & la. K. aggonje sopra la. n. & se la menuisse la menuisse,
& se la se equalia la se equalia, adonque per la diffinitione della incontinua pro
portionalita la proportione della. a. alla. e. e si come della. f. alla. d. che e il pro
posito, questo anchora puo esser dimostrato per la quintadecima di questo, tolti
se la. g. l. m. alle. a. b. c. & se la. h. n. alle. f. c. d. equalmente multiplice, perche sera
(per la quindadecima) della. g. alla. l. si come della. h. alla. n. & della. l. alla. m. si co
me della. K. alla. h. tutte le altre cose trattate come prima, tamen piu conue
nientemente (questa & la precedente) vengono demonstrate secondo il primo
modo, ma se in l'uno e l'altro ordine seranno piu di tre quantita, poniamo quat
tro, giuntoli la. p. & la. q. in questo modo che sia della. a. alla. b. si come della. d. al
la. q. & della. b. alla. e. si come della. c. alla. d. & della. e. alla. p. si come della. f. alla. c.
sera vn'altra volta della. a. alla. p. si come della. f. alla. q. (perche per le cose auan
ti demonstrate) sera della. a. alla. e. si come della. c. alla. q. leuade adonque via la. b.
& la. d. serano le tre quantita. a. e. p. & altre tre. f. c. q. come se prepono per la qual
cosa della. a. alla. p. sera si come della. f. alla. q. & così vien dimostrato delle quat
tro quantita per le tre leuado via vn mezzo, per il medesimo modo tu demo
strarai delle cinque per le quattro leuado via duoi mezzi, & de sei per le cinque
leuado via tre, & così de altre.

Theorema.xxiiii. Proposizione.xxiiii.

24 Se la proportione del primo termine al secondo sera si come del ter
24 zo al quarto e la proportione del quinto al secondo sera si come del
sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al
secondo sera si come del sesto e terzo tolti insieme al quarto.

Q uello che propone la seconda di multiplice, questa propone vniuersalme
nte de ogni proportion, onde e tanto piu comuna de quella quanto che e la



proportione della multiplicita, & e a quella si come la terzadecima alla prima, sia adonque la proportione della a, b, alla c, si come della d, e, alla f, & della b, g, alla c, si come della c, h, alla f, dico che la proportione della a, g, alla c, e' si come della d, h, alla f, perche il sera (per la conuerfa proportionalita) della c, a, alle b, g, si come della f, alla c, h, per laqual cosa (per la vigesima seconda) sera in la equa proportionalita della a, b, alla b, g, si come della a, e, d, alla e, h, adonque congiuntas mente (per la decimaottaua) della a, g, alla g, b, sera si come della d, h, alla h, e, adonque (per la vigesima seconda) sera in la equa proportionalita della a, g, alla c, si come della d, h, alla f, che e il proposito.

Theorema, xxv. Propositione, xxv.

25 Se seranno quattro quantita proportionale, & la prima sia la maggiore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approua de necessita esser maggiori delle altre due.

Quello che se prepone in questo luoco non ha loco se non quando tutte le quattro quantita siano d'uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantita de vno medesimo genere) la proportione della a, b, alla c, d, si come della e, alla f, & sia la a, b, la piu grande (& non bisogna poner che la f, sia la minima) perche quello seguita da questo che la a, b, e' posta la piu grande, onde l'auctor non ha posto questo in pclusionione si come positione, ma piu tolto si come conclusionione della precedente positione, dico che essendo cosi sera maggiore lo aggregato della a, b, & f, che quello della c, d, & e, perche essendo maggior la a, b, della e, tagliaro dalla b, a, la b, g, eguale alla e, similmente anchora perche la c, d, e' maggiore della f, tagliaro della c, d, la h, d, eguale alla f, & (per il presupposito) sera della a, b, alla c, d, si come della g, b, alla h, d, per laqual cosa (per la decima nona) lo residuo a, g, al residuo c, h, sera si come tutta la a, b, a tutta la c, d, cioe la a, b, alla c, d, concludio adonque che la a, g, e' alla c, h, si come la a, b, alla c, d, ma la a, b, e' maggiore della c, d, per laqual cosa la a, g, e' maggiore della c, h, aggiuntoli adonque all'una e all'altra le due quantita, g, b, & h, d, sera (per communia scientia) lo aggregato della a, b, & h, d, maggiore dello aggregato della c, d, & g, b, & perche la d, h, e' posta eguale alla f, & la g, b, alla e, sera maggiore lo aggregato della a, b, & f, che lo aggregato della c, d, & e, che e il proposito.

Il Traduttore,

Tutte le sequente noue propositioni mancano in la seconda tradottione.

Theorema, xxvi. Propositione, xxvi.

26 Se la proportione della prima, de quattro quantita alla seconda sera maggiore che della terza alla quarta, conuersamente sera al contrario, cioe la proportione della seconda alla prima sera minore che della quarta alla terza.

Si la proportione della a, alla b, maggiore che della c, alla d, dico che per il modo conuerso, onero econtrario, la proportione della b, alla a, sera minore che della d, alla c, essendo altramente per l'aduersario o che la sera quella medesima o

fimo o che la sera maggiore, ma se possibile fosse che la proportionne della, b, alla a, fusse si come della, d, alla, c, sequira al contrario che la proportionne della, a, alla b, sia si come della, c, alla, d. laqual cosa non e, anzi e maggiore dal presupposito, anchora se possibile e per l'aduersario che la proportionne della, b, alla, a, sia maggiore che della, d, alla, c, sia della, e, alla, a, si come della, d, alla, c, & (per la duodecima) la proportionne della, e, alla, a, sera minore che della, b, alla, a, per laqual cosa (per la prima parte della decima) la, e, sera minore della, b, e pero (per la seconda parte della ottaua) la proportionne della, a, alla, e, sera maggiore che della, a, alla, b, & perche (per la conuersa proportionalita) della, a, alla, e, e' si come della, c, alla, d, sera (per la duodecima) la proportionne della, c, alla, d, sera maggiore che della, a, alla, b, & era minore, rimane adonque il proposito, puotemo anchora sel ne piu ex arguire il proposito dimostratiuamente, perche e manifesto (per la prima parte della decima) che quella quantita della qual alla, b, e' quella medesima proportionne che e della, c, alla, d, e minore, della, a, (imperocche el se pone maggiore la proportionne della, a, alla, b, che della, c, alla, d.) adonque quella quantita sia, e, essendo adonque la proportionne della, e, alla, b, come della, c, alla, d, sera al contrario della, b, alla, e, come della, d, alla, c, & e' manifesto (per la seconda parte della ottaua) che la proportionne della, b, alla, a, e' minore che la proportionne della, b, alla, e, adonque (per la duodecima) la proportionne della, b, alla, a, e' minore che della, d, alla, c, che e quello che voleuamo.

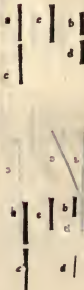
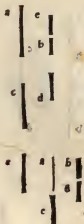
Theorema, xxvii. Propositione, xxvii.

27^o Sel sera de quattro quantira maggior proportionne della prima alla seconda che della terza alla quarta, sera permutatamente maggior pportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Si anchora in questo luoco la proportionne della, a, alla, b, maggior che della, e, alla, d, dico che sera permutatamente maggior proportionne della, a, alla, c, che della, b, alla, d, perche non sera la medesima (perche allhora anchora sarebbe permutatamente della, a, alla, b, si come della, c, alla, d.) & non sera minore, perche se questo sia posto, sia adonque della, e, alla, c, come della, b, alla, d, & sera (per la duodecima) maggior proportionne della, e, alla, c, che della, a, alla, c, per laqual cosa (per la prima parte della decima) la, e, sera maggiore della, a, adonque (per la prima parte della ottaua) la proportionne della, e, alla, b, sera maggiore che della, a, alla, b, & perche essato posto che'l sia della, e, alla, c, si come della, b, alla, d, sera permutatamente della, e, alla, b, si come della, c, alla, d, (per la duodecima) adonque maggior sera la proportionne della, c, alla, d, che della, a, alla, b, ma era posto lo contrario, adonque e vero il proposito, ostensiuamente anchora quello istesso secondo che in la precedente, peche e tolta la, e, alla, b, come la, c, alla, d, sera (per la prima parte della decima) la, e, minore della, a, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore sera della, a, alla, c, che della, e, alla, c, ma per la premutata proportionalita e della, e, alla, c, come della, b, alla, d, adonque (per la duodecima) della, a, alla, c, e' maggiore che della, b, alla, d, che e il proposito.

Theorema, xxviii. Propositione, xxviii.

28^o Se seranno quattro quantita delle quale la prima alla seconda sia maggior proportionne che della terza alla quarta sera anchora congiuntamente maggior proportionne della prima e seconda alla seconda che della terza, et quarta alla quarta.



Sia maggiore la proportion della .a. alla .b. che della .c. alla .d. dico che sera maggiore de tutta la .a. alla .b. che de tutta la .c. alla .d. perche quella (per l'aduersario) non sera equale & non sera minore, perche sella e equale, allhora sera disgiuntamente della .a. alla .b. come della .c. alla .d. contra al presupposito, ma sella e minore sia della .c. alla .b. come della .c. alla .d. alla .d. & sera (per la duodecima) maggiore proportion della .e. alla .b. che della .a. alla .b. adonque (per la prima parte della decima) la .e. b. e' maggiore che la .a. b. & (per la coniecttione) la .e. e' maggiore che la .a. per laqualcosa (per la prima parte della ottaua) maggiore e la proportion della .e. alla .b. che della .a. alla .b. ma dell .a. e. alla .b. e' come della .c. alla .d. (per la disgiunta proportionalita) imperoche era della .e. b. alla .b. come della .c. d. alla .d. adonque (per la duodecima) della .c. alla .d. e' maggiore che della .a. alla .b. ma questo e contra al presupposito, quel medesimo anchora dimostratiuamente, perche quando il preposito sia che maggior sia la proportion della .a. alla .b. che della .c. alla .d. sia la proportion della .e. alla .b. come della .c. alla .d. & sera (per la prima parte della decima) la .e. minor della .a. adonque (per communia scientia) la .e. b. sera minore che la .a. b. per laqualcosa (per la prima parte della ottaua) maggiore sera la proportion della .a. b. alla .b. che della .e. b. alla .b. ma la proportion della .e. b. alla .b. e' (per la congiunta proportionalita) si come della .c. d. alla .d. perche e posto che l' sia della .e. alla .b. come della .c. alla .d. adonque (per la duodecima) maggiore e della .a. b. alla .b. che della .c. d. alla .d. che e il preposito,

Theorema.xxix. Propositione.xxix.

29 Se seranno quattro quantita, delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggior proportion che della terza & quarta alla quarta, sera anchora disgiuntamente la proportion della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

Sia la proportion della .a. b. alla .b. maggiore che della .c. d. alla .d. dico che sera disgiuntamente la proportion della .a. alla .b. maggiore che della .c. alla .d. altramente sera equale, ouero minore, ma se e equale sera (per la congiunta proportionalita) della .a. b. alla .b. come della .c. d. alla .d. la qual cosa e contra il presupposito, ma se e minore sera maggiore della .c. alla .d. che della .a. alla .b. adonque (per la precedente) sera maggiore della .c. d. alla .d. che della .a. b. alla .b. che e in conueniente perche e stata posta minore, adonque e uero quello che vien detto, la qual cosa anchora dimostratiuamente la demostrero in questo modo, perche potremo che la proportion della .e. b. alla .b. sia come la proportion della .c. d. alla .d. & sera (per la prima parte della decima) la .c. b. minor che la .a. b. per la qualcosa (per communia scientia) la .e. e' minore che la .a. minore e adonque (per la prima della ottaua) la proportion della .e. alla .b. che e della .a. alla .b. ma la proportion della .e. alla .b. e' si come della .c. alla .d. (per la disgiunta proportionalita) adonque (per la duodecima) la proportion della .a. alla .b. e' maggiore che della .c. alla .d. che e il preposito.

Theorema.xxx. Propositione.xxx.

30 Se seranno quattro quantita, delle quale della prima e seconda alla seconda sia maggior proportion che della terza e quarta alla quarta, sera euerfamente minor proportion della prima e seconda alla prima che della terza e quarta alla terza.

Sia maggiore

Si maggiore la proportion della a.b. alla b.e. che della c.d. alla d. dico che euer
samente minor sera la proportion della a.b. alla a.c. che della c.d. alla c. per
che sera disgiuntamente (per la precedente) maggior proportion della a. alla
b. che della c. alla d. adonque (per la vigesima sesta) sera e conuerfo minor della
b. alla a. che della d. alla c. per laqual cosa (per la auante alla precedente) congiu
tamente sera minor della b.a. alla a.c. che della d.c. alla c. che e il proposito.

Theorema. xxxi. Propositione. xxxi.

31 Se seran tre quantita in uno ordine, & anchora tre in uno altro & se
ra della prima delle priore alla seconda maggior proportion che
della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della
seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle po
steriore alla terza, sera anchora della prima delle priore alla terza
maggior proportion, che della prima delle posteriore alla terza.

Siano le tre quantita, a. b. c. & similmente altre tre, d. e. f. & sia maggiore pro
portion della a. alla b. che della d. alla e. & similmente maggiore della b. al
la c. che della e. alla f. dico che maggiore sera la proportion della a. alla c. che
della d. alla f. perche sia la g. alla x. come la e. alla f. & sera (per la prima parte
della decima) la g. minor della b. per laqual cosa (per la seconda parte della otta
ua) la proportion della a. alla g. e maggiore che della a. alla b. molto maggiore
adonque e la proportion della a. alla g. che della d. alla x. sia adonque della h.
alla g. come della d. alla e. & sera (per la prima parte della decima) la a. maggio
re della h. per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della a. alla
c. e maggiore che la proportion della h. alla c. ma la proportion della h. alla c.
e (per la equa proportionalita) si come della d. alla f. perche e della h. alla g. co
me della d. alla e. & della g. alla c. come della e. alla f. adonque (per la duodecima)
la proportion della a. alla c. e maggior che della d. alla f. per laqual cosa e mani
festo il proposito.

Theorema. xxxii. Propositione. xxxii.

32 Se seranno tre quantita in uno ordine, & similmente tre in uno altro
& sera la proportion della seconda delle priore alla terza maggiore
che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della pri
ma delle priore alla seconda maggiore che della seconda delle po
steriore alla terza, sera maggiore la proportion della prima delle pri
ore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantita in uno ordine, a. b. c. & similmente tre in uno altro
d. e. f. siccondo che in la precedente, & sia maggiore la proportion della b. al
la c. che della d. alla e. & maggior della a. alla b. che della e. alla f. dico che mag
gior sera la proportion della a. alla c. che della d. alla f. perche sia la g. alla x. co
me la d. alla e. & sera la g. minor della b. (per la prima parte della decima) per
laqual cosa maggior sera la proportion della a. alla g. che alla b. (per la seconda
parte della ottaua) adonque molto maggior e della a. alla g. che della e. al
la f. sia adonque della h. alla g. come della e. alla f. & sera la a. maggiore della h.
(per la prima parte della decima) per laqual cosa la proportion della a. alla c. e
maggiore che della h. alla c. (per la prima parte della ottaua) ma (per la vigesi
ma tertia) la proportion della h. alla c. e come della d. alla f. imperoche e della
g. alla c. come della d. alla e. & della h. alla g. come della e. alla f. adonque (per la 12.)
maggiore e la proportion della a. alla c. che della d. alla f. che e il proposito.

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxiii.

³³ Se la proportione del tutto al tutto sera maggiore, che del tagliato al tagliato, sera del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.

Siano le due quantita. a. & b. dalle quale siano tagliate le. c. & d. & li residui siano. e. & f. & sia maggior proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. dico che maggior sera la proportione della. e. alla. f. che della. a. alla. b. perche sera (per la vigesima settima) permutatamente maggior proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. d. per la qual cosa (per la trigesima) sera euertamente minor proportione della. a. alla. e. che della. b. alla. f. adonque vn'altra volta (per la vigesima settima) permutatamente minor sera della. a. alla. b. che della. e. alla. f. che e il proposito.

Theorema. xxxiiii. Propositione. xxxiiii.

³⁴ Se quante si uoglia quantita seranno comparate a altrettante altre & sera de qualunque precedente alla sua relativa maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, sera de tutte queste tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de alcuna delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.

Siano le tre quantita. a. b. c. referte a altre tante altre lequale siano. d. e. f. & sia maggiore la proportione della. a. alla. d. che della. b. alla. e. & della. b. alla. e. sia maggiore che della. c. alla. f. dico che la proportione delle. a. b. c. tolte insieme alle. d. e. f. tolte insieme e' maggiore proportione che della. b. alla. e. ouero maggiore che della. c. alla. f. & etiam maggiore che delle. b. & c. tolte insieme alle. e. & f. tolte insieme, & che quella e minore che della. a. alla. d. perche essendo della. a. alla. d. maggiore che della. b. alla. e. sera permutatamente della. a. alla. b. maggiore che della. d. alla. e. & congiuntamente delle. a. b. alla. b. maggiore che delle. d. e. alla. e. & vn'altra volta permutatamente delle. a. b. alle. d. e. maggiore che della. b. alla. e. per la qual cosa (per la precedente) della. a. alla. d. e' maggiore che delle. a. b. alle. d. e. & per il medesimo modo se approua esser maggiore della. b. alla. e. che delle. b. c. alle. e. f. adonque maggiore proportione e della. a. alla. d. che delle. b. c. alle. e. f. per la qual cosa permutatamente maggiore e della. a. alla. b. c. che della. d. e. f. & congiuntamente maggiore delle. a. b. c. alle. b. c. che delle. d. e. f. alle. e. f. & vn'altra volta, permutatamente maggiore delle. a. b. c. alle. d. e. f. che delle. c. b. alle. e. f. per la qual cosa (per la precedente) maggiore e della. a. alla. d. che delle. a. b. c. alla. d. e. f. che e il proposito.

Fine del quinto libro.



INCOMINCIA

IL SESTO LIBRO DI EVCLIDE,

MEGARENSE, PHILOSOPHO PERSPICA

CISSIMO, DA NICOLO TARTALEA

Brisciano nuouamente reassettato & integrato secon
dole due tradottioni, & per communia vt
litate dal latino in lingua volgare
tradotto & illustrato.



Diffinitione prima.

1 Le figure rettilinee simile, sono quelle che hanno li angoli a uno
per uno equali, & li lati che sono cerca alli angoli equali, pro
portionali.

Come nel triangolo, a.b.c. sera equiangolo al triagol. d.e.f. cioe che l'angolo, a. sia eguale all'angolo. d. & l'angolo. b. eguale all'angolo. e. & l'angolo. c. al l'angolo. f. & che la proportion del lato, a. b. al lato, d. e. sia si come del lato, a. c. al lato. d. f. & del lato. b. c. al lato, e. f. essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si parallelogramma come non parallelogramma.

Diffinitione. ii.

2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce, sono quelle intra li lati
delle quale se hauera la proportionalita retransitiuamente.

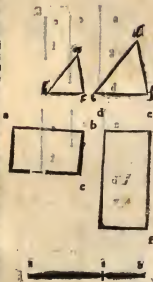
Come se, dellli duoi quadrilateri. a. b. c. & d. e. f. la proportion del a. b. (lato del primo) al d. e. (lato del secondo) sera si come la proportion del c. f. (lato del secondo) al b. c. (lato del primo) essi duoi quadrilateri se diranno de lati, mutui ouer mute, ke sia, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

Diffinitione. iii.

3 Vna linea se dice esser diuisa secondo la proportion hauente il
mezzo, & duoi estremi quando che eglie quella medesima propor
tione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che e della maggior
sectione alla minore.

Il Traduttore.

Exempli gratia, quando che la proportion di tutta la linea, a. b. alla sua mag
giore parte, a. c. fusse si come dell a. detta parte, a. c. all'altra parte, c. b., nel li
nea se diria esser diuisa secondo la proportion hauente il mezzo & duoi estremi
in ponto c.



L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare dritta dalla uertice ouer cima di quella alla bafa,

Il Traduttore.

Exempli gratia, la altezza del triangolo, a, b, c. non se intende esser la linea. a. b. ne anchora la linea. a. c. ma solamente la perpendicolare dritta dalla uertice, ouer cima di quella, cioe dal ponto. a. alla bafa, b, c. cioe la linea. a. d.

Diffinitione. v.

Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantita de alcune proportioni multiplicate fanno la quantita di detta proportione.

Si a che la quantita. a, b. habbia vna data proportione alla quantita. e, d. (come seria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra) & la. c, d. alla. e, f. habbia medesimamente vna data proportione, dico che la proportione della. a, b. alla. e, f. e' composta della proportione della. a, b. alla. c, d. & della. c, d. alla. e, f. ouero se la quantita della proportione della. a, b. alta. c. d. multiplicata in la quantita della proportione della. c, d. alla. e, f. fa la quantita della proportione della. a, b. alla. e, f. similmente dico che la proportione della detta. a, b. alla. e, f. se dice esser composta della proportione della detta. a, b. alla. c, d. & della. c, d. alla. e, f. & sia primamente la. a, b. maggiore della. c, d. & la. c, d. della. e, f. & sia la. a, b. doppia della. c, d. & la. c, d. tripla della. e, f. perche adunque la. c, d. e' tripla della. e, f. & la. a, b. e' doppia della. c, d. adunque la. a, b. e' sexupla della. e, f. & se duplicamo alcuno triplo se fa sesuplo, & questo dico oueramente la compositione, ouer in questo altro modo, perche la. a, b. e' doppia alla. c, d. sia diuisa la. a, b. in parti equali alla. c, d. & queste siano. a, g. & g, b. & perche la. c, d. e' tripla alla. e, f. & la. a, g. e' eguale alla. c, d. adunque & la. a, g. e' tripla alla. e, f. per laqual cosa anchora la. g, b. e' similmente tripla alla. e, f. adunque tutta la. a, b. e' sesupla alla medesima. e, f. adunque la proportione della. a, b. alla. e, f. (composta dalla proportione della. a, b. alla. c, d. & della. c, d. alla. e, f.) vien colligata dal termine di mezzo, cioe dalla. c, d. & similmente se la. c, d. sera minore di l'una & di l'altra delle medesime. a, b. & e, f. quel medesimo se trouara, & per delucidare questo (de nouo) sia la. a, b. tripla alla. c, d. & che la. c, d. sia la mitade della. e, f. & perche la. c, d. e' la mitade della. e, f. & la. a, b. e' tripla alla. c, d. adunque la. a, b. e' sesquialtera della. e, f. (cioe vno tanto e mezzo) & se treuplicamo alcun mezzo fara pur uno e mezzo, & perche la. a, b. e' tripla alla. c, d. & la. c, d. e' la mitade della. e, f. di quella quantita (equal alla. c, d.) della quale la. a, b. e' di tre tale de due tale e' la. e, f. per laqual cosa la. a, b. e' sesquialtera della. e, f. adunque la proportione della. a, b. alla. e, f. (composta della proportione della. a, b. alla. c, d. & della. c, d. alla. e, f.) vien colligata per la. c, d. (termine di mezzo) ma poniamo anchora che la. c, d. sia maggiore di l'una & di l'altra delle due. a, b. & e, f. & sia che la. a, b. sia la mitade di ela. c, d. & la. c, d. sia sesquitercia alla. e, f. adunque perche di quella tal quantita che la. a, b. e' due tale, di quattro tale e' la. c, d. & quella tal quantita che e la detta. e, d. e' quattro tale la. e, f. e' di tre tale, adonq di qual quantita la. a, b. e' di due tale la. e, f. e' di tre tale, adonq vn'altra volta la proportione della. a, b. alla. e, f. (laquale come di duoi a tre) vie colligata dal termine di mezzo il medesimo anchora seguita in piu proportioni & in altri casi, & e manifesto che se da vna composta proportione sia cauata ciascuna delle componenti, gettato via vno dell estremo restara l'altro estremo delle componenti.

Il Traduttore

Il Traduttore.

Per intelligentia delle cose dette nella sopraferitta diffinitione bisogna notare che la quantità di vna pporzione si debbe intendere la denominazione di quella, exē pli grada, la quantità, ouer denominatiōe de ogni pporcion dupla e duoi, & di ogni tripla e tre, & di ogni quadrupla e quattro, e così discorrendo in ogni altra pporzione multiplice, & similmente la quantità, ouer denominatiōe de ogni sequaltera e vno e mezzo, & di ogni sequaltera e vno e vno terzo, & di vna sequaltera e vno quarto, & così discorrendo in ogni altra superparticolare, & similmente la quantità, ouer denominatiōe di ogni superbiartiens tertias e vno e duoi tertii, & di ogni superbiartiens quartas e vno e tre quarti similmente di ogni dupla sequaltera e duoi e mezzo, & d'una tripla sequaltera e tre e mezzo, & d'una quadrupla superbiartiens tertias e quattro e duoi tertii, & d'una quadrupla superbiartiens quartas e quattro e tre quarti, & così discorrendo in ogni altra qualità di multiple superparticolare & di ogni multiple superpartiente, & queste tal quantità, ouero denominazioni si trouano per regola generale partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inegualità, ouer della minore, exempli gratia, la denominatiōe di duoi a vno (che e dupla) e duoi, & la denominatiōe di vna a duoi (che e vna subdupla) e mezzo, le qual denominatiōe si trouano partendol'antecedente per il consequente, & così seguita nelle altre specie, a dunque vna pporzione sefulpa (la denominatiōe della quale e .6.) se dira esser composta da vna dupla & da vna tripla, perche multiplicando le lor denominazioni, ouer quantità (che e duoi e tre) fanno sei, cioe la quantità di detta sefulpa, & similmente vna pporzione vintiquadrupla (la denominatiōe della quale e vintiquattro) se dira esser composta da vna dupla, & da vna dodecupla, ouero da vna quadrupla & da vna sefulpa, peche le dette denominazioni multiplicare fanno vintiquattro, anchora se poi dire che sia composta da tre pporzioni, cioe da vna dupla & da vna tripla & da vna quadrupla, perche le lor quantità, ouero denominazioni multiplicare l'una l'altra, & quel prodotto sia l'altra fa par vintiquattro, & questo e quello che in la diffinitione se voi inferire,



Theorema prima: Propositione prima.

Sel'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de duoi triangoli sera vna medesima, la pporzione dall'una all'altra di quelle sera si come la basa di l'una alla basa di l'altra.

Siano li duoi parallelogrammi .a. b. c. d. e. f. de equal altezza, dico la pporzione de quelli esser si come, la .b. c. alla .e. f. ponero quelli duoi parallelogrammi sopra vna linea, laqual sia la .g. m. & seranno (perche sono de equal altezza) fra linee equidistanti, delle quale l'altra sia la .k. n. dapoich dalla linea .g. m. toro la .g. c. multiplice alla .b. c. (secondo que numero voro) & diuidero quella in parti equali alla .b. c. in li ponti .h. & .b. dalli quali & dal ponto .g. conduro le linee equidistanti alla linea .a. b. lequale sono .g. k. & .h. l. & compiro le superficie de equidistanti lati .k. h. & .l. b. & sera ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equali alla .a. c. per la qualcosa si come che la linea .g. c. e multiplice alla linea .b. c. così e la superficie .c. k. alla superficie .a. c. similmente alla linea .e. f. toro dalla linea .g. m. la linea .f. m. multiplice (secondo que numero voro) alla .e. f. & compiro la superficie de equidistanti lati dotta la linea .m. n. equidistante alla linea .d. e. & sera la superficie .n. f. così multiplice alla superficie .d. f. si come la linea .m. f. alla linea .e. f. & perche (per la .36. del primo) se la linea .g. c. e maggiore della .f. m. la superficie .c. k. e maggiore della superficie .n. f. & se minore minore, & se equal equali sera (per la diffinitione della incontinua pporcionalità) la medesima pporzione della basa .b. c. alla basa .e. f. che e della superficie .a. c. alla superficie .d. f. che e il proposito, dell' triangoli de equal altezza il medesimo tu approuerai, & per

R i a d n



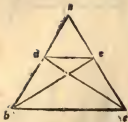
g h b c f e m



Il medesimo modo (per la trigesima ottava del primo) tutte le linee dalle estremità de quelle linee che tu torai moltiplice alle bafe, alle vertice de triangoli.

Theorema.ii. Propofitione.ii.

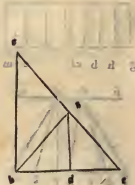
- 2 Se una linea retta legante li duoi lati d'un triangolo, fera equidistante all'altro lato, e neceffario che quella feghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella linea fegha quelli lati proportionalmente neceffariamente quella fera equidistante all'altro lato.



Si il triangolo. a. b. c. del quale la linea. d. e. feghi li duoi lati. a. b. & a. c. equidistanti al terzo lato, il quale e' b. c. dico che la proportion de la. a. d. al. d. b. fera fi come de la. a. e. al. e. c. & per uerfo, ſel fera la proportion de la. a. d. al. d. b. fi come de la. a. e. al. e. c. la linea. d. e. ſera equidistante alla linea. b. c. perche protrarò le due linee. e. b. & d. c. & ſera (per la trigefima ſettima del primo) il triangolo. e. b. d. e. ſe quale al triangolo. e. d. c. per quello che ambidui quelli ſono ſopra la linea. d. e. & fra le linee equidistanti, e per tanto (per la ſeconda parte della ſettima del quinto) la proportion del triangolo. a. d. e. all'uno e l'altro de quelli ſera vna medefima, ma la proportion de quello (per la precedente) al triangolo. e. d. b. e' fi come della linea. a. d. alla linea. d. b. & al triangolo. d. e. c. ſi come la linea. a. e. alla linea. e. c. perche quello con l'uno e l'altro de quelli e de equal altezza, p la quale ſi la proportion de la. a. d. al. d. b. ſera fi come de la. a. e. al. e. c. che e il ppoſito primo & ſe quello ſera (p la precedente) ſera del. a. d. e. all'uno e l'altro de quelli vna proportion, per la qualcoſa (per la ſeconda parte della nona del quinto) quelli ſono fra loro equali & perche quegli ſono ſopra vna medefima baſa, cioe (ſopra la linea. d. e. & da una medefima parte ſera (per la trigefima nona del primo) la linea. d. e. equidistante alla linea. b. c. che e il ſecondo ppoſito.

Theorema.iii. Propofitione.iii.

- 3 Se vna linea dutta da l'un delli anguli d'un triangolo alla baſa feghi quello angolo in due parti equali, le due parti della baſa ſe approua eſſer proportionale alli altri duoi lati del medefimo triangolo, & ſe le due parti della baſa lequale diſtingue la linea dutta dall'angolo ſeran proportionale alli altri duoi lati il ſe approua quella linea neceſſariamente diuidere quel angolo in due e quale.



Si il triangolo. a. b. c. del quale la linea. a. d. diuida l'angolo. a. in due parti equali, dico che la pportion de la. b. d. alla. d. c. e' fi cõe del lato. b. a. al lato. a. c. & e uerfo, & per dimoſtrare queſto tirarò la. b. e. equidistante alla. a. d. & produro la. e. a. ſina a tanto che la concorſa con la. b. e. nel ponto. e. & ſera (per la prima parte della vigefima nona del primo) lo angolo. e. b. a. eguale all'angolo. b. a. d. & per la ſeconda parte della medefima) l'angolo. e. all'angolo. d. a. c. per la qualcoſa ſi lo angolo. e. e' equal all'angolo. e. b. a. adunque (per la ſeſta del primo) la. e. a. e' eguale alla. a. b. pero (per la prima parte della ſettima del quinto) la proportion de della. e. a. alla. a. c. e' fi come della. b. a. alla. a. c. ma p la premeſſa della. e. a. alla. a. c. e' fi come della. b. d. alla. d. c. adòg della. b. a. alla. a. c. e' fi come della. b. d. alla. d. c. che e il prio ppoſito la ſeconda parte, la quale puerſa della prima ſe approua p lo puerſo modo, perche ſtate la medema diſpoſitione ſel ſera la ppoſitione della. b. a. alla. a. c. ſi come

fi come della, b, d, alla, d, e, perche (per la precedente) della, e, a, alla, a, c, e' si come della, b, d, alla, d, c, fera la medesima proportione della, e, a, alla, a, c, che e della, b, a, alla, a, c, adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, e, a, & a, b, sono eguale, per la qualcoſa (per la quinta del primo) li duoi angoli, e, & e, b, a, sono equali, adonque (per la prima e ſeconda parte della vigesima nona del primo) lo angolo, b, a, d, e' eguale all'angolo, d, a, c, che e il ſecondo propoſito,

Il Traduttore.

EL conſorſo della proratta ſine a, a, c, con la linea, b, c, ſqual dall'aduerſario potria eſſer negato, ſe dimoſtra in queſto modo, perche la linea, c, b, cade ſopra le due parallele, d, a, & b, e, l'angolo, e, b, d, intrinſico (per la ſeconda parte della vigesima nona del primo) e' eguale all'angolo, a, d, c, eſtrinſico, giungendo adò que all'uno e l'altro l'angolo, a, c, d, (per la ſeconda communa ſententia) li duoi angoli, e, b, c, & a, c, b, ſaranno equali alli duoi angoli, a, c, d, & a, d, c, del triangolo a, d, c, & perche li duoi angoli, a, d, c, & a, c, d, del triangolo, a, d, c, (p, la decima ſetima del primo) ſono minori de duoi angoli retti, ſeguita adonque che li duoi angoli, e, b, c, & a, b, c, ſono etiam minori de duoi angoli retti, adonque potrahen do da quella parte le due linee, c, a, & b, e, (per la quarta petizione) e' neceſſario che quelle conſortano inſieme, che e il propoſito,

Theorema, iiii. Propoſitione, iiii.

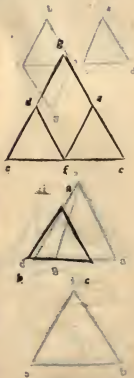
4 D'ogni triangoli d i quali li angoli dell' uno a li angoli di l'altro ſono equali, li lati che riſguardano li angoli equali ſono proportionali,

Siano li duoi triangoli, a, b, c, d, e, f, equiangoli & ſia l'angolo, a, eguale all'angolo, d, & l'angolo, b, all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, dico che la proportion del lato, d, e, alla, b, & del, d, f, alla, a, c, e' ſi come del, e, f, alla, b, e, & per dimoſtrare queſto ponero ambidui li triangoli ſopra vna linea (laqual ſia, e, c,) in tal modo che li duoi angoli de vno ſquali ſaranno ſopra queſta linea ſian equali al li duoi angoli dell' altro ſquali ſaranno ſopra la medefima linea, non il medio al medio, ouero lo eſtremo al eſtremo, ma il medio dell' uno allo eſtremo dell' altro, & ponerò li duoi medii angoli de quelli congiungerli in vno medefimo ponto, & ſia a, f, c, quel medefimo triangolo ſqual era a, b, c, & perche l'angolo, a, f, c, e' eguale all'angolo, e, & l'angolo, d, f, e, all'angolo, c, (per il preſuppoſito) ſera (per la prima parte della vigesimaottaua del primo) la linea, a, f, equidiftante alla, d, e, & la, d, f, equidiftante alla, a, c, compiro adonque la ſuperficie de equidiftanti lati laqual ſia, g, f, & ſera (per la trigefima quarta del primo) la, g, a, eguale alla, d, f, & la, g, d, eguale alla, a, f, perche adonque (per la ſeconda di queſto) la, g, a, e' alla, a, c, ſi come la, e, f, alla, f, c, & (per la medefima) la, e, f, alla, f, c, e' ſi come la, e, d, alla d, g, ſera (per la ſettima del quinto) la, d, f, alla, a, c, & (per la medefima) la, e, d, alla f, a, ſi come la, e, f, alla, f, c, che e il propoſito,

Theorema, v. Propoſitione, v.

5 Se duoi triangoli haueranno li lati proportionali, li detti triangoli ſaranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relativi proportionali ſe prouano eſſer fra loro equali,

Queſta e il conuerſo della precedente, & non ha fatto di oſta & della precedente vna pcluſion ſi come ſe fece in la ſeconda & terza di qſto, pche la nò ſe dimo



fra con la medesima figurazione ne con li medesimi mezzi con li quali se dimostra la precedente, siano adunque li duoi triangoli, $a.b.c.$ & $d.e.f.$ & sia la proportion del dato, $a.b.$ al lato, $d.e.$ & del lato, $a.c.$ al lato, $d.f.$ si come del lato, $b.c.$ al lato, $e.f.$ dico che l'angolo, $a.$ e' eguale all'angolo, $d.$ & l'angolo, $b.$ all'angolo, $e.$ & l'angolo, $c.$ all'angolo, $f.$ & per dimostrare questo costruiro sopra la linea, $e.f.$ in la parte opposta del triangolo, $d.e.f.$ l'angolo, $f.e.g.$ eguale all'angolo, $b.$ & l'angolo, $e.f.g.$ eguale all'angolo, $c.$ onde (per la trigesima seconda del primo) l'angolo, $g.$ sera eguale all'angolo, $a.$ adunque (per la precedente) la proportion della $a.b.$ al $e.g.$ & della $a.c.$ al $f.g.$ sera si come del lato, $b.c.$ al $e.f.$ per la qual cosa del lato $a.b.$ al $d.e.$ si come al $e.g.$ & del $a.c.$ al $d.f.$ si come al $f.g.$ adunque (per la seconda parte della nona del quinto) lo dato, $d.e.$ e' equal allo, $e.g.$ & (per la medesima) lo, $d.f.$ e' equal allo, $f.g.$ per la qual cosa (per la ottava del primo) li duoi triangoli, $d.e.f.$ & $e.f.g.$ sono eguali (per la qual cosa adunque lo triangolo, $d.e.f.$ e' anchora equiangolo al triangolo, $a.b.c.$ il proposito e manifesto.

Theorema.vi. Propositione.vi.

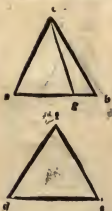
6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia eguale a' un
6 angolo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali proporzionali, sono fra loro equiangoli.



Rimanga la superior disposizione, & sia solamente l'angolo, $b.$ eguale all'angolo, $e.$ & la proportion del, $a.b.$ al, $d.e.$ si come del, $b.c.$ al, $e.f.$ dico anchora li duoi triangoli, $a.b.c.$ & $d.e.f.$ esser equiangoli, perche essendo (per la quarta del primo, & per il presupposito della premessa conclusione) del, $a.b.$ al, $e.g.$ si come del, $b.c.$ al, $e.f.$ sera del, $a.b.$ al, $d.e.$ si come del, $a.b.$ al, $e.g.$ per la qual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) lo lato, $d.e.$ e' eguale al, $e.g.$ perche adunque li duoi lati, $d.e.$ & $e.g.$ del triangolo, $d.e.f.$ sono equali alli duoi lati, $e.g.$ & $e.f.$ dello triangolo, $e.f.g.$ & l'angolo, $e.$ dell'uno all'angolo, $e.$ dell'altro, perche l'uno e' l'altro e' eguale all'angolo, $b.$ questi seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perche il triangolo, $e.f.g.$ etiam equiangolo al, $a.b.c.$ e' manifesto il proposito.

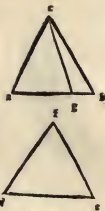
Theorema.vii. Propositione.vii.

7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia eguale a'
7 uno angolo dell'altro, & duoi di suoi restanti angoli siano contenuti da lati proporzionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'un e l'altro sia minore, e' necessario quelli duoi triangoli co' tutti li suoi angoli esser equiangoli.



Siano li duoi triangoli, $a.b.c.$ & $d.e.f.$ & l'angolo, $a.$ sia eguale all'angolo, $d.$ & la proportion del, $a.c.$ al, $d.f.$ si come del, $b.c.$ al, $e.f.$ & l'uno e l'altro di duoi angoli, $b.$ & $e.$, sia minor del retto, ouero ne l'un ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo, $c.$ dell'uno e' eguale all'angolo, $f.$ dell'altro, e' manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo, $c.$ maggiore & sia fatto l'angolo, $a.c.g.$ eguale al medesimo, sera (per la trigesima seconda del primo) il triangolo, $a.c.g.$ equiangolo al triangolo, $d.e.f.$ per la qual cosa (per la quarta de questo) la proportion del, $a.c.$ al, $d.f.$ sera si come del, $g.c.$ al, $e.f.$ ma cosi fu lo, $b.c.$ al, $e.f.$ adunque (per la nona del quinto) lo, $g.c.$ & $b.c.$ sono equali, adunque (per la quinta del primo) l'angolo, $b.$ e' eguale all'angolo, $b.g.c.$ adunque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli, $b.$ & $e.$, sera minor del retto, accade di duoi angoli

duoi angoli d'un triangolo non esser minori de duoi retti, laqualcosa non puo esser fere (per la trigesima seconda del primo) ma se l'uno e l'altro sera minor del retto sera l'angolo a. g. c. maggior del retto (per la tercia decima del primo) per laqual cosa & l'angolo e. (a se eguale) sera anchora maggiore del retto, che e contra il presupposto, per laqualcosa destrutto lo opposito remane il proposito, ma il bilogno che l'uno e l'altro di duoi restanti angoli esser minori del retto, ouer ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche se e possibile nel medesimo triangolo, a. b. c. la linea g. c. esser eguale alla b. c. e' pero sera della a. c. all'una e l'altra de quelle vna droportione (per la sedima del quinto) ne tamen seranno li tre angoli a. g. c. & a. b. c. equiangoli, abenche vn angolo dell'uno sia eguale a vn angolo del l'altro (inmo e quel medesimo come l'angolo a.) & la propordone della linea a. a. c. (come lato del grande) alla a. a. c. (come lato del piccolo) e si come della b. c. (lato del grande) alla g. c. (lato del piccolo) perche l'una e l'altra e eguale, e questo e per questo che l'angolo g. del minore e maggior del retto, & l'angolo b. del maggiore e minore, perche in ogni triangolo de duoi lati equali l'un e l'altro di duoi angoli che sono alla basa e minor del retto.



Theorema. viii. Proposizione. viii.

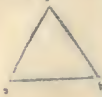
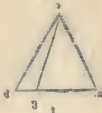
Essendo ditta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti duoi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

Si il triangolo a. b. c. orthogonio & l'angolo a. di quello sia retto dal qual sia ditta la perpendicolare a. d. alla basa, dico che l'uno e l'altro di duoi triangoli parziali qual sono a. b. d. & a. d. c. e' simile al total triangolo a. b. c. & l'uno de quegli all'altro, perche l'uno e l'altro de quegli e equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro e orthogonio & communica in vno angolo con il totale, per laqualcosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo b. d. e' eguale all'angolo d. a. c. & l'angolo b. a. d. all'angolo c. & li duoi angoli che sono a. d. d. sono equali fra loro etiam all'angolo a. totale, per laqualcosa (per la quarta de questo) li lati riguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili che e il proposito.

Il Traduttore.

Bisogna aduertire nella dimostrazione fatta di sopra che ogni volta che li duoi angoli d'un triangolo sono equali alli duoi angoli d'un triangolo seguita de necessita che il terzo angol del detto triangol sia eqal al terzo angolo de quello altro triangolo, exempti gratia, se l'angolo b. a. c. del total triangolo b. a. c. (per la terza partitione) e eguale all'angolo a. d. c. del triangolo a. d. c. parziale (per esser ciascun retto) & l'angolo c. e' comun all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angol del triangolo a. b. c. e' eguale all'altro terzo angolo del triangolo a. d. c. cioe che l'angolo a. b. c. e' eguale all'angolo d. a. c. laqualcosa se verifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de cadauno triangolo sono equali a duoi angoli retti seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo a. b. c. insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo a. d. c. (per esser quelli equalmente equali a duoi angoli retti) tolendo a donque da l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza communica sententia) li duoi rimanenti seranno equali, cioe l'angolo a. b. c. all'angolo d. a. c. & per li medesimi modi, e vie se approua del triangolo a. b. d. esser equiangolo al total triangolo a. b. c. etiam al triangolo a. d. c. parziale, onde per la quarta de questo li lati che riguardano li angoli equali sono proportionali, adonque si come e lo lato b. d. del triangolo a. b. d. (riguardante lo angolo che sotto b. a. d.) al d. a. c. del triangolo a. d. c.





e. (risguardante lo angolo che a l.c.) così e la medesima a. d. del triangolo a. b. d. (risguardante lo angolo che a l.b.) alla d. c. risguardante lo angolo che sotto d. a. c. del triangolo a. d. c. (eguale a quello che a l.b.) & oltra di questo lo lato b. a. a. l. a. c. e' si come lo a. c. a l. b. c. perche tutti tre sottoodon ouer risguardano li angoli retti, adonque per la prima diffinitione li duoi triangoli a. b. d. & a. d. c. partiali sono simili al totali triangolo a. b. c. etiam fra loro che e' il proposito. Alcuni se possono ammirar di quel che e' detto di sopra in fine d. lla esposizione di questa otra: una proposizion etia da noi replicato di sopra doue vien concluso (per la quarta di questo) li lati di quelli tri angoli risguardanti li equali angoli esser proporzionali: e da questo per la diffinitione delle superficie simile se conclude quelli triangoli esser simili la qual conclusion par fatta indirettamente atento che la d. diffinitione non dice che li lati risguardanti li equali angoli sia proporzionali, ma dice che li lati continenti equali angoli sian proporzionali perche bisogna aduerire che ne li triangoli eglie vna cosa istessa a dire li lati risguardanti equali angoli esser proporzionali, & li lati continenti equali angoli esser proporzionali laqual cosa e manifesta in li duoi triangoli a. b. d. & a. d. c. di quali li duoi lati b. d. & a. d. del triangolo a. b. d. sono proporzionali alli duoi lati a. d. & d. c. del triangolo a. d. c. come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche risguardano angoli equali, hor dico che li medesimi lati contengono etiam angoli equali, cioe l'angolo contenuto dalli duoi lati a. d. & b. d. del triangolo a. b. d. e' eguale all'angolo contenuto dalli duoi lati a. d. & d. c. del triangolo a. d. c. perche ciascun e' retto & cosi se puo arguire delli altri & di poi per la diffinitione concludete &c.

Correlario.

S Vnde anchora e manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'angolo retto alla basa di quello se da vna perpendicolare, sera quella tal perpendicolare media proporzionale fra le due sectione della detta basa, & similmente l'un e l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Traduttore

EL senso del sopra scritto correlario e questo che per le cose dette & dimostrato di sopra eglie manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se da l'angolo retto alla basa di quello se da vna perpendicolare, che quella tal perpendicolare sera media proporzionale fra le due sectione della basa, exempli gratia che la perpendicolare a. d. (del sopra scritto triangolo a. b. c.) e' media proporzionale fra le due sectioni b. d. & d. c. cioe che tal proportion e dalla portione b. d. alla perpendicolare a. d. qual e della perpendicolare a. d. all'altra sectione d. c. come di sopra hauemo dimostrato. Oltra di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triangolo e medio proporzionale fra tutta la basa & la sectione a se conterminale, cioe che lo lato a. c. (del medesimo triangolo a. b. c.) e medio proporzionale fra tutta la basa b. c. & la sectione d. c. a se conterminale in ponto c. cioe tal proportion e de tutta la basa b. c. al lato a. c. qual e dal lato a. c. alla sectione d. c. & similmente lo lato a. b. e' medio proporzionale fra la detta basa b. c. & l'altra sectione b. d. a se conterminale la qual cosa e manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo a. b. c. simile al triangolo a. d. c. li lati continenti li equali angoli sono proporzionali verbi gratia li duoi lati b. c. & a. c. del triangolo a. b. c. sono proporzionali alli duoi lati a. c. & d. c. del triangolo a. d. c. (cioe ciascuno al suo relativo) perche contengono equali angoli, imo vno medesimo angolo che e l'angolo c. adonque tal proportion e del lato maggior b. c. (del triangolo a. b. c.) al lato maggior a. c. del triangolo a. d. c. qual e del lato mezzano a. c. del

a.c. del triangolo. a. b. c. al lato mezzan. d. c. del triangolo. a. d. c. si che si uide apertamente lo lato. a. c. esser medio proportionale fra la basa. b. c. & la section. d. c. a se conterminale in ponto. c. el qual lato. a. c. si come lato maggior del triangolo. a. d. c. vien a esser consequente della prima proportion. & come lato mezzano del triangolo. a. b. c. vien a esser antecedente della seconda proportion. e per li medesimi modi e vie se manifesta l'altro lato. a. b. esser similmente medio proportionale fra la basa. b. c. & la section. b. d. a se conterminale in ponto. b. perche li duoi lati. b. c. & a. b. del triangolo. a. b. c. sono proportionali alli duoi lati. a. b. & b. d. del triangolo. a. b. d. (cioe ciascun al suo relativo) perche contengono un medesimo angolo. che e l'angolo. b. adunque tal proportion e del lato maggiore. b. c. del triangolo. a. b. c. al lato maggior. a. b. (del triangolo. a. b. d.) qual e dal lato me. nor. a. b. (del triangolo. a. b. c.) al lato minor. b. d. del triangolo. a. b. d. onde si uide che il lato. a. b. si come lato maggior del triangolo. a. b. d. vien a esser consequente della prima proportion. & come lato minor del triangolo. a. b. c. vien a esser antecedente della seconda proportion. che e il proposito.

Problema primo Propositione. ix.

²
¹³ A due propoſte rettelinee puotemo trouar una media pportionale.

Siano le due linee propoſte. a. b. & c. fra lequale voglio trouare vna media proportionale agghiongero l'una di quelle con l'altra & ſia tutta la compoſta da queſte la. a. d. cioe che la. b. d. ſia eguale alla. c. & ſopra tutta deſcriuo il ſemicircolo. a. d. c. & produco la. e. b. ſina alla circonferentia perpendicolare alla linea. a. d. dico la linea. b. e. eſſer quella che a dimandamo. & per dimoſtrare queſto produco le linee. e. a. & e. d. & ſera (per la trigefima tertia del terzo) lo angolo. e. rotale retto. per laqualcoſa (per la prima parte del correlario della premeſſa) la proportion della. a. b. alla. b. e. e' ſi come della. b. e. alla. b. d. che e il propoſito.

Il Traduttore.

Queſta ſopraſcritta nona propoſitione in la ſeconda tradottion e la terza decima. niente dimeno a me par queſto eſſer piu ſuo condecante loco. perche la ſe demoſtra ſimediatemente dalla prima parte del correlario della precedente. vero e che ho tradutto el teſto della detta ſeconda tradottion e parendomi aſſai piu intelligibile di quello di la tradottion del Campano.

Problema. ii. Propositione. x.

¹⁰
¹¹ A due date rettelinee puotemo trouare una terza a' quelle in contraria proportionalita.

Siano le due linee propoſte. a. b. & c. alle quale voglio ſottoglongere vna terza in continua proportionalita congiungo la linea. c. angularmente (come ſi uoglio) con la linea. a. b. & ſia la. a. d. (a ſe eguale) & produco la linea. a. b. ſina a l. e. ſi na tanto che la. b. e. ſia ſanta eguale alla. a. d. & protratta la linea. b. d. dal ponto. e. duco vna linea equidſtante a eſſa linea. b. d. & produco la linea. a. d. ſina a tanto che le concorrano in ponto. ſi dico adonque la linea. d. f. eſſer quella che cerchamo. perche (per la ſeconda di queſto) la proportion della. a. b. alla. b. e. e' ſi come della. a. d. alla. d. f. ma della. a. b. alla. b. e. e' ſi come della. a. b. alla. a. d. (per la ſeconda parte della ſettima del quinto) per laqualcoſa della. a. b. alla. a. d. e' ſi come della. a. d. alla. d. f. che e il propoſito. ma ſe a tre rettelinee uolemo trouar vna quarta

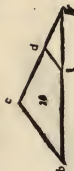


c



Problema.iiii. Propositione.xii.

¹¹ Da una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte,



⁹ Sia la assignata linea. a.b.lo voglio da quella tagliare vna ordinata parte alla quota, come a dir il terzo, congiungo a quella angularmente (come viene) una linea de indefinita quantita, laqual sia. a.c.dalla quale refeco tre equal porzioni, lequale siano. a.d.d.e.e.f. &c. & produco le linee. e.b. & d.f. tra loro equidistanti dico la. a.f. esser la terza parte della. a.b. perche le proportioni della. c.d. alla. d.a. (per la seconda di questo) e si come della. b.f. alla. f.a. per laqual cosa congiunta mente della. c.a. alla. d.a. e si come della. b.a. alla. f.a. conciosia adonque che la. c.a. sia tripla alla. d.a. e glie manifesto la. a.f. esser la terza parte della. a.b. che e il proposito.

Problema.v. Propositione.xiii.

¹² De due linee propofite l'una indiuifa l'altra diuifa in parti, potemo diuidere la indiuifa al modo della diuifa.



Siano le due linee (lequale congiungero angularmente come vengano) a.b. & a.c. sia la. a.b. diuifa in tre, ouero qual si voglia porzioni, signati in quella li ponti. d. & e. voglio secondo le medesime porzioni diuidere la linea. a.c. qua do adonque hauero congiunte quelle angularmente, come e detto, tiraro la linea b.e. & equidistante a quella la. d.f. & e.g. dico queste equidistanti diuidere la linea. a.c. in parti proportionale alle parti della. a.b. perche menando la. f.h. equidistante alla. a.b. laquale sega la. e.g. in ponto. k. & sera (per la seconda di questo) la proportioni della. g.f. alla. f.a. si come della. e.d. alla. d.a. & alla. c.g. alla. g.f. si come della. h.k. alla. k.f. per laqual cosa e si come della. b.e. alla. e.c. (per la trigesima quarta del primo, & per la seconda parte della settima del quinto,) che e il proposito, ma il bisogna tante volte repetere la seconda de questo quanteparti seranno in la linea. a.b. mancho vna, & la trigesima quarta del primo & la settima del quinto mancho due.

Theorema.ix. Propositione.xiiii.

¹⁴ Se seranno due superficie equali de lati equidistanti dellequale uno angulo dell'una sia eguale a un angulo dell'altra, li lati continenti li duoi angoli equali, e necessario esser mutekesia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, le due superficie e necessario esser eguale.



Siano le due superficie. a.b.c.d. & e.f.g.h. de equidistanti lati & eguale, & sia l'angolo. e. dell'una egual all'angolo. c. dell'altra, dico la proportioni del lato. b.e. al. c.g. esser si come del. e.a. al. c.d. & se la proportioni del lato. b.e. al. c.g. sera si come del. e.a. al. c.d. & li predetti angoli siano anchora equali, dico quelle due superficie de lati equidistanti esser eguale, perche congiungendo lo quelle angularmente, cioe l'angolo. e. dell'una con l'angolo. c. dell'altra cosi che li duoi lati de quelle liquali sono b.e. & c.g. facciano vna linea, & seranno similmente li altri duoi lati. d.c. & e.f. vna linea altramente seguiria (per lo precedente presupposto) equal e che l'angolo. c. dell'una esser eguale all'angolo. e. dell'altra, & per la

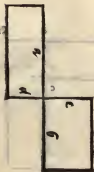
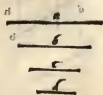


quattredesima del primo) la parte esser eguale al tutto, adon que complo la su-
perficie de equidistanti lari produte le linee a.d. & f.g. per fina a tanto che con-
corrano in h. & f. era (per la prima parte della sctima del quinto) del l'una e l'al-
tra delle superficie a.c. & c.f. alla superficie, c. h. vna medesima proportionē, &
perche (per la prima di questo) la proportionē della superficie a.c. alla superfi-
cie c.h. e' si cōe della linea b. alla linea e.g. & della superficie c.f. alla medesima su-
perficie, c. h. si cōe della c. alla c. d. & e' manifesta la prima parte della propo-
sita conclusionē. la seconda parte anchorē manifesta perche (per la prima
di questo) la proportionē della b. alla c. a. e.g. e' si cōe della a. c. alla c. h. & della c.
a. alla c. d. si cōe della c. f. alla medesima c. h. & perche eglie fa supposto che
la proportionē della b. alla c. a. e.g. e' si cōe della c. a. alla c. d. f. era del l'una & del
l'altra delle due superficie a.c. & c.f. alla superficie, c. h. vna proportionē adonq-
(per la prima parte della nona del quinto) la a.c. e' eguale alla c. f. & cōsi e' man-
ifesta la seconda parte.

Theorema. x. 7^o. Propositione. xv.



¹⁴₁₅ Se faranno duoi triangoli equali deliquali uno angolo dell'uno sia
equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli e
quali faranno mutekefia, & se li lati continenti li duoi angoli e
quali faranno mutekefia, li duoi triangoli se approuano essere
equali.



Siano doi triangoli $a.b.c.$ & $d.e.f.$ equali, & sia l'angolo $c.$ dell'uno eguale all'angolo $f.$ dell'altro dico la proportion del lato $a.c.$ al $c.e.$ esser si come del $d.e.$ al $f.e.$ & la sera la proportion del $a.c.$ al $c.e.$ come del $d.c.$ al $b.$ & i predetti angoli siano anchora equali, dico quelli doi triangoli esser equali, perche congiungendo ko quelli anchoramente cossi che li lati $a.c.$ & $c.e.$ fian fatti vna linea se ranno similmente $b.c.$ & $d.f.$ vna linea altramete seguirà la parte esser eguale al tutto (per la quinta decima del primo) & tiraro la linea $b.e.$ & sera (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de ditti triangoli al triangolo $c.b.e.$ vna proportion, & perche (per la prima di quello) del primo de quelli quello e si come del $a.c.$ al $c.e.$ & del secondo de quelli al medesimo e si come del $d.c.$ al $b.e.$ manifesta la prima parte della propoita conclusion. La seconda parte se proua al contrario perche della $a.c.$ alla $c.e.$ si come del primo triangolo al triangoli $b.c.e.$ & del $d.c.$ al $b.e.$ si come del secondo al medesimo (per la prima di quello) perche le loro posto che' sia dell $a.c.$ al $c.e.$ si come del $d.c.$ al $b.e.$ sera dell'uno & dell'altro de ditti triangoli al triangolo $b.c.e.$ vna proportion, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cossi e manifesta la seconda parte.

Theorema.xi. Propositione.xvi.

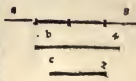
15 Seferanno quattro linee proportionale, lo rettangolo che fera con
16 tenuto sotto la prima & la ultima, fera eguale a quello, che fera
contenuto sotto alle altre due, & sel rettangolo che fera conte
nuto sotto la prima & la ultima, fera eguale a quello che fera
contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuenir esser
proportionale.

Stiano le quattro linee. a. b. c. d. proportionale, & sia la proportion della. a. alla. b. si come della. c. alla. d. dico che la superficie contenuta sotto della. a. & della. d. e' eguale alla superficie contenuta sotto della. b. & della. c. & se la superficie contenuta sotto della. a. & della. d. e' eguale alla superficie contenuta sotto della. b. & della. c. dico che la pportione della. a. alla. b. e' si come della. c. alla. d. perche essendo fatta la superficie contenuta sotto della. a. & della. d. & la superficie contenuta sotto della. b. & della. c. se la proportione adonque della. a. alla. b. e' si come della. c. alla. d. li lati di quelle superficie saranno mutefesia & li angoli contenuti da quelle eguale, perche l'una e l'altra e di angoli retti, per la qual cosa (per la seconda parte della quattordicesima di questo) esse sono eguale, che e il primo proposito. El secondo e manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono eguale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quelle saranno mutefesia perche la proportione della. a. alla. b. e' si come della. c. alla. d. che e il secondo proposito.



Theorema. xii. Propositione. xvii.

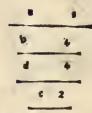
Se saranno tre linee proportionali, lo rettangolo che sera contenuto sotto la prima & terza, sera eguale al quadrato della seconda descritto, ma le quello che sera contenuto sotto la prima & terza e eguale a quello quadrato che uien prodotto dalla seconda, quelle tre linee saranno proportionale.



Si la pportion della line a. a. alla linea. b. si come della linea. b. alla linea. c. dico che la superficie contenuta sotto della. a. & dello c. e' eguale al quadrato della. b. & se la superficie contenuta sotto della. a. & della. c. e' eguale al quadrato della. b. dico che la proportione della. a. alla. b. e' si come della. b. alla. c. ma questo e euidente per la precedente posta vna linea, laquale sia eguale alla. b. talmente che la. b. sia in ragione de seconda & de terza.

Il Traduttore.

Verbi gratia, ponendo la. d. eguale alla. b. (come in la seconda figurazione appare) hauemo poi quattro linee proportionale, cioe. a. b. d. c. cioe che la proportion della. a. alla. b. e' si come della. d. alla. c. onde (per la precedente) lo rettangolo che sera contenuto sotto della. a. & della. c. sera eguale a quello che sera contenuto sotto della. b. & della. d. & perche il rettangolo contenuto sotto della. b. & della. d. e' eguale e simile al quadrato della. b. (per esser la. d. eguale alla. b.) seguita adonque il rettangolo contenuto sotto della. a. & della. c. essere eguale al quadrato della. b. che e il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.



Theorema. xiii. propositione. xyiii.

Se saranno duoi triangoli simili, la proportion dell'uno all'altro e come la proportion de qual suo lato ne piace al suo relativo lato dell'altro duplicata.

Stiano li duoi triangoli. a. b. c. & d. e. f. simili & (per la diffinitione) saranno equi angoli & de lati proportionali, sia adonque l'angolo. a. eguale all'angolo. d. & l'angolo. b. all'angolo. e. & l'angolo. c. all'angolo. f. & sera la proportion de



lato, a. b. a. d. e. & della a. c. a. d. d. f. si come del b. c. a. l. e. f. dico che la proportion del triangolo, a. b. c. al triangolo, d. e. f. e' si come la proportion del b. c. a. l. e. f. duplicata, perche essendo sottogiunta (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee, b. c. & e. f. vna terza in continua proportionalita laqual sia. c. g. protraatta, ouer se recata la c. b. (se la c. g. sera maior ouer minor di quella) & essendo produtta la linea g. a & sera (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo, a. g. c. eguale al triangolo, d. e. f. per questo che la proportion della a. c. alla d. f. e' si come della e. f. alla c. g. & l'angolo c. eguale all'angolo f. per la qual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) lo triangolo, a. b. c. all'uno e' l'altro de quegli hauera vna proportion, & (per la prima di questo) la proportion del triangolo, a. b. c. al triangolo, a. g. c. e' si come della b. c. alla g. c. & la proportion della b. c. alla g. c. e' si come della b. c. alla e. f. duplicata (per la decima description del quinto) adunque la proportion del triangolo, a. b. c. al triangolo, d. e. f. e' si come la proportion d. l. a. b. c. alla d. f. duplicata che e' il proposito, ma se per caso la c. g. sia eguale alla b. c. sera (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo, a. b. c. eguale al triangolo, d. e. f. & la equal proportion e composta dalla equal duplicata, ouer triplicata, ouer quante volte si voglia. Questa medesima passitione possimo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi dimostrare delle superficie simile de latequidistanti, molta solamente la quartadecima del presente in loco della quintadecima, ma il nō dimostra quella, pche per la seguente el se dimostra vniuersalmente de tutte le superficie simili, per la qual cosa (per il correlario che vniuersalmente e proposto de tutte le superficie simile) non solamente e manifesto nelli triangoli, ma dimostrata la seguente sera manifestante de tutte, ma lui posse quello in questa & non in la seguente, perche il correlario de questa e non della seguente, perche dal modo della demonstratione de questa e manifestata la sua verita e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

o Et da questo anchora e' manifesto che di ogni tre linee continue proportionale quanta e' la prima alla terza, tanta sera una superficie costituita sopra la prima a una superficie costituita sopra la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

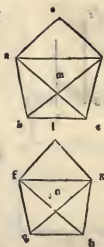
o Anchora da questo e' manifesto che de ogni tre linee continue proportionale, quanta e' la prima alla terza, tanta sera la superficie rettangola costituita sopra la prima alla superficie rettangola costituita sopra la seconda quando sera a quella simile in lineatione & creatione.

EL primo dell sopra scritti duoi correlarij pclude generalmente che p le cose dette & dimostrare di sopra eglie manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportionefera della prima alla terza, quale sera de vna superficie costituita sopra alla prima linea, a vna superficie costituita sopra alla seconda linea, douente che le dette due superficie siano simili in lineatione & creatione. Il secondo, cioe quello della seconda tradottione, conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simili, & circa cio io dico che eglie ben il vero che di sopra eglie stato dimostrato delle tre linee. c. b. f. e. c. g. cond nue proportionale, che tale proportion e dalla prima. c. b. alla terza. c. g. qual e dallo triangolo. a. b. c. (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo. d. e. f. (constituito sopra alla seconda) ma per questo non se verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, il qual conclude generalmente de tutte le superficie simili, & manco si uerifica quello della seconda tradottione: ma e eglie ben il uero che quello della seconda tradottione si potria dimostrare facilmente (comedice etiam il Commentatore) cioe usando nella argumentatione la decimaquarta propositione di questo in luogo della decimaquinta. Per il che (secondo il mio giuditrio), il suo proprio & condecante luogo dell'uno & dell'altro credo che sia dapoia la demonstratione della sequente propositione, perche in tale luogo (mediante le cose demonstrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione verria ad essere verificato totalmente quello che conclude l'uno & l'altro dell predetti duoi correlarij, ma perche in l'una e l'altra tradottione sono poste dritto a questa propositione, & in tal luogo il haue mo lafatti, & perche il secondo correlario posto in fine della sequente propositione e simile in conclusion e al sopra scritto della prima tradottione mi fa credere questo essere uno espresso errore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopra detto primo correlario, cioe quello della prima tradottione seria stato superflua mente posto dallo Author, sicche non e da credere,

Theorema. xliii. Propositione. xix.

18 Ogni due superficie simili multiangule sono diuisibile in triangoli simili & in numero equali, & la proportione dell'una di quelle all'altra e si come, la proportione duplicata de qualunque suo lato al suo relatiuo lato dell'altra.

Siano exempli gratia li duoi pentagoni. a. c. d. f. h. k. simili. Dico che essi sono diuisibili in triangoli simili et in numero equali, & che la proportione de l'uno di quegli all'altro e si come la proportione duplicata de la. b. a. l. f. g. perche essendo tutte le due linee. a. e. & a. d. e simili mente la. f. h. & f. k. & sera (per lo precedente presupposito, & per la sesta di questo) lo triangolo. a. b. c. equiangolo al triangolo. f. g. h. & lo triangolo. a. e. d. al triangolo. f. l. k. similmente anchora (per questa commun a scientia se da cose eguale se toglie cose eguale li rimanti sono equali) sera lo triangolo. a. c. d. equiangolo al triangolo. f. h. k. perche li detti pentagoni sono sta posti equiangoli & similmente de lati proportionali Et perche li triangoli in liquali sono diuisi sono fra loro equiangoli (come e sta puato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la definitione



delle superficie simili, per la qual cosa conciosia che essi sono equali in numero e manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la, b, d, la qual seghara la, a, c, in ponto, m, & la, g, K, la qual seghara la, f, h, in ponto, n, & sera lo triangolo b, c, d, equalingolo al triangolo, g, h, k, (per la sesta di questo, & per la presente presupposto) per la qual cosa e lo triangolo, a, b, m, al triangolo, f, g, n, & lo, a, m, d, al, f, n, K, adonque (per la quarta di questo) la proportion de la, b, m, alla, g, n, e si come della, a, m, alla, f, n, & della, a, m, alla, f, n, si come della, m, d, alla, n, K, per la qual cosa (per la yndecima del quinto) della, b, m, alla, g, n, e si come della, m, d, alla, n, K, adonque permutatamente della, b, m, alla, m, d, e si come della, g, n, alla, n, K, ma (per la prima di questo) del triangolo, a, b, m, al triangolo, a, m, d, & del b, c, m, al, c, m, d, e si come della, b, m, alla, m, d, & (per la medesima) del, f, g, n, al, f, n, K, & del, g, n, h, al, h, n, K, si come della, g, n, alla, n, K, adonque (per la triadecima del quinto) del triangolo, a, b, c, al triangolo, a, c, d, e si come del triangolo, f, g, h, al triangolo, f, h, k, per la qual cosa permutatamente della, b, c, al, f, g, h, e si come della, a, c, d, al, f, h, k, con la medesima ragione tu approuerai che & si come del, a, e, d, al, f, K, l, adonque (per la triadecima del quinto) de tutto il pentagono a tutto il pentagono e si come del, a, b, c, al, f, g, h, adonque (per la precedente) la proportion del pentagono, a, c, d, al pentagono, f, h, k, e si come la proportion de la, a, b, alla, f, g, duplicata, che e il proposito, dal qual un'altra volta e manifestato il correlario della precedente, altramente tu poi dimostra il secondo, perche essendoli triangoli, in liquali li pentagoni sono diuisi fra loro simili, sera (per la precedente) la proportion de la, a, b, c, al, f, g, h, si come della, b, c, alla, g, h, duplicata, & del, a, c, d, al, f, h, k, si come della, c, d, alla, h, K, duplicata, & del, a, e, d, al, f, l, K, si come della, d, e, alla, K, l, duplicata, perche adonque tutte queste proportioni duplicate sono eguale per questo che i fu posto le sempie esser equali (per la triadecima del quinto) de tutto il pentagono a tutto il pentagono si come dello lato di l'uno al suo relativo lato dell'altro la proportion duplicata.

Correlario primo.

^o E per questo uniuersalmente e manifesto, che le simile figure rettili
²⁰nee, fra loro sono in doppia proportion de la simile proportion de lati, pche se de essi medesimi, a, b, & f, g, togliamo la proportional, x, essa, a, b, alla, x, ha doppia proportion che la, a, b, alla, f, g, ueramente, & il polygono al polygono, ouero il quadrato al quadrato hanno doppia proportion, che della simile proportion de li lati al lato, cioe della, a, b, alla, f, g, & questo anchora e manifesto in li triangoli.

Correlario secundo,

^o Per tanto anchora uniuersalmente e manifesto che se tre rette linee
²⁰seranno proportionale si come la prima alla terza, cosi sera la specie che e descritta dalla prima a quella la quale e similmente descritta simile dalla seconda,

Il Traduttore,

Questi soprascritti due correlari se trouano solamente in la seconda traduzione

zione, il primo di quali conclude il conuerſo dello correlario della precedente et chiama de queſto, ſecondo, perche queſto ſecondo correlario in ſoltantia conclude il medefimo che conclude il correlario della precedente, ſecondo la tradotione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionate la prima alla terza ſi ha vna ſuperficie conſtante ſopra la prima a vna ſuperficie conſtante ſopra alla ſeconda quando la ſera a quella ſimile in lineatioe & creatione, & perche el non ſpecifica (rettangola) come fa quello di la noua tradotione, ſe die intendere de ogni ſpecie ſuperficie ſimili, come conclude etiam il ſecondo di queſta decima nona propoſitione, perche a me par che queſto ſecondo ſia quel inſteſſo della precedente ſecondo la tradotione del Campano. Onde penſo che queſto ſia vn errore de ſcrittori, altramente il correlario della precedente ſeria ſuperfluo, perche il ſecondo di queſta ſatifa per quello, o ſia di la noua tradotione, o ſia di quella del Campano.

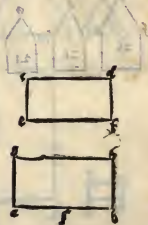
Problema.vi. Propoſitione.xx.

18 Sopra una data retta linea poſſemo deſcriuer uno rettilineo ſimile
19 e ſimilmente poſto a uno dato rettilineo.

Si la data linea, a.b. ſopra la quale voglio coſtituire vna ſuperficie, rettilinea ſimile & ſimilmente poſta a vna data ſuperficie, che ſia pentagona, & ſia, c.d. e. f. g. diuido queſto pentagono in triangoli, dute le linee, d. f. &. d. g. & ſopra il ponto, a. coſtituiſco vno angolo eguale all'angolo, c. (dutta la linea, a. h.) & ſopra il ponto, b. coſtituiſco vn altro angolo (il quale ſia, a. b. h.) eguale all'angolo c. d. g. protratta la linea, b. h. ſina a tanto che quella concorra con la, a. h. in ponto h. & ſera (per la trigefima ſeconda del primo) l'angolo, a. h. b. equal all'angolo, c. g. d. e pero (per la quarta di queſto) li lati di duoi triangoli, g. c. d. & h. a. b. ſerano proportionali, faccio anchora lo angolo, h. b. K. (dutta la linea, b. K.) eguale all'angolo, g. d. f. & l'angolo, K. b. l. (dutta la linea, b. l.) eguale all'angolo, f. d. e. & l'angolo, b. h. K. (dutta la linea, h. K.) eguale all'angolo, d. g. f. & l'angolo, b. K. l. (dutta la linea, K. l.) eguale all'angolo, d. f. e. & ſera perfetto il pentagono che era da eſſere coſtituido ſopra la linea, a. b. perche quello e equiangolo al dato pentagono per la equalita di angoli di triangoli in liquali l'uno e l'altro e diuiſo, & etiam e de lati proportionali per la proportionalita di lati de eſſi triangoli, la qualcoſa dalla quarta di queſto euidentemente appareno, perche (per la diſinitione delle ſuperficie ſimile) lo pentagono coſtituido ſopra la linea, a. b. e ſimile al pentagono dato, che e il propoſito.

Il Traduttore.

EL teſto di queſta ſopraſcritta propoſitione lo hauemo tradotto la maggiore parte ſecondo la ſeconda tradotione, perche quello della tradotion di Campano e diminuato alſai, perche il prepone di voler coſtruire ſopra vna data linea vna ſuperficie ſimile a una data ſuperficie, & doueria dire vna ſuperficie rettilinea ſimile & ſimilmente poſta a vna data ſuperficie rettilinea altramente la ſuperficie propoſta potria eſſere coſi conditionata che ſopra alla data linea ſe poſta tra deſcriuere due e piu ſuperficie ſimile alla data ſuperficie & ſia loro ſerano non diſſerente in quantita, come ſerebbe verbi gratia, ſia la data ſuperficie, c. d. e. f. & per piu facile intelligetia, ſia rettangola, & la longhezza, c. d. di quella ſia doppia alla larghezza, e. e. & ſiano date due linee eguale, cioe, a. b. prima & a. b. ſeconda, hor dico che ſopra alla linea, a. b. ſe puo deſcriuere due ſi-





perfele simile alla data, c.d.e.f. & differente in quantita, perche se lo ponero la data linea per longhezza la me data minor figura che a ponerla per larghezza come apar in le due superficie. a.b.g.h. & a.b.K.l. che cadauna e fatta simile alla c.d.e.f. cioe la longhezza de cadauna e doppia alla sua larghezza, & sono rettangole) & nientedimeno la a.b.K.l. (per lo primo correlario della decima nona di questo) e quadrupla alla a.b.g.h. & questo procede che la prima linea, a.b.e. possa per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta, & se per calo la data superficie fusse de tre lati diversi sopra alla data linea se potera descrivere tre superficie simile alla data e diverse fra loro in quantita, cioe una tolendola data linea per il lato minor de detta figura l'altra tolendola per il lato mezzano, e l'altra tolendola per il lato maggiore, & cosi se la data superficie fusse de quattro lati ineguali sene potra descrivere quattro, & se de cinque cinque, & cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se vede adonque che la propositione (senza quella conditione che dice & similmente posta) seria mendosa & haueria piu risposte, ma con la detta conditione non puo hauere salvo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se haueria a designare bisogna che la sia non solamente simile alla data, ma chela sia similmente posta, cioe che la se ripossa sul medesimo lato doue se riposa la data, onde la superficie a.b.K.l. quantunque la sia simile alla data, c.d.e.f. tamen la non e similmente posta, perche la data c.d.e.f. se riposta & tien per basa il maggior lato di quella, cioe, c.f. & la a.b.K.l. se riposta & tien per basa il lato minore, cioe, a.b. ma la superficie a.b.g.h. e veramente descritta sopra alla linea, a.b. con la conditione che se recerca in la sopra scritta propositione, cioe simile & similmente posta alla data superficie, c.d.e.f. perche la se riposta & tien per basa il maggior lato, e questo e quello che volemo inferire.

Theorema.xv. Propositione.xxi.

²⁰ Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle e necessario fra loro esser simili.



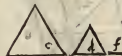
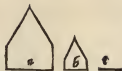
Sta l'un e l'altro di pentagoni a.b.c.d.e.f. simili al pentagono g.h.K. dico quelli esser fra loro simili, perche l'uno e l'altro de quegli e equiangolo al pentagono g.h.K. (per la conversione della diffinitione delle superficie simili) perche sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conversione della medesima diffinitione, la proportion de la a.b.al.g.h. e si come de la a.c.al.g.k. & del.g.h.al.d.e.f. si come del.g.k.al.d.e.f. adonque per la equa proportionalita de la a.b.al.d.e.f. si come de la a.c.al.d.e.f. per lo medesimo modo tu approuerai li altri lati di pentagoni a.b.c. & d.e.f. (continenti li equali angoli) esser proportionali, adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che e il proposito.

Theorema.xvi. Propositione.xxii.

²¹ Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie costituite sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee e necessario esser proportionale.

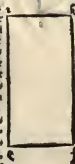
Stano quattro linee proportionale a.b.c.d. & sia la proportion de la a.a. alla b.b. si come de la c.c. alla d.d. dico che essendo costituite superficie simile sopra la a. & b. come

b. (come duei pentagoni simili) & altre simile costituisce sopra la c. & d. (come duei triangoli simili) & la proportion de pentagoni si come di triangoli, ma essendo li pentagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la proportion del pentagono al pentagono, si come del triangolo al triangolo dico che la proportion della a. alla b. sera si come della c. alla d. perche essendo sottoposto alle linee a. & b. la e. & alle linee c. & d. la f. in continua proportiona lita, si come ne amitra la decima di questo, & sera (per la vigesima seconda del quinto & per la equa proportionalita) della a. alla e. si come della c. alla f. perche adonque (per lo correlario secondo della decima nona di questo) la proportion de pentagoni e si come della a. alla e. & di triangoli si come della c. alla f. sera adonque la proportion di pentagoni si come di triangoli, & questo e il primo proposito, il secondo cosi e manifesto, siano li duei pentagoni simili & li duei triangoli simili, & sia la proportion de pentagoni si come di triangoli, dico che la proportion della a. alla b. e' si come della c. alla d. perche sia fatto della c. alla g. si come della a. alla b. & come questo si debbia fare & detto di sopra la vna decima di questo & sopra la g. sia fatto (si come insegna la vigesima di questo) vna superficie simile a quella, che e costituita sopra la linea c. & sera (per la precedente simile a quella, che e costituita sopra la linea d. & sera anchora (per la prima parte de questa vigesima seconda) qual proportion del pentagono a. al pentagono b. quella medesima del triangolo c. al triangolo g. ma la medesima era etiam del triangolo c. al triangolo d. adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo d. e' eguale al triangolo g. & perche sono simili, sera la linea g. e' qual alla linea d. (per la prima parte della decima ottava di questo) quando che sopra le linee c. & d. g. siano triangoli, ouer (per la seconda parte della decima nona) quando fussono stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalita non e prodotta da alcuna proportion duplicata, ouer triplicata, ouer pigliata quante volte si voglia le non dalla eguale, adonque della c. alla d. sera si come della a. alla b. che e il proposito.



Il Tradottore.

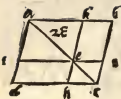
Quella particula, che nel soprascritto testo dice, & similmente descritte se troua solum in la seconda tradottione, senza laquale il testo di la tradottione del Campano paterla opodissione si come nella passata, perche essendo quattro rettilinee proportionale, se potra descriuere sopra due, & due superficie rettilinee simililequali seran cosi conditionate che (non essendo similmente descritte) non seranno proportionale, exempli gratia, siano le quattro linee, a. b. c. d. e. f. g. h. proportionale & per maggior intelligentia sia la a. b. dupla alla c. d. e similmente la c. f. alla g. h. & sopra le due a. b. & c. d. siano descritti duei triangoli eglatieri, & sopra le due c. f. & g. h. sia descritti due superficie rettogle che la lorgeza de cadaun sia doppia alla larghezza & sia cosi positionatamente descritte che la linea c. f. venga a esser larghezza l'una (cioe di quella descritta sopra di c) & la linea g. h. venga a esser longhezza del'altra (come appare i le ditte due superficie e. f. i. k. & g. h. l. m. Hor si uede che le quattro linee, a. b. c. d. e. f. g. h. sono proportionale, & sopra le due a. b. & c. d. sono descritti li duei triangoli a. b. n. & c. d. o. li quali per esser eglatieri sono simili (p la qnta di questo) & sopra le altre c. f. & g. h. son descritte le due superficie e. f. i. k. & g. h. l. m. lequle sono etia simili (p la dffinitione) & tamen queste quattro superficie non sono proportionale, immo el triangolo a. b. n. e' quadruplo al triangolo c. d. o. (per la decima ottava di questo) & la superficie i. k. e' sedecupla alla superficie g. h. l. m. (per la decimanona di questo) & questa disproportionality procede perche le due superficie e. f. i. k. & g. h. l. m. non sono similmente descritte, & questo e' quello che uolemo inferire, & di questo molto to bisogna aduertire in la descriptione de superficie simili de molti lati ineguali, perche in tanti modi si puonno uariar quanto e' il numero della diuersita di la



ti, come etiam fu detto sopra la precedente.

Theorema. xviij. Proportione. xxiii.

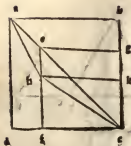
- 21 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diame-
tro de ogni parallelogrammo sono simile a tutto el parallelogrammo anchor fra loro.



Come sia in lo parallelogrammo, b, d, del quale lo diametro e' a, c, stando le superficie, g, h, & f, k, de equidistanti lati intorno al diametro, dico quelle essere simile a tutte il parallelogrammo, & similmente fra loro, perche (per la seconda de questo) della, b, g, alla, g, c, & della, d, h, alla, h, c, e' si come della, a, e, alla, e, c, a dō que congiuntamente della, b, c, alla, a, e, g, & della, d, c, alla, e, c, h, sera si come della, a, e, alla, e, c, per laqualcosa (per la vndecima del quinto) della, b, c, alla, e, c, g, sera si come della, d, c, alla, e, c, h, & similmente sera si come della, a, b, alla, e, g, cōciosia che la, a, b, e' equal alla, d, c, & la, e, g, alla, h, c, p lo medesimo modo sera della, a, d, alla, e, h, si come della, a, b, alla, e, g, & della, d, c, alla, h, c, perche a dunque questi parallelogrammi sono equiangoli eglie manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo, g, h, esser simile al, b, d, anchora per simil modo se approua lo, f, k, esser simile al medesimo per questo che della, b, a, alla, a, k, & della, d, a, alla, a, f, e' si come, della, c, a, alla, a, e, (per la seconda de questo) e per la congiunta proportionalita per laqualcosa (per la vigesima prima di questo) lo, f, k, e' anchora simile al, g, h, & così e manifesto il tutto.

Theorema. xviij. Proportione. xxiiii.

- 22 Se da nno parallelogrammo in el suo spatio sia sta distinto uno parallelogrammo parziale simile al tutto, et similmente posto hauente uno angolo comune con quello, quel se riposa intorno al diametro del medesimo.



Come se in lo parallelogrammo, b, d, sia distinto lo parallelogrammo, f, g, che sia simil a quello, & similmente posto & participante con quello in l'angolo, c, dico chel parallelogrammo, f, g, sta intorno al diametro del parallelogrammo, b, d, & questa e al contrario della precedente, & per dimostrare questo lo proaro la, a, e, c, la quale se la sera concessa esser lo diametro del parallelogrammo b, d, e' manifesto il proposito, ma se possibile e per l'aduersario sia, a, h, c, lo diametro de quello & sia ditta la, h, k, equidistante alla, f, c, & (per la precedente) lo parallelogrammo, f, k, sera simile al parallelogrammo, b, d, adunque (per la conuersione della diffinitione delle superficie simili) la proportione della, b, c, alla, k, c, e' si come e della, d, c, alla, f, c, ma (per la medesima conuersione della detta diffinitione) la proportione della, b, c, alla, g, c, e' si come della, d, c, alla, f, c, per questo che lo parallelogrammo, f, g, e' stato posto simile al parallelogrammo, b, d, adunque (per la vndecima del quinto) la proportione della, b, c, alla, g, c, e' si come della, b, c, alla, k, c, (perche l'una e l'altra e si come della, d, c, alla, f, c,) per laqualcosa (per la seconda parte della nona del quinto) la, g, c, e' eguale alla, k, c, cioe la parte al tutto, che e impossibile, adunque la, a, e, c, sera lo diametro del parallelogrammo, b, d, che e il proposito.

il Traduttore,

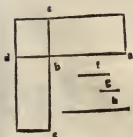
Di quelle tre conditioni che bisogna hauer lo parallelogrammo parziale da

uendo

uendo essere intorno allo diametro del totale (sequal sono questo,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia vn di suoi angoli che sia comune all'un e l'altro) due sole sene troua nella tradotion del Campano & vna di quelle e alquanto ambigua, cioè quella che dice, & secondol'esser suo di quello, perche lo cò mentatore lo espone così, idest partecipante con quello in vn angolo, & lo tengocho voglia dire che sia similmente posto, tamen pigliasi come si voglia mancandoui vna di quelle tre conditioni la propositione paterà opposizione perche mancando vna di quelle in to para lelogrammo partiale non seria necessario che stesse intorno al diametro del totale.

Theorema. xix. Propositione. xxv.

24 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo
23 dell'una all'uno angolo dell'altra e uguale, la proportion dell'una all'altra e quella che e prodotta dalle due proportioni di suoi lati con tinenti li duoi angoli equali.



Siano due superficie de equidistanti lati, a. & c. d. & sia l'angolo. b. dell'una e quale all'angolo. b. dell'altra, dico che la proportion dell'una all'altra e prodotta ouer composta dalla proportion dalla a. b. alla. b. d. & dalla. c. b. alla. b. e. perche disponendo io queste due superficie al tutto si come fu disposto quelle in la quarta decima de questo aggiunto all'una & l'altra lo paralelogrammo. c. d. & ponendolo io che la proportion della linea. f. alla linea. g. sia si come della. a. b. alla. b. d. & della. g. alla. h. si come della. c. b. alla. b. e. (& come si debbia procedere in far questo e detto sopra la duodecima di questo) & sera (per la prima di questo & la vndecima del quinto) della. a. c. alla. c. d. si come della. f. alla. g. & della. c. d. alla. d. e. si come della. g. alla. h. per laqual cosa (per la vigesima seconda del quinto) sera in la equa proportionalita della. a. c. alla. d. e. si come della. f. alla. h. & per che la proportion della. f. alla. h. e prodotta, ouer composta della proportion dalla. f. alla. g. & dalla. g. alla. h. (per la quinta diuisione di questo) seguirà che la proportion della. a. c. alla. d. e. sia composta dalle medesime, per laqual cosa e manifesto il proposito.



Problema. vii. Propositione. xxvi.

25 Puotemo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposta uguale.

Siano proposte due superficie rettilinee. A. pentagono. B. exagono voglio far tre vna superficie simile alla. a. & uguale alla. b. l'una e l'altra delle proposte superficie risoluo in triangoli la. A. in li triangoli. c. a. d. & la. B. in li triangoli. e. b. f. g. & sopra la basa della superficie. a. la qual sia. h. K. costituisco (seconda la dottrina della quadragesima quarta del primo) vna superficie de equidistanti lati rettangola uguale al triangolo. c. (laqual sia. h. l.) & la. l. m. uguale alla. a. & la. m. n. & quale al. d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati h. n. (costituita sopra la basa. h. K.) sia uguale al pentagono. A. & per lo medesimo modo sopra la linea. k. n. (laquale e il secondo lato de questa superficie) costituisco un'altra superficie rettangola uguale allo exagono. b. cioè faccio la superficie. K. o. uguale al triangolo. e. & la. o. p. uguale al. b. & la. p. q. uguale al. f. & la. q. r. uguale al. g. accioche tutta la superficie rettangola. n. r. sia uguale allo exagono. B. & toglio (per la nona di questo) la linea. a. r. proportionale fra la linea. h. k. & la linea. K. r. & sopra quella (secondo la dottrina delle vigesime di questo) costitui



fo la superficie, u. simile alla superficie, a. la quale dico esser quella che cerchiamo & eguale alla superficie, b. perche essendo le tre linee, h. k. s. t. & k. r. continue proportionale, & essendo sopra la prima & la seconda costituisce le superficie si mille, cioe la, a. & u. sera (per lo correlario della decima nona di questo) dell'a. alla u. si come della h. k. alla k. r. per laqualcosa (per la prima di questo) sera si come della h. n. alla n. r. e pero per la prima parte della settima del quinto) si come della a. alla n. r. e per questo (per la seconda parte della medesima) sera si come della a. alla b. adonque per la seconda parte della nona del quinto) la u. e eguale alla b. che e il proposito, laqualcosa anchora possemo facilmente prouar per la permutata proportionalita, perche essendo della a. alla u. si come della h. n. alla n. r. sera permutatamente della a. alla h. n. si come dall'u. alla n. r. & perche la a. e eguale alla h. n. sera la u. eguale alla n. r. per laqualcosa la u. e etiam eguale alla b. (per questa commune intentione) quelle cose che a una medesima cosa sono rquale fra loro eguale, ma non e necessario che le superficie, h. l. m. & m. n. de lati equidistanti (equali all tre angoli e. a. d. ouer le superficie k. o. p. q. & q. r. (equali alli triangoli e. b. f. g.) siano rettangole, ma che l'angolo estrinseco della superficie, l. m. sia equal all'angolo intrinseco delle superficie, l. h. & lo estrinseco della m. n. all'intrinseco della m. l. similmente anchora che lo estrinseco della superficie, k. o. sia equal all'intrinseco della superficie, h. n. & l'extrinseco della o. p. allo intrinseco della k. o. e cosi delle altre, pche essendo cosi sera cadauna delle linee k. n. & h. m. a se opposita & similmente h. s. & n. q. a se opposita vna linea (p l'ultima parte della vigesimanona del primo) & p la quattordicesima del medesimo egualmente repetita quante volte sera de bisogno, per questa causa che tutte le superficie, h. l. m. & m. n. & similmente le k. o. p. q. & q. r. sono de equidistanti lati & l'angolo estrinseco de cadauna seguente e equal all'intrinseco de quella precedente, per laqualcosa le due superficie, h. n. & n. r. seranno di equidistanti lati & fra linee equidistanti & de equal altezza, in le altre adonque arguile come auanti.

Theorema, xx. Propositione, xxvii.

16 Lo parallelogrammo designato sopra la mita de una data linea, e' 17 maggior di qualunque parallelogrammo applicato alla data linea al qual manchi al compimento della linea uno simile, & che stia lo pra il diametro del collocato sopra la mita.

Sia data la linea, a. b. sopra la mita della quale (cioe sopra la, c. b. sia costituito lo parallelogrammo, c. d. el diametro del quale e' b. e. & sia applicato alla linea a. b. lo parallelogrammo, a. f. del quale uno lato seghi lo, c. c. in ponto g. cosi che al compimento de tutta la linea, a. b. manchi la superficie, f. b. laqual sia simile alla superficie, c. d. & che stia intorno al diametro di quello, hor dico che'l parallelogrammo, c. d. e' maggiore del parallelogrammo, a. f. perche (per la prima di questo) lo, a. g. e' eguale allo, g. b. & (p la quadagesima terza del primo) lo, c. f. e eguale allo, f. d. adonque (per questa commune scientia) se a cose eguale tu aggiungi cose eguale & c. sera lo gnomone composto dalli tre parallelogrammi li quali sono c. f. i. b. & f. d. eguale al parallelogrammo, a. f. per laqualcosa lo parallelogrammo, c. d. e maggiore del parallelogrammo, a. f. in lo parallelogrammo c. f. che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie, a. f. fusse fatto piu alta della superficie, c. d. come tu puoi vedere in la seconda figura, in la quale etiam (per la prima di questo) lo, a. g. e' eguale allo, g. b. leuade via adonque l'uno e l'altro di duoi supplementi della superficie, f. b. lo parallelogrammo, c. d. eccedera lo parallelogrammo, a. f. in lo parallelogrammo, f. e.

Il Traduttore

Il Traduttore.

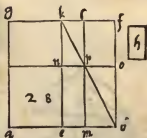
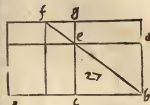
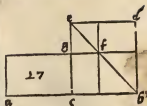
Q Vella particula che nel sopraferito testo dice vno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mita della linea, non vol dire altro che vn simile & similmente posto al collocato sopra la mita della linea che cosi dice etiam in la seconda tradottione & e piu corretto dirperche in la seconda figura fatta di sopra lo parallelogrammo, f. b. non sta sopra lo diametro del parallelogrammo, d. c. collocato sopra la mita della linea, anzi e al contrario che il parallelogrammo, d. c. sta sopra il diametro del parallelogrammo, f. b.

Anchora bisogna notare che lante posta figura e supflua & posta per errore

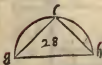
Problema. viii. Propositione. xxyiii.

27 Proposta una superficie trilatera puotemo designare sopra qualunque assegnata rettalinea uno parallelogrammo eguale a quella al qual manchi a compir la linea uno parallelogrammo simile a un altro parallelogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del parallelogrammo collocato sopra la mita della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo.

S i a assegnata la linea. a. b. & proposto lo triangolo. c. & proposto lo parallelogrammo. d. voglio sopra la linea. a. b. designare vn parallelogrammo eguale al triangolo. c. cosi fatto che manchi a compir la linea. a. b. vn parallelogrammo simile al. d. & sia cosi conditionato che lo triangolo. c. non sia maggiore del parallelogrammo simile al. d. collocato sopra la mita della linea altramente se lauoraria al impossibile (per la precedente) adonque diuido la linea. a. b. in due parti esquali in ponto. e. (secondo la dottrina della vigesima di questo) sopra. e. b. (mita di quella) costituisco lo parallelogrammo. e. f. simile al. d. & compiro sopra tutta la linea. a. b. lo parallelogrammo. b. g. adonque perche lo triangolo. c. none maggiore del parallelogrammo. e. f. ma eguale a quello, onero minore si come e stato posto, se la a quello eguale sera lo parallelogrammo. e. g. quello che se intende (per la trigesima sesta del primo agiutando con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle simile superficie della vigesima prima di questo) ma se e minore, sia minore in alcuna superficie alla quale ne sia fatta vna eguale, & simile alla. d. (secondo la dottrina della vigesima sesta di questo) la quale sia h. & sera. h. simile al. e. f. (per la vigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuerfione della diffinitione) sera equiangola a quello & de lati proportionali tirero adonque in lo parallelogrammo. e. f. lo diametro. b. k. & resegaro li lati. K. f. & e. k. della superficie. e. f. alla misura di lati della superficie. h. dirate le linee. l. m. & n. o. equidistanti alli lati della superficie. e. f. segandose in ponto. p. tal che la superficie. K. p. sia eguale & simile alla superficie. h. & sera (per la vigesima quarta de questo) il ponto. p. in lo diametro. K. b. dirata adonque la. o. n. fina alla. a. g. Dico lo parallelogrammo. a. p. esser quello che e sta proposto, perchea quel matu eha al compimento della linea. a. b. lo parallelogrammo. p. b. il quale (per la vigesima terza & vigesima prima de questo) e simile al parallelogrammo. d. & anchora esso parallelogrammo. a. p. e egale al triangolo. c. perche (per la prima di questo) lo. a. n. e eguale allo. n. b. adonque (per la quadragesima terza del primo & quella communia sententia, se a cose eguale tu agiungi cose eguale &c.) lo parallelogrammo. a. p. e eguale al gnomone. n. b. l. & perche questo gnomone e eguale al triangolo. c. (per questa causa che lo parallelogrammo. e. f. fu posto esser maggiore del triangolo. c. in lo parallelogrammo. h. il quale e eguale al parallelogrammo. k. p.) e manifesto il proposto.



Q uella particula che in fine del sopracritto testo, dice simile al proposto & secondo l'esser suo, vol inferire che l' sia simile al pposito & similmente descritto, ouela qualcosa nella resolutione di tai problemi bisogna molto aduertire altramente se potria tal volta concludere indirettamente, perche tal hor vno tal problema se potria concludere in duoi diuersi modi, & tal hor per vno modo sera solubile, & per l'altro impossibile, come verbi gratia, sel dato triangolo, e. fusse de superficie piedi vinti & uoi superficiali & la data linea, a. b. fusse piedi duodeci lineali & lo proposto parallelogrammo, d. fusse rettangolo & che la lunghezza di quello fusse doppia alla larghezza: & volendo concludere il sopracritto problema dico che descriuendo sopra la mita della data linea, a. b. (cioe sopra b. e.) vno parallelogrammo simile al, d. & ponendo la detta linea, b. e. per lunghezza di quello, seria impossibile a pcludere tal problema (per la precedente proposizione) perche essendo la sua lunghezza la linea, b. e. la quale e piedi sei (dal p. supposito) la sua larghezza bisognaria esser piedi tre douendo essere simile al, d. oue l'area sua veria a essere diciotto laqual seria minore di quella del triangolo, e. laquale e vinti & uoi (dal p. supposito) ma ponendo la detta linea, b. e. per larghezza del detto parallelogrammo ben si potria concludere tal problema, perche essendo la sua larghezza piedi sei la sua lunghezza bisognaria esser piedi duodeci (douendo esser simile al, d.) onde l'area sua veria a essere piedi settanta & uoi superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo, e. come si conuiene, & concludando tal problema per li modi dati di sopra la superficie, h. veria a esser, 60. cioe longa piedi dieci & larga cinque perche, h. i. veria etiam lui a esser pur piedi cinque & k. n. piedi dieci: & perche, c. m. e' eguale al, k. l. per la trigesima quarta del primo) seguita che, a. m. seria piedi vni & c. m. p. veria a restar piedi duoi & l'area del parallelogrammo a. p. veria a esser vinti & uoi che seria eguale all'area del triangolo, e. si come fu proposto di fare, e pero ne sia resolutione di tai problemi (volendo concludere rettamente) bisogna che il parallelogrammo che se descrive sopra la mita della linea data, non solum sia simile al dato, ma bisogna che sia etiam similmente posto; altramente la conclusion seria falsa massime quando il dato parallelogrammo fusse de duoi lati inequali, anchora bisogna aduertire se ben ho esemplificato il sopracritto problema con numeri (laqualcosa ho fatto per far conoscere sotto breuita la variatione che e da vna descriptione all'altra) niente dimeno volendo procedere rettamente e bisogna ratiocinar & concludere ogni cosa geometrica, si come si mostra in lo commento, alcun potria dire come sapero io realmente geometrico (nel concludere tal problema, & altri simili) che la superficie, e. f. descrita sopra la mita della linea a. b. (cioe sopra la b. e.) sia maggior, ouero minore, ouero eguale al triangolo, e. & se sera maggiore (come se preiuppone) come sapro io tor realmente la lor differenza per formare la superficie, h. simile alla superficie parallelogramma, d. attento che l'author fin hora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato vna tal propositione, io rispondo che tal cosa si fa pra descriuendo (per la vltima del secondo) vn quadrato equal al triangolo, e. (qual poniam che sia il quadrato a. b. c. d.) & similmente vn altro che sia eguale al parallelogrammo, e. f. (qual poniam che sia il quadrato, g. h. i. k. hor dico che sel lato, g. h. sera maggiore del lato, a. b. (per communia scientia) il quadrato, g. h. i. k. sera maggiore del quadrato, a. b. c. d. & consequentemente lo parallelogrammo, e. f. sera maggiore del triangolo, e. & sel detto lato, g. h. sera minore ouero eguale a quello lo detto parallelogrammo, e. f. sera minore ouero eguale al detto triangolo. e. hora essendo maggiore per trouare la loro differentia sopra il detto lato, g. h. descriuero vno mezzo cerchio qual sia, g. l. h. & in quello (per la prima del quarto) coaparo la linea, h. l. eguale al lato, a. b. & tiraro la linea, l. g. hor dico che il quadrato descritto la, l. g. (per la penultima del primo) sera eguale alla differentia che sera fra il parallelogrammo, e. f. & lo triangolo, e. onde descriuendo la superficie, l. i. (per la

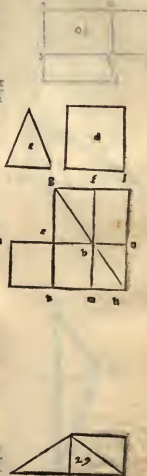


(per la vigesima sesta de questo) simile alla superficie, d. & eguale al quadrato della g.l. se hauerà lo intento suo, anchora bisogna notare che doue che il testo della sopraferita propositione dice proposta vna superficie trilatera, nella secon da tradizione dice, vna figura rettilinea, cioe e propositione piu generala & se concluda per li medesimi modi & mezzi di sopra detti.

Problema.ix. Propositione.xxix.

²⁸ Sopra una data retta linea puotemo constituir uno parallelogram
²⁹mo eguale a una data superficie trilatera elqual aggiunta sopra al compimento della data linea una superficie de equidistanti lati simile a una data superficie de equidistanti lati.

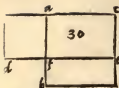
Sia come prima la data linea a.b. & dato lo triangolo.c. & dato lo parallelogrammo.d.v.glio sopra la linea.a.b. costituir vno parallelogrammo eguale allo triangolo.c. el quale aggiunga ouer che sopraabonda a tutta la linea.a.b. vno parallelogrammo simile al.d. diuido la linea.a.b. in due parti equali in ponto.e. & sopra.e.b. mita di quella, faccio lo parallelogrammo.e.f. simile al.d. secondo che insegna la vigesima di questo, & secondo la dottrina della vigesima sesta di questo faccio lo parallelogrammo.k.l. (del quale lo diametro.e.g.h.) simile al.d. & eguale alle due superficie.e.f. & c. & f.era (per la vigesima prima di questo) k.l. si mille al.e.f. sopra posto a dunque la superficie.k.l. alla superficie.e.f. talmente che ambedue comunicano in lo angolo.g. f.era (per la vigesima quarta di questo) la superficie.e.f. istante intorno al diametro della superficie.k.l. onde il ponto.b.e' in lo diametro.g.h. Compiro adunque lo parallelogrammo.a.h. el quale dico esser quello che e' ita proposto la qual cosa e' manifesta perche la linea.f.b. fina al.m. & la linea.e.b. fin al.n. pche (g) la prima de questo & per la trigesima sesta del primo) a.k.e' eguale al.k.b.e' pero (per la quadagesima terza del primo) e anchora eguale al.n.f. giunto adunque all'uno.e' l'altro, e. h. f.era (per continua scientia) a.h. eguale al.gnomone.e.h.f. ma questo gnomone e' eguale al triangolo.c. perche lo parallelogrammo.k.l.e' sta posto eguale alle due superficie.e.f. & c. f. adunque lo parallelogrammo.a.h.e' eguale al.c. & aggiunge al compimento della linea.a.b. lo parallelogrammo.m.n. il quale (per la vigesima terza & vigesima prima di questo) e' simile al parallelogrammo.d. per la qual cosa e' manifesto essere perfetto quello che volemo. puotemo anchora a vna data linea aggiungere vno parallelogrammo eguale, non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea, (sia come si voglia) al quale manchi a compire la data linea vna superficie simile a vna proposta superficie de equidistanti lati (si come insegna la precedente) offeruata la conditione di quella, accio non sia lauorato all'impossibile (per la auanti alla precedente) ouero che la aggiunga al compimento della linea vna superficie de equidistanti lati simile a vna superficie proposta, si come ppone la presente conclusion, pche la pposta superficie (al laqual debbe esser aggiunto a vna data retta linea vn parallelogrammo eguale el qual aggiunga ouer diminuisca al compimento della linea un parallelogrammo simile a un dato parallelogrammo) resoluemo in triangoli & per mezzo di quelli descrivemo una superficie de equidistanti lati eguale alla total superficie proposta, & se vorai saper il modo da far questo ricorri alla vigesima sesta di questo, dopo sopra il doppio della base de quella costruiamo uno triangolo de eguale altezza ilqual se diligentemente riguardarai la quadagesima prima del primo tu trouarai esser eguale al parallelogrammo auanti designato per la qual cosa & alla superficie proposta, adunque se tu aggiungerai alla data linea uno parallelogrammo mo equal a questo triangolo ilqual aggiunga al compimento della linea ouero minuisca vn parallelogrammo simile al dato parallelogrammo secondo che insegna questa & la precedente, tu non dubitarai hauere perfettamente compio



quello che era il proposito.

Il Traduttore.

Per far lo parallelogrammo. K. l. che sia eguale al triangolo .e. & al parallelogrammo. c. f. prima descriuero (per la vittima del secondo) vno quadrato eguale al triangolo. c. & un altro eguale al parallelogrammo. c. f. dappoi formaro vno triangolo orthogonio che li duoi lati che contien l'angolo retto l'uno sia c. quale al lato dell'un de detti de duoi quadri & l'altro sia eguale all'altro lato dappoi sopra il lato opposto al angolo retto descriuero vno quadrato ilquale per la penultima del primo sera eguale a quelli duoi quadri & consequentemen te sera eguale al triangolo. c. & alla superficie. c. f. dappoi (per la vigesima & vigesima settima di questo) faro la superficie. K. l. simile al. d. & eguale al detto quadrato & segue come di sopra anchora bisogna notare che doue che il testo della sopra scritta propositione, dice eguale a vna superficie triaettra, nella seconda tradotione ne dice eguale a vno dato rettilineo, laqual propositione e piu generale della sopra scritta, & se conclude per il modo che dice lo espositore della sopra scritta.



Problema. x. Propositione. xxx.

29 Puotemo seghare qualunque proposta retta linea terminata secon
30 do la proportione hauente il mezzo & duoi estremi.

Si a proposta la linea. a. b. laqual voglio diuidere secondo la proportione ha uente il mezzo, & duoi estremi sopra quella descriuero il quadrato. b. c. & al lato. a. c. de quello agglongo (secondo che insegna la passata) lo parallelogrammo. c. d. eguale al quadrato. b. c. elquale agglonga, ouero soprauanci al complemento della linea. a. c. lo parallelogrammo. a. d. elquale sia simile al. b. c. & sia lo lato del parallelogrammo. c. d. che equidista al lato. a. c. lo. d. e. & seghi la linea. a. b. in ponto. f. dico la linea. a. b. essere diuisa in ponto. f. come era proposto perche a. d. e quadrato per questa causa che quello e simile al. b. c. onde lo lato. a. f. e' eguale al. f. d. & lo lato. f. e. e' eguale al a. b. per questo che eggle eguale al. a. c. (per la trigesima quarta del primo) & perche. c. d. e' eguale al. b. c. leuado via all'uno e l'altro lo. c. f. sera lo. a. d. eguale al. e. b. & l'angolo. f. de l'uno all'angolo. f. dell'altro adonque (per la quartadecima di questo) li lati sono muniti adonque del. e. f. al. f. d. sera si come del. a. f. al. f. b. & perche lo. e. f. e' eguale al. a. b. & lo. f. d. al. a. f. sera del. a. b. al. a. f. si come del. a. f. al. f. b. adonque per la diffinitione e diuisa come se propone, el medesimo anchora puo esser dimostrato (per la vndecima del secondo) perche essendo diuisa la. a. b. in ponto. f. (secondo che insegna la vndecima del secondo) & sia la superficie. e. b. quella che e contenuta sotto a tutta la. a. b. & alla parte. f. b. de quella cioe che la. e. f. sia eguale al. a. b. & a. d. sia il quadrato de. a. f. adonque (per la predetta vndecima del secondo) la. e. b. e' eguale al. a. d. Quello che resta arguile come prima (per la quartadecima di questo) ouer in questo modo conosciu cosa che la. a. b. sia diuisa in ponto. f. secondo che insegna la vndecima del secondo, quello che vien fatto della. a. b. prima in la. f. b. terza e eguale al quadrato della. a. f. seconda adonque (per la seconda parte della decima settima de questo) la proportione della. a. b. prima alla. a. f. seconda e si come della. a. f. seconda alla. f. b. terza e per tanto la. a. b. (per la diffinitione) e diuisa come se propone.

Theorema. xxi. Propositione. xxxi.

30
31 Se faranno duoi triangoli costituiti sopra uno angolo diquali li duoi



lati che contengono quello angolo alli altri duoi lati de quelli se no equidistanti, & sieno quelli quattro lati, referti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli e necessario esser co stitute sopra una retta linea.

Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, costituiti sopra l'angolo, a, c, d, & sia a, c, equidistanti a, d, e, & d, c, a, a, b, & sia la proportion de, a, c, a, d, e, si co me del, a, b, a, d, e, dico che le due base de quelli (cioe, b, c, & e, c, e,) sono vna sol linea, perche lo angolo, a, e' eguale all'angolo, d, (perche l'uno e l'altro de quel li e' eguale all'angolo, a, c, d,) (per la prima parte della vigesima nona dello primo) adonque (per lo presente presupposito, & per la sesta di questo) essi trii angoli sono egualangoli, & l'angolo, b, e' eguale all'angolo, d, e, e' l'angolo, a, c, b, all'angolo, e, c, d, (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono a, c, sono equali a duoi retti perche essi se egualiano alli tre angoli de qual si voglia di duoi triangoli, adonque (per la quartadecima del primo) la b, e, e' vna sola linea, che e il proposito.

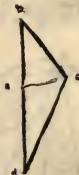


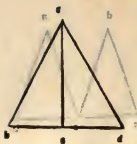
Theorema. xxii. Propositione. xxxii.

In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato sottotende all'angolo retto, e e' quale alla superficie descritta sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quando seranno simili a quella, in lineatione & creatione,



Quello che prepone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde quita e tanto piu vniuersale de quella, quanto che e la superficie laterata, del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo, a, b, c, del quale l'angolo, a, sia retto, dico che la superficie costituita sopra lo lato, b, c, e' eguale alle due su perficie costituite sopra, a, b, & a, c, quando che tutte tre le superficie seranno si mili in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tiraro le perpendi cular, a, d, alla linea, b, c, & sera (per la seconda parte del correlario della otta u di questo) la proportion del lato, b, c, a, c, a, si come del, c, a, a, d, e, & del, c, b, a, b, a, si come del, b, a, a, d, b, adonque se sopra cadauna delle tre linee, b, c, c, a, &, a, b, si an fatte superficie simili in lineatione & sito sera (per lo secondo correlario della decima nona de questo) la proportion della superficie co stituta sopra la, b, c, prima alla costituita sopra la, c, a, secondo, si come della, b, c, prima alla, d, c, terza, & similmente della medesima superficie costituita sopra la, b, c, alla costituita sopra la, a, b, seconda si come della, b, c, prima alla, d, b, terza (per lo medesimo correlario) on de per la conueria proportionalita del la superficie, a, c, alla superficie, c, b, sera si come della, c, d, alla, c, b, & similmen te della superficie, a, b, alla superficie, b, c, si come della, b, d, alla, b, c, & sia posta la superficie, a, c, prima, & la, c, b, seconda & la linea, c, d, terza & la, c, b, quarta & la superficie, a, b, quinta & la linea, d, b, sesta & sia arguito (per la vigesima quarta del quinto) che la proportion della superficie costituita sopra la, b, c, al le due superficie costituite sopra della, a, c, & a, b, insieme e si come della linea, b, c, alle due linee, c, d, & d, b, insieme perche adonque la linea, b, c, e' eguale al le due linee, c, d, & d, b, tolte insieme sera la superficie costituita sopra la, b, c, e' eguale alle due superficie costituite sopra la, c, a, & a, b, tolte insieme che e il pro posito anchora possiem facilmente dimostrar la pueria di qsta, per il modo del dimostrazione della vltima del primo, e sia exempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie costituita sopra, b, c, eguale alle due superficie costituite sopra





le due linee a.b. & a.c. a se simile dico che l'angolo a. e' retto, & per dinouare questo ponero lo angolo c.a.d. retto & la linea a.d. eguale alla linea a.b. & claudo la superficie triangolare, (dutta la linea d.c.) & sera (per questa trigesima seconda) la superficie costituita sopra alla linea c.d. eguale alle due costituite sopra le due linee a.c. & a.d. simile a se, onde etiani alla costituita sopra la b.c. simile a se, perche questa e sta posta eguale alle due costituite sopra a. b. & a.c. simile a se, era adonque la linea b.c. eguale alla c.d. onde (per la ottava del primo) l'angolo a. e' retto che e il proposito.

A dimostrare altramente la soprascritta
proposizione. xxxii.

^o Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le
¹ simile figure sono in doppia proportionne della simile proportionne de lati, adonque la superficie laterata che e' descritta sopra b.c. a quella che e' descritta sopra b.a. ha doppia proportionne che la linea b.c. alla linea b.a. & lo quadrato fatto sopra alla linea c.b. al quadrato fatto sopra alla linea b.a. ha similmente doppia proportionne che la c.b. alla b.a. adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la c.b. a quella che fatta sopra la b.a. cosi e il quadrato fatto sopra la c.b. al quadrato fatto sopra la b.a. per laqualcosa & si come la superficie laterata descritta sopra la b.c. a quella che e fatta sopra la c.a. cosi e il quadrato descritto sopra la b.c. al quadrato descritto sopra la c.a. per laqualcosa & si come la superficie laterata descritta sopra la b.c. alle due descritte sopra b.a. & a.c. poste insieme, cosi sera il quadrato descritto sopra la b.a. & a.c. ma il quadrato descritto sopra la b.c. e' eguale per la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee b.a. & a.c. adonque la superficie laterata descritta sopra la b.c. e' eguale a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee b.a. & a.c. che e il proposi o.

Il Traduttore.

La soprascritta demonstratione se verifica mediante la conuerla proportionallita & la vigesima quarta del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la b.a. per il primo termine della proportionne & quella che e' descritta sopra b.c. per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta a.b. per il terzo & quello che e' descritto sopra la b.c. per il quarto & la superficie laterata descritta sopra la a.c. per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta a.c. per il sesto & poi se conclude (per la detta vigesima quarta del quinto) che la proportionne del primo & quinto (tolti insieme) al secondo sera si come del sesto e terzo (tolti insieme) al quarto.

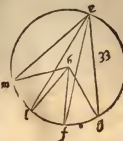
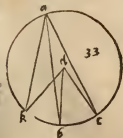
Theorema. xxii. Proposizione. xxxiii.

²¹ Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro, ouero sopra la
³³ circonferenda



circonferentia, la proportione dell'angoli fera si come la propor-
tione dell'archi, che riceuono quelli angoli & similmente li se-
ctori costituiti alli centri.

Siano li cerchi a.b.c. (il centro del quale sia d.) & e.f.g. (il centro del qua-
le sia h.) equali, sopra li centri di quali siano fatti li duoi angoli b.d.c. &
f.h.g. & sopra le circonferentie de quelli altri duoi, li quali sieno b.a.c. & f.e.
g. dico che la proportione dell'angoli, si de quelli che sono sopra li centri co-
me de quelli che sono sopra le circonferentie e si come l'arco b.c. & all'arco f.g.
& oltra di questo si come lo sector d.b.c. al sector h.f.g. & per dimostrar que-
sto continuaro in quelli duoi altri archi equali, ouero secondo vn medesimo
numero, ouero secondo diuerso & sia l'arco k.b. e quale a l.b.c. & l'uno e l'al-
tro di duoi archi l.m. & f.l. egle a l.f. g. & p'duro le linee, K.d.k.a:m.h.l.h:m-
e. & l.e. & (per la vigesima settima del terzo) li angoli che sono a l.d. feranno
fra loro equali similmente anchora quelli che sono a l.h. ferano fra loro equa-
li. Quel medesimo anchora de quelli che sono a l.a. & de quelli che sono a l.e.
Adonque si come l'arco K.c. e multiplice dell'arco b.c. & cosi e l'angolo K.d.c.
dell'angolo b.d.c. & l'angolo K.a.c. dell'angolo b.a.c. similmente si come
l'arco m.g. e multiplice dell'arco f.g. cosi e l'angolo m.h.g. dell'angolo f.h.g.
& l'angolo m.e.g. dell'angolo f.e.g. & se l'angolo K.a.c. all'angolo m.e.g. &
l'angolo K.d.c. e' eguale all'angolo m.h.g. & l'angolo K.a.c. all'angolo m.e.g. &
se e maggior maggiore, & se e minor minore (per la vigesima settima del ter-
zo) adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalita) la propor-
tione dell'arco b.c. all'arco f.g. e si come dell'angolo b.d.c. all'angolo f.h.g.
& si come l'angolo b.a.c. all'angolo f.e.g. che e il proposito, quel medesimo
intende in vno medesimo cerchio.



Dico anchora che si come l'arco b.c. all'arco f.g. cosi e lo settore d.b.c. al ses-
tore h.f.g. siano ligadi insieme b.c. & b.k. & pigliati sopra li archi b.c. & b.
k. li ponti x.o. & sian ligadi b.x. x.o. b.o. & o. K. & perche (per la diffinitione
del cerchio) le due linee b.d. & d.c. sono equali alle due b.d. & d. k. & com-
prehendano equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa b.c. al
la basa b.k. e' eguale, & lo triangolo d.b.c. al triangolo d.b.k. e' eguale & per
che l'arco b.c. e' eguale all'arco b.k. adonque & la restante circonferentia (la
qual e in tutto il cerchio a.b.c. e' eguale alla restante circonferentia la quale
e in tutto lo medesimo cerchio a.b.o. per la quale cosa e l'angolo b.x.c. (per la
vigesima settima del terzo) e' eguale all'angolo b.o.k. adonque (per la duode-
cima diffinitione del terzo) la portione b.x.c. e' simile alla portione b.o.k. &
sono sopra le linee b.c. & b.k. eguale, & le portioni di cerchi simile, descrite
re sopra equali linee (per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro eguale
adonque la portione b.x.c. e' eguale alla portione b.o.k. & lo triangolo d.b.c.
e' eguale al triangolo d.b.k. adonque tutto lo settore d.b.c. e' eguale a tutto
lo settore d.b.k. & per la medesima causa si li settori h.f.g. f.h.i. f.l. & h.l.m. sono
fra loro equali, adonque si come che l'arco e.k. e multiplice dell'arco b.c. & co-
si lo settore d.k.c. del settore d.b.c. & per questa causa si come che l'arco m.
g. e multiplice dell'arco f.g. cosi e lo settore h.g.m. del settore h.f.g. f. m. e
l'arco k.c. e' eguale all'arco m.g. & lo settore d.c.k. e' eguale al settore h. m.
g. & se e maggiore, & se e minore, & se e uguale, onde alle quattro s'ante
magnitudine (dico alli duoi archi b.c. & f.g. & alli duoi settori d.b.c. & f.h.g. f.
g. sono pigliati li multipli equalmente de esso arco b.c. & de esso settore d.
b.c. & questo e l'arco K.c. & lo settore d.K.c. & del arco f.g. & del settore h.g.
f.e. l'arco m.g. & lo settore h.m.g. & e stato dimostrato che se l'arco K.c. e' eccoe
de esso arco m.g. anchora lo settore d.k.c. eccoe de esso settore h.g.m. & se e

LIBRO

eguale, eguale, & se manca, manca, adunque (per la conversione della settima
distinzione del quinto) si come l'arco, b.c. all' arco, f.g. così e lo settore, d.b. e
al settore, h.g.f.

Correlario.

o E' manifestò, che si come lo settore al settore, così e l'angolo al
l'angolo.

Fine del sesto libro.



I N C O M I N C I A

IL LIBRO SETTIMO DI EVCLID

DE MECA RE NSE PHILOSOPHO

speculatissimo qual tratta de numeri & delle loro
proportioni & proportionalita secondo le
due tradottioni da Nicolo Tartalea scri-
sciano noua mente reinte-grato
& con somma diligentia
tradotto dal la-
no in vol-
gare.



Diffinitione prima.

$\frac{1}{2}$ La unita e ciascuna cosa dalla qual uien detto una.

Il Traduttore.

Qui Panthor ne diffinife la fontana, ouero matre & origine de nume-
ri, & principio & fine de tutte le cose, che e la unitade, & dice che la
unitade e cadauna cosa che se dica vna, ouero vno (perche e maschio e fe-
mina) dalla quale unitade ogni cosa se crea, lei sola e seminaria de tutti li nu-
meri (come detto di sopra) lei sola e causa della misura, lei sola e causa delli in-
crementi & delli detrimeti, laqual in ogni locho e tutto, & in ogni locho e
parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la unitade, che non solamen-
te vna semplice & sola cosa uol esser detta vna, ma etiam quelle cose che sono
molte vogliono esser dette vna, ouero uno, exempli gratia dieci cose vogli-
no esser dette vna decena, & cosi, 100, vno centenaro, 1000, vno mearo, & cosi
discorrendo in tutte le cose naterabile se trouera che giunto a vn certo termi-
ne le molte cose piccole se restringono in vna unita granda, exempli gratia
parlando naturalmente, 12. denari fanno vn soldo, 20. soldi fanno vna libra il
medesimo se guida nelli pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente
le molte cose vogliono esser dette vna, ouer vno, ma etiam le parti de vna cosa
la vogliono esser dette vna, ouer vno, ouero piu di uno, exempli gratia la ter-
za di vna cosa uol esser detta uno mezzo, ouero una mezza & similmente vn
terzo d'una cosa uol esser detto uno terzo & li duoi terzi uol esser detti duoi
terzi & cosi uno quarto, duoi quarti, tre quarti, un quinto, duoi quinti & ce-
per la qual cosa se guida che ogni cosa che e in rerum natura o che le uno, ouer
che le piu di vno, & niuna cosa puol esser meno di vno perche il meno di vno
e niente, vero e che vno integro in quaro alla grandezza e maggiore della mis-
ta, ouero d'un terzo di quello perche ogni tutto e maggiore della sua parte,
ma inquanto al numero sono eguale perche niun di loro e piu di vno, alla si-
militudine d'un boue e d'una pecora che in quanto al numero sono eguale
perche cadauno di loro e vno, & niun di loro e piu di vno ma inquanto alla
magnitudine, ouero grandezza senza dubio il boue e maggiore della pecora
& cosi vn ducato e maggior d'uno soldo.

2 El numero e' una multitudine composta di unitade,

Il Traduttore.

Quia l'autore ne da a conoscere qualmente il numero non e altro che una coadunatione, ouer multitudine di unitade insieme aggregate lequale unitade se le seranno disgregate fanno multitudine, se anche le serano continue in materia fanno magnitudine, per la qual cosa fra le unitade della quantita discreta e le unitade della quantita continua subistenti in materia non ge differentia alcuna, pero che quelle sono disgregate e queste continue onde il genere continuo non e se non in el discreto, perche l'intelletto della pluralita non e in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo e necessario che la quantita continua non aenga in sostanza se non per le unitade, certamente quando hauea il signaro la parte della quantita e necessario che la sia vno ouero plu (come fu detto) ma ogni pluralitate (come e detto) si e dalle unitade onde appertamente ne da intendere che la quantita cosi discreta come continua hanno vna sola radice, pero che sono composite d'una sola cosa.

Diffinitione.iii.

3 L'ordine naturale de numeri se dice quello in lo quale la compositione de quilli e fatta secondo che e' lo aggiungimento della unita.

Il Traduttore.

Come questo 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12. & cosi procedendo, e questo ordine e detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedemo secondo tal ordine cioe digando, vno, e duoi, e tre, e quattro & cetera.

Diffinitione.iiii.

4 La differentia di numeri, se dice quel numero inelquale el maggiore abunda sopra il minore.

Il Traduttore.

Questa diffinitione da se e manifesta perche communamente cadauno fa quello che lei dice, perche cadauno sapera dire che la differentia di 4. a 3. e duoi & cosi de 12. a 7. che la e 5. & di 20. a 13. che la e 7. & cosi inelli altri.

Diffinitione.v.

5 Quel numero se dice esser multiplicato per un altro, ilquale se e' assunto tante uolte, quante unita e' in lo multiplicante.

Il Traduttore

Il Traduttore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente il moltiplicare non e altro in sostanza che il sommare abenche in altro parano diuersi & molti mal esperti del moltiplicare se seruano del sommare in le sue occurrente verbi gratia occorrendogli a moltiplicare (poniamo) 5. sia. 16. lor. mettaranno quel vinticiel cinque volte cioe l'uno iorto all'altro (come appar in margine) & poi li assunarono insieme secondo l'atto del sommare & cosi haueranno moltiplicato il detto vinticiel per cinque per hauerlo assunaro, ouero tolto tante volte quante sono le vnita del moltiplicante e questo e quello che se vol inferire, alcun ne potria imputare de audacia per, hauer lo preterito in queste diffinitioni l'ordine della tradotione di Campano il qual mette in questo locho la diffinitione de numeri primi in li. 7. sequenti quella di composti & quella di contra se primi & quella de communicanti; lequale da noi sono state poste in fine, lo rispondo che tal suo ordine mi par corrotto & non credo che Euclide cosi se affettasse la ragione e questa, come intendera vno niune di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha notitia come se intende vn numero misurare un altro laqualcosa se diffinisce in la sequente settima diffinitione, ne etiam la detta settima diffinitione se prima il non ha notitia che cosa sia moltiplicare uno numero per vn altro laqualcosa se diffinisce in questa quinta, adonque quelle debbeno esser posposte a queste che cosi si e il costume di Euclide.

16

16

16

16

16

Somma 130 ouer prodotto

Diffinitione. vi.

io Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice prodotto
o detto.

Il Traduttore.

A Benche questa diffinitione si ponga disgiunta, la si die intendere conchi Anuatiu alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accrescimento che resulta della multiplicatione de quelli duol numeri (detti in la precedente) se dice prodotto.

Diffinitione. vii.

¶ Un numero se dice numerare uno altro, il quale moltiplicado secondo alcun numero produce quel medesimo.

Il Traduttore.

Verbi gratia dirasse che. 8. numerare. 2. 4. perche moltiplicato il detto. 8. per 3. produce quel. 24. & similmente se dira che. 6. misura ouero numera il medesimo. 24. pche moltiplicato il detto. 6. per. 4. produce esso. 24. ma il no se dira che. 5. misura ouer niera il detto. 24. pche il detto. 5. no si po moltiplicar per

Il Traduttore.

Esempio, tal parte; ouero simil parte se dira esser. 3. di. 12. qual e. 8. di. 32. perche l'ua e l'altra e denominata da vno medesimo numer che. 4. cioe che cad a una e il quarto del suo tutto similmente tal parte se dira essere. 5. de. 15. quale e. 9. de. 27. ouero. 8. de. 24. perche tutte sono denominate da uno medesimo numero che e. 3. cioe che cadauna e il terzo del suo tutto.

Diffinitione. xi.

16 La prima semplice parte d'un numero e la unita.

Il Traduttore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perche hanno piu parti come exempli gratia il 12. il quale e misurato da questi quattro numeri. 2. 3. 4. 6. & similmente e misurato dalla vnita, adonque cadauno de loro insieme con la vnita vera a esser parte del detto. 12. perche el detto. 12. haueria. 5. specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che e la vnita la quale vnita vera a esser la duodecima parte di esso. 12. e questo e quello che in questa diffinitione se voi inferire.

Diffinitione. xii.

16 Quando duoi numeri haueranno una parte communa, tante parti se dice esser il minore del maggiore, quante volte la medesima parte sera in lo minore, de tante quante la medesima parte sera in lo maggiore.

Il Traduttore.

Exempli gratia. 18. & 24. hanno piu parti commune ma la piu grande (che cosi si debbe intendere) si e il. 6. hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser. 18. de. 24. quante volte e il. 6. nel detto. 18. cioe quante volte il detto. 6. intra, ouer numera il detto. 18. (lequale sono 3.) de tante quante il detto. 6. sera ouero intrara nel. 24. (lequale sono quattro) perche se dira. 18. essere il. 3. quarti de. 24. & da pratici se deplunge in questo modo.

Diffinitione. xiii.

17 La proportion d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che e el detto minore del maggiore, ma dal maggiore al minore se dice in quel numero secondo che il maggiore contien il minore e parte, ouer parti di quello.

Il Traduttore.

Quius l'author ne diffinisse doue se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li duoi modi che si poi far la comparatione, cioe comparando il numero minore al numero maggior, ouer comparando il maggior al minore se dice che la proportion d'un numero minor a un numero maior se dice in questa parte.

ouer parti che il detto numero minore e del maggiore, exempli gratia la proportion di 6. a. 12. se dice esser il mezzo ouer la mitade, & perche tai parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$. Bouetio Seuerino chiama tal specie di proportion subdupla per esser il numero di sotto la uirgula duplo a quel di sopra & cosi la proportion di 4. a. 12. secondo Euclide dirassi esser il terzo & secondo Bouetio, subtripla, & cosi da 3. a. 12. secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Bouetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioe quella che secondo Euclide se dira esser uuo quinto ouer vn sesto, ouer vn settimo, ouer vn ottauo, &c. secondo Bouetio le dira sub quincupla, sub sexupla, sub settopla, sub ottopla, &c. & finalmente la proportion di 8. a. 12. secondo Euclide se dira esser duoi terzi ma secondo Bouetio tal specie di proportion se dira sub sexquialtera, perche il numero sotto alla uirgula contien vna volta e mezza quel di sopra & cosi la proportion di 9. a. 12. secondo Euclide se dira esser tre quarti & secondo Bouetio se dira sub sexquitercia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, &c. secondo Bouetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisesa & cosi discorrendo in le altre specie de parti ma quando che la comparatione se fa d'uno numero maggiore a vn minore dice l'author che tal proportioni se dice in quello numero secondo il qual il numero maggiore contien il minore, & parte ouero parti quello, exempli gratia la proportion di 2. a. 4. secondo Euclide se dira essere 2. cioe duoi tali come, 12. cioe che il 2. 4. contiene due volte il 2. & secondo Bouetio se dira proportion dupla, & tal specie di proportion secondo Bouetio & altri se depinge cosi $\frac{1}{2}$; la qual cosa non vol dire altro che duoi integri comparati a uno & cosi la proportion di 2. a. 3. secondo Euclide se dira esser, $\frac{2}{3}$, cioe che 2. 4. e tre tali come, 8. ouero che, 24. contien, 3. volte, 8. ma secondo Bouetio se diran tripla, & depingesi cosi $\frac{1}{3}$; & cosi quelle che secondo Euclide se denominarono di 2. a. 4. 1. 6. &c. secondo Bouetio se diran quadrupla, quintupla, sexupla & cosi discorrendo, similmente la proportion di 2. a. 16. secondo Euclide se dira esser vn e un mezzo perche il numero maggior contien il minore vna volta e mezza ma tal proportion secondo Bouetio se dira sexquialtera, & cosi la proportion di 2. a. 18. secondo Euclide se dira esser vn e vn terzo & secondo Bouetio se diran sexquitercia & cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarono da vn e vn quarto da vn e un quinto da vn e vn sesto secondo Bouetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisesa, & cosi discorrendo, & similmente la proportion di 10. a. 6. secondo Euclide se dira esser vn e duoi terzi & quella da 1. a. 4. secondo Euclide se dira esser vn e tre quarti ma secondo Bouetio la prima se dira superpartiens la seconda sub tripartiens & cosi discorrendo in le altre simile anchora la proportion di 5. a. 2. secondo Euclide se dira esser duoi e vn mezzo & quella di 1. a. 2. se dira esser tre e vn terzo & quella di 1. a. 1. se dira esser quattro e duoi terzi & quella che da 2. a. 3. se dira quattro e tre quinti la prima dellequal proportioni secondo Bouetio se dira dupla sexquialtera, la seconda tripla sexquitercia la terza quadrupla superbipartiens la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi si va procedendo in le altre parti che longo seria a voler dar esempio a cadauna anzi dubito di non esser ripreso per essermi alquanto discostato dal testo, ma il tutto ho fatto accio che siano intesi tutti li modi & varietade delli vocabuli usati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considera se conosceranno in ista dis. con la diffinitione di Euclide, idco, &c.

colloquio

Diffinitione. xliii.

Quando seranno quanti numeri si uoglia, continuamente proportionali, la proportion del primo al terzo se dira li come del primo al secondo duplicata, & al quarto triplicata,

Il Traduttore.

Questa diffinitione e simile alla .xi. & .xii. del quinto, ma quelli del quinto parlano in genere delle quantita continue, & questa parla in specialita di numeri, pero lo esempio di quelle se pol accomodar a questa ma con numeri exempli gratia siano quattro numeri continuamente proportionali & siano in la proportionalita tripla come cinquanta quattro. deciocto. sei. & duoi. dice l'author che la proportion de primo (che e cinquanta quattro) al terzo che sei se dira duplicata che e de. $54. a. 18.$ & quella che e dal detto $54. al quarto$ (cioe al 2.) dice che se dira treplicata alla medesima che e di $54. a. 18.$ perichil ne manifesta il duplicare & treplicare delle proportioni non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de vna tripla non se intende essere sesupla, ma vna nonupla, & similmente il trepplo de vna tripla non se intende essere una nonupla anzi se intende vna vintissetupla come di sopra appare, cioe che la proportion de $54. a. 2.$ e vintissetupla & e detta il triplo di quella che e da cinquanta quattro a deciocto cioe d'una tripla il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalita continua, & bisogna notare che da questa diffinitione, non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie proportioni, ma anchora si caua il modo di sapere sommare insieme due, ouero tre proportioni eguale, perche in vero (come di sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostanza non e altro che vno sommare di quantita eguale.

Diffinitione. xy.

19 Quando seranno continuate medesime, ouero diuerse proportioni, la proportion de primo al ultimo se dira composta di tutte quelle.

il Tradottore.

Hauendone l'author nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio, ouero il trepplo d'ogni specie di proportioni (fra numeri) della quarta diffinitione (come sopra di quella di sopra) se apprende solamente il modo di saper duplicare, ouero treplicare ogni specie di proportioni, ouero di sapere sommare insieme solamente due ouero tre proportioni eguale, hor in questa sostanza ne diffinisce non solamente come si debba intendere, la multiplicita, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero ne pare, & similmente come si debba intendere il componere, ouero summare insieme piu proportioni eguale, ma anchora di sommare generalmente insieme ogni quantita di proportioni o siano eguale, ouero, ineguale perche dice che quando seranno continuate simili, ouer diuerse proportioni che la proportion de primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, exempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportion de primo al ultimo se dira quadrupla a quella che iera dal primo al secondo, ouero che la detta proportion de primo al ultimo se dira essere composta, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quattro proportioni, & per esser tutte eguale la detta summa vera a essere quattro tale quale e dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intendere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero eguali ma diuersi purché siano continuate l'una conseguente, dietro all'altra & a cio meglio, me intendi, siano cinque termini de numeri cioe $24. 16. 8. 3.$ fra liquali sono continue. 4. specie di proportioni quella che fra il primo &

LIBRO

lo secondo e sesquialtera (cioe fra. 2.4.e.16.) & quella che e dal secondo al terzo (cioe da.16 a.8.) & quella che e dal terzo al quarto (cioe da.8.a.2.) & quella che e dal quarto al quinto (cioe da.2.a.3.) e vna sesquialtera, hor dico che la proportio del primo termine al vltimo cioe da.2.4 a.3 (chee una octupla) se dira esser composta di tutte quelle quattro specie di proportioni Intermedie, cioe che lei sola se dira essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dira in piu termini & in altre specie di proportioni e pero che volesse saper che cosa resulti ouer faccia vna duppla gionta con vna tripla quelle siano continue in tre termini (come si voglia) dappoi tor la proportione del primo al terzo (quala si trouera esser vna sesupla) & tanto dirassi che faccia vna dupla gionta con vna tripla e cosi farassi in ogni altra specie & quantita di proportioni accidenti in numeri.

Diffinitione.xvi.

20 La denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno o numero maggiore se dira la parte, ouero parti di esso minore, che sono nel maggiore, ma dal maggiore al minore se dira il tutto, e la parte ouer paru in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Traduttore.

IN questa l'author ne diffinisce quasi il conuerso della tertiadecima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero paru che il minore e del maggiore, & qui ui dice il conuerso, cioe che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a vno numero maggiore se dira la parte ouer parti che esso minore e del maggiore, exempli gratia la denominatione della droporitione che e da duodeci a vinti quattro e vn mezzo e da sei a decotto e vn terzo e da decotto a vinti sette e duoi terzi e da duodeci a sedeci e tre quarti & cosi discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del vintiquattro a duodeci (cioe del maggiore al minore) e duoi & da decotto a sei tre & da vinti sette a deci dotto e vn mezzo & da sedeci a.12. e vn e vn terzo e da vinti tre a quattro e cinque e tre quarti & cosi discorrendo lequale denominationi si trouano tutte partendo se antecedente per il consequente, cioe che l'aduenimento di tal paru sempre sera la denominatione di quella tal proportione.

Diffinitione.xvii.

21 Le proportioni che hanno una medesima denominatione, se dicono simile, ouer una, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggiore se li dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Traduttore.

EXempli gnatia la proportione che e da decotto a vintiquattro se dira esser simile, ouer quella istessa che e da sei a otto perche hanno vna medesima denominatione che e tre quarti similmente quella che e da quaranta quarta a duodeci se dira esser, vna ouero simile, ouero quella istessa che e da vinti duoi a sei perche hanno medesima denominatione laquale e tre & duoi terzi ma la proportion che e da noue a duodeci se dira maggiore di quella che e da sedeci a vintiquattro per esser la denominatione da noue a duodeci (laquale e tre quarti) maggior

maggiore di quella che e da. 16. a 24. (laqua! e duoi terzi) & similmente la
proportion de. 27. a. 4. se dira esser maggiore di quella che e da. 22. a. 5. perche
la denominatione di quella che e da. 27. a. 4. (laquale e sei e tre quarti) e mag-
giore di quella che e da. 22. a. 5. (laquale e quattro e duoi quinti) et e conueto.

Diffinitione. xviii.

²² Ma li numeri che la proportion de quelli e una sono detti pro-
²⁴ portionali.

Il Tradottore.

E xempli gratia per essere la proportion di. 9. a. 3. simile a quella che e da. 12
a. 4. (per le ragioni dette nella precedente) li detti quattro numeri se diran
no proportionali, il medesimo si deue intendere in altre specie di proportioni
simile.

Diffinitione. xix.

²³ Q uelli numeri se dicono termini, ouero radice de una proportio-
^o ne, alli quali e' impossibile essere tolti minori in quella medesima
proportione.

Il Tradottore.

E xempli gratia questi duoi numeri. 3. e. 2. se diranno termini, ouero radici
della proportion sesquialtera per esser impossibile a poterne trouare duoi
altri minor de quelli in la medema proportion sesquialtera, vero e che de mag-
giori sene pol trouar infiniti in tal proportione come. 6. e. 4. 9. e. 6. & cosi discor-
rendo in infinito, & se dicono termine, ouero radici di detta proportion sesqui-
altera per esser in quelli duoi il principio di tal proportion & da quelli due num-
eri li altri (di tal proportion) deriuano, il medesimo si debbe intendere in le al-
tre specie di proportioni.

Diffinitione. xx.

⁵ Numeroprimo, se dice quello, che della sola unita e misurato.

Il Tradottore.

S i come. 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. & infiniti altri simili liquali sono misurali.
ouer numerati solamente dalla unitade e per questo cadauno di loro e detto
so numero primo.

Diffinitione. xxi.

⁶ Numero cōposito se dice quello, che dall'altro numero e misurato.

Il Tradottore.

S i come. 12. liquale per esser misurato dal. 3. ouer dal. 4. se dice numero compo-
N

me detto sono quattro come nel processo si vedrà, & per questo se chiamano
petizioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concesse in altre scienze, se
chiamano commune conceptioni del animo, ouero commune sentenze come
appare in fine delle quattro petizioni,

Petitione prima.

1. Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare qua-
ti numeri mi pare equali, ouer multipli a qual numero si uoglia.

Il Traduttore.

Exempli gratia se fusse vn numero dato poniamo 16. & che per qualche no-
stro negotio ne bisognasse tore, ouer assignare vno altro numero, eguale,
ouer doppio, ouer treppio, ouer quaduplo a esso, 16. ouer in qual si uoglia, al-
tra multiplicata, l'author adimanda che gli sia concesso di poterli fare tal cosa
perche che negasse tal atto il non seria possibile a demoltrarlo con ragioni de-
mostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non pol dubitare in cosa al-
cuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperienza, tale petitione
non si puo negare.

Petitione.ii.

2. Anchora adimandamo che ne sia concesso di poter pigliare un nu-
mero maggiore quanto ne pare, di qual si uoglia numero.

Il Traduttore.

Exempli gratia sel fusse vno numero dato (ouer proposto) poniamo 2.4. &
che se ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne tore vno altro
maggiore di lui in vna ouero due, ouer piu vnita l'author similmente adimanda
che tal cosa gli sia concessa la qual per essere al intelletto euidente non si de
negare.

Petitione.iii.

3. Similmente adimandamo che ne sia concesso di poter procedere
in in finito l'ordine de numeri.

Il Traduttore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali vno solo (dall'author e detto na-
turale) & quello e quello che fu distinto in la terza diffinitione, cioe quello
che li termini si vanno eccedendo per vna vnita (come 1.2.3.4. &c. delli altri al-
cuni se vanno eccedendo per 1. come 1.3.5.7. &c. si procedendo in infinito, alcuni
per 3. come 1.4.7.10. alcuni per 4. come 1.5.9.13. alcuni per 5. alcuni per 6. alcuni per
7. &c. si discorrendo per ogni qualita di numero; alcuni altri si vano argumen-
tando in qualche specie di multiplicata come in dupla, ouer tripla, ouer in qua-
lunque altra, l'author adonque adimanda che gli sia concesso di poter procede-
re cioe crescere, ouer al gare l'ordine de numeri in infinito, & abenche tal cosa si
vede in tutti ordinamenti di sopra, questa diffinitione si debbe

Intendere del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, per
che dalla concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti derivano
da quello, laqual cosa per esser euidente all' intelletto non si ponega.

Petitione, iiii

4 Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter essere
diminuito in infinito.

Il Traduttore.

Q Visti l'author dimanda che gli sia concesso che niuno numero (per gran
do che l' sia) poterse diminuire in infinito perche in vero che andasse co
tinuamente cauandone solamente vna vnita finalmente se peruenira alla vni
ta, laqual cauandola anchora lei sera distrutto, ouer anichilato quel tal numero
talmente che piu non se potra seguire tal diminutione, & se tal atto e terminato
diminuendo solamente per vnita molto piu presto tal atto se terminara dimi
uendo per qualche numero & pero tal petitione non e da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono, x.

Prima.

1 Ogni parte e minore del suo tutto.

Il Traduttore.

Q Vesta e simile alla vltima conceptione, del primo, ma questa del primo
parla in genere, etoe in ogni specie di quantita, ma questa parla in specias
lita del numero, cioe che tolti vna parte di qual si voglia numero, o sia grande
ouer, piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero
doue se tolti, ouer assignati, & questa e concesa per communia sententia.

Seconda

2 Tutti quelli numeri che seranno egualmente multiplici a uno me
desimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno
anchora fra loro equali.

Il Traduttore.

Q Vesta di se e euidente & e quasi simile alla sesta conceptione del primo
cioe che tutti quelli numeri che serano egualmente doppj ouer trepli ouer
quadrupli a vn medesimo numero (poniamo al quinario), cioe al 5, ouero a nume
ri equali poniamo a piu quinarj, cioe cadauno al suo relativo, egle manifesto
che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero sera eguale
mente multiplice

mente moltiplice, ouer che li moltiplici tolti equalmente a cadauno de quelli, seranno equali essi numeri seranno anchora equali.

Il Traduttore.

Exempli gratia sel fusse doi, ouer piu termini de numeri, & che il se dimostra (e che vi medemo nctro (ponio. 24.) iu doppio a cadauno de detti duoi ouer piu termini, & gli manifesto che li detti termini seriano fra loro equali per che cadauno de loro veria a esser. 12. il medesimo si deue intendersi quando, che il detto. 24. fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual vi voglia altra moltiplicita, a cadauno de loro, similmente quando che l' fusse duoi, ouero piu termini de numeri, & che li moltiplici tolti equalmente a cadauno di essi termini fussono equali (poniamo che cadauno fusse vintiquattro) le cosa manifesta che quelli tai numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

4 La unita e parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Traduttore.

Exempli gratia la unita e parte de. 1. & denominata da esso. 1. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice media, ouer la mita, alcuni la chiamano una seconda, ouer secondo & descriuasi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che e sotto ala virgula (cioe il. 2.) se dice denominatore per esser quello (come detto) che de nonna la parte cioe quella unita posta sopra la virgula, la quale se dice numerator, similmente la detta unita e parte di. 3. & denominata da esso. 3. & chiamata se parte terza, ouer vn terzo, & descriuasi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per simil modo la vien a esser parte di ogni altro numero, & denominata de essi medesimi, & tutti se se descriuono secondo l'ordine detto, cioe ponendo la detta unita sopra la virgula, & quel tai numero sotto in questo modo, $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ & cosi discorredo

Quinta.

5 Quella parte e minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Traduttore.

Exempli gratia vn quarto e minore d'un terzo per esser la denominatione de vn quarto (quala e quattro) maggiore della denominatione de vn terzo (quala e. 3.) & per le medesime ragioni vn quinto e minor de vno quarto & vn sesto de vno quinto & e conuerso.

Sesta.

6 Qual si uoglia numero, tal e dalla unita, qual parte e la unita di quel medesimo.

N III

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto numero il residuo.

Il Traduttore.

Exempli gratia, se vno numero (poniamo .7.) numerà qualche numero (poniamo .35.) sottratto il detto numero (cioè .7.) dal detto numero numerato (cioè da .35.) vol che per communia sententia il detto numero (cioè .7.) numeri anchora il rimanente, il qual rimanente, veria a esser .28. laqualcosa (per la settima diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema prima Propositione prima.

Se dal maggiore de duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui & da poi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detractione fatta in tal modo, sia che'l non si troui alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla uaita quelli duoi numeri e necessario essere contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali .a. b. & .c. d. & sia il .c. d. minore & sia detratto il .c. d. dal .a. b. quante volte tu poi, & sia lo residuo .e. b. il quale residuo sera minore del .c. d. (altramente el se potria anchora detrahere) & sia detratto esso .e. b. dal .c. d. quante volte tu poi, & sia il residuo .f. d. & sia detratto lo .f. d. dal .e. b. quante volte tu poi, & sia lo residuo .g. b. elqual sia la vnita, hor dicoli detti duoi numeri .a. b. & .c. d. esser contra se primi, perche se possibile e (per l'aduersario) che sian compositi, alcun numero oltre la vnita numerara comunamente quegli. (per la vigesima prima diffinitione) ilqual poniamo che sia .h. hor perche .h. numerara il .c. d. (per la penultima concettione) numerara anchora lo .a. e. & perche il medesimo .h. numerara tutto lo .a. b. (per la vltima concettione) numerara anchora lo .e. b. adonque (per la penultima) numerara lo .c. f. per laqualcosa (per la vltima numerara lo .f. d. adonque (per la penultima) numerara anchora lo .g. e. & (per la vltima) numerara lo .g. b. & perche lo .g. b. e la vnita seguitaria il numero esser parte della vnita, ouer a quella eguale, laqualcosa e impossibile, adonque li duoi numeri .a. b. & .c. d. seranno contra se primi che e il proposito.

Ma se li duoi numeri .a. b. & .c. d. siano contra se primi, il non si trouara stato, ouer riposo, in questa mutua detractione auanti che si peruenga alla vnita & questa e il conseruio di quello che l'author propone, & se in questa mutua detractione, (per l'aduersario) sera stato, ouer riposo; auanti che si peruenga alla vnita, sia che, gi b. sia numero il quale sia detratto dal .f. d. & niente sia il residuo adonque il .g. b. numerara .f. d. adonque (per la penultima concettione) numerara anchora .e. g. & perche anchora numerara se medesimo, per la antepenultima concettione, numerara tutto lo .e. b. adonque per la penultima, numerara lo .c. f. ma per auanti e sta dimostrato che numerara lo .f. d. adonque (per la auantila penultima) numerara tutto lo .a. d. per laqualcosa (per la penultima) numerara lo .a. e. & perche fu dimostrato prima che anchora numerara lo .g. b. seguita (per la auanti alla penultima) che

N lili

anchora numeri, a, b, adonque perche il numero, b, g-numera l'uno e l'altro di duoi numeri, a, b, & c, d, li duoi numeri, a, b, & c, d, sono composti, adonque non sono contra se primi, laqualcosa e contra il presupposito, adonque per questa uia proposti qualunque duoi numeri inuestigamo se quelli sono contra se primi ouer no, perche fatta la mutua detrazione de tali sel si peruenie alla vnita quelli sono contra se primi ma essendo stato, ouero riposto auanti che se peruenga alla vnita quelli sono composti.

Problema prima Propositione. ii.

² Proposti duoi numeri fra loro composti puotemo trouare il maggiore numero che numerata communamente quelli.

Siano li duoi numeri fra loro composti, a, b, & c, d, & sia, c, d minore, adonque S'alcun numero (per la distinitione) numerata comunamente; quelli voglio trouare il massimo numero che numerata communamente quelli, secondo il modo & similitudine della precedente, minuisco, ouero dettaho il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioe il, c, d, dal, a, b, & sia il residuo, e, b, & similmente lo, e, b, del, c, d, per fina a tanto che posso & sia il residuo lo, f, d, & perche la diminutione di questo non pol esser fatta in infinito (per la vltima petitione) anchora in il proposito il non si pol peruenire alla vnita, (per la precedente) perche allhora li duoi proposti numeri seriano contra se primi laqualcosa seria contra il presupposito, sia adonque che quando hauero dettato lo, f, d, dal, e, b, per fina che potero che il residuo sia niente, hor dico il numero, f, d, esser il maggiore che numeri comunamente li duoi proposti numeri, a, b, & c, d, la causa che l'ui li numeri e manifesta, (per la penultima & antepenultima concettione) e repetita, mo l'una, mo l'altra quante volte bisogna, si come in la demonstratione del conuerso della precedente (perche lo, f, d, numerata lo, e, b,) perche quando che lui fu dettato da quello per fina a tanto che se posse non vi fu fatto niente di residuo (adonque) (per la penultima concettione) numerata & c, f, adonque (per la ante penultima) & c, d, per laqualcosa (per la penultima) numerata & a, e, adonque (per l'ante penultima) & a, b, ma che niun maggiore de, f, d, numeri a b, & c, d, cosi e manifesto, perche se questo potesse esser fatto (per l'aduersario) sia il numero, g, maggior del, f, d, ilqual numeri l'un e l'altro di duoi numeri, a, b, & c, d, perche adonque, g, numerata c, d, numerata (per la penultima concettione) a, e, & perche numerata a, b, numerata (per la vltima) e, b, adonque (per la penultima) numerata, c, f, & perche etiam numerata c, d, numerata (per la vltima) f, d, cioe il maggiore numeraria il minore, laqualcosa e impossibile.

Correlario.

Da questo e manifesto, che ogni numero che numeri duoi numeri numerata anchora, il massimo numero, numerata ambidui quelli.

Il Traduttore.

Per intelligenza di questo correlario bisogna notare qualmente che il si troua molte volte alcuni numeri fra loro composti che sono numerati da piu numeri

numeri (vno maggior dell'altro) come exempli gratia se a. b. fusse, 150. & lo. e. d. 9. o quelli doi talli sono numerati (cioe pelti senza alcun soprauanzo) comunamente, da. 2. da. 3. da. 4. da. 6. & da molti altri, tamen inuestigando per lo modo d'adi sopra si trouara che il primo residuo, cioe. e. b. sera. 60. & lo secondo cio e. f. d. sera. 30. il qual. 30. subtratto dal. e. b. fin che si pol il residuo sera nulla, onde il detto. 30. verra a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri comunamente li detti doi numeri. a. b. & c. d. Ma supponendo che si. g. numeri ancho fra lui comunamente li detti doi numeri. a. b. & c. d. (cioe che lui sia l'uno del li altri detti di sopra, poniamo. 5. per le argumentationi fatti di sopra il si manifesta qualmente il detto. g. a fortiore numerata lo. f. d. cioe il massimo & questo e quello che nel correlario si vol inferire.

Problema. ii. Proposizione. iii.

³ Proposti tre numeri fra lor composti puotemo ritrouare il massimo di numeri che numerano comunamente quelli.

Avanti che dimostriamo questa terza conclusionone hauemo pensato di dimostrare Vno antecedente di essa conclusionone cioe qualmente, proposti tre numeri potemo certificarle se essi siano fra lor composti, E per tanto siano li tre numeri. a. b. c. d. li quali voglio vedere se essi sono fra lor composti, ouer non (per la prima adunque inuestigo se li doi primi) li quali sono, a. & b. sono fra lor primi la qualcosa essendo cosi non seranno a. b. c. fra loro composti (per la diffinitione) ma se. a. & b. sono fra lor composti, sia (per la precedente) d. il massimo numero numerante quelli, il qual sel numerata. c. seranno. a. b. c. (per la diffinitione) fra lor composti, ma se quello non lo numerata, ma essi. c. & d. siano contra se primi non seranno. a. b. c. fra lor composti, perche qualunque numero il quale numerata quelli, numerata anchora il. d. (per il correlario della precedente) & cosi. d. & c. seranno composti la qualcosa seria contra al presupposito, ma se. c. & d. sono composti seranno etiam. a. b. c. fra lor composti, perche essendo per la precedente. e. il massimo numerante. c. & d. il quale etiam (per la penultima conecctione) numerata. a. & b. per la qualcosa (per la diffinitione. a. b. c. sono fra loro composti anchora per simil modo il se spera de quanti si voglia piu di tre) se tutti siano fra loro composti (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro composti) li quali etiam siano. a. b. c. voglio trouare il massimo numero il qual li numeri tutti, piglio per la dottrina della precedente, d. massimo numerante. a. & b. il qual sel numerata. c. esso e quello che cerchamo altrimenti per il correlario della precedente, seguiria il maggiore numerare il minore, Ma sel non numerata. c. tamen seranno. c. & d. fra lor composti per il presupposito, & correlario della precedente, & per la diffinitione, sia adunque il massimo numerante quelli. e. dico. e. esser il massimo numerante. a. b. c. la causa perche il numerata quelli e manifesta, per questo vltimo presupposito, il quale e esso, esser il massimo numerante. c. & d. & per la penultima conecctione ma la causa che non maggiore di quello numeri quelli cosi e manifesta perche se questo fusse possibile, per l'aduersario, sia. f. maggiore de. e. il qual numeri. a. b. c. il qual concludo che i numeri. a. & b. numerata, per il correlario della precedente, d. & perche anchora il numerata. c. numerata, per il medesimo correlario. e. cioe il maggiore numerata il medesimo la qualcosa e impossibile, adunque non sera alcun numero maggiore de. c. numerante. a. b. c. che e il presupposito, anchora per simil modo si puol inuestigare d.

massimo numero numerante quanti si voglia numeri piu di tre (fra lor compositi) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre e il medesimo in piu di tre, & dal vltimo processo di questa dimostratione, puotemo anchora aggiungere a questa terza conclusionone questo

³ Correlario, onde e manifesto che ogni numero numerate quanti si voglia numeri fra loro compositi, numera il massimo numeranti tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li duoi, & duoi di quelli,

Theorema.ii. Propositione.iiii.

⁴ El minore de ogni duoi numeri inequali, ouer che eglie parte, o uero parti del maggiore.

Siano duoi numeri a. & b. minor. b. dico che b. e parte, ouer parti del a. perche Souero che b. numera a. ouero non sel lo numera eglie parte di quello (per la diffinitione) sel non numera quello adonque, ouer che sono fra lor primi ouero non, se non sono fra lor primi haueranno (per la diffinitione) vna parte communna, laquala gnante volte la sera in b. tante parti sera detto essere il b. dela, (per la duodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi niente dimeno perche la vna e parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) e manifesto il medesimo per le vna,

Theorema.iii. Propositione.vi.

⁵ Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secondo, quale e il terzo del quarto, seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme quale e il primo del secondo.

Volendo Euclide dimostrare qualmente questi libri de numeri non hauere de bisogno de alcuni delli precedenti, Ma per se medesimi stare, parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantita in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonque li quattro numeri a. b. c. d. & sia b. tal parte de a. quale e d. del c. dico che b. & c. d. tolti insieme sono tal parte de a. & c. tolti insieme quale e il b. dela, perche diuisi a. & c. secondo la quantita de b. & d. & argumentare si come in la prima del quinto, perche sera che tanto son le parte de a. quante quelle del c. per la posinone, & che lo aggregato dalla prima parte de a. & dalla prima del c. sia eguale allo aggregato del b. & d. similmente anchora & lo aggregato della seconda parte del a. & della seconda del c. & perche questa aggregatione tante volte se puol fare quante volte vien contenuto il b. in a. seguita che il numero eguale allo aggregato del b. & d. tante volte sia contenuto in lo aggregato de a. & c. quante volte b. viene contenuto in a. per laqual cosa e manifesto il proposito.

Theorema.iiii. Propositione.vi.

⁶ Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parti del secondo, do quale e il terzo del quarto, il primo e il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale e il primo del secondo,

Quello

Quello che propoſſe la precedente de una parte, queſta propone di più par-
ti. E per tanto ſiano come prima li quattro numeri, a, b, c, d, & ſia che, b
ſia tal parti de a, quante & quale e il d, del c, edico che b, & d, tolti inſieme ſeran-
no tante, & tale parti de a, & c, tolti inſieme quante & quale e il b, del a, & dico
tante & tale perche la pluralita delle parti vien diſtinta da duoi numeri di qua
li l'uno vien detto numeratore, & l'altro denominatore come quando diciamo
tre quinti, il ternario numera, & il quinario denomina, perche adonque, b, e
parti del a, ſia che ſian le parti de quello numerate dal h, & denominare dal k,
& ſimilmente (per la poſitione) ſera il d, parti del c, numerate dal h, & denomi-
nate dal k, e per tanto vna delle parti del b, ſia, e, & vna delle parti del d, ſia, f,
(& per il preſuppoſito) e, ſera parte del b, denominata dal h, & parte del a, de-
nominata dal k, ſimilmente anchora & f, ſera parte del d, ſecondo, h, & parte
del c, ſecondo, k, adonque il compoſito de e, & f, ſia, g, & (per la premieſſa) g, ſe-
ra parte del b, & d, tolti inſieme ſecondo, h, & anchora (per la medefima) ſera
parte de a, & c, tolti inſieme ſecondo, k, per laqualcoſa (per la duodecima diſpo-
ſitione) b, & d, tolti inſieme ſaranno parti de a, & c, tolti inſieme numerate dal
h, & denominate dal k, imperoche il g, e parte communale de quelli, del minore
ſecondo, h, & del maggiore ſecondo, k, & perche coſi e il a, b, del a, e manifeſto il
propoſito.



Theorema.v. Propoſitione.vii.

Se ſaranno dui numeri de quali uno ſia parte de l'altro et ſia detratta
da tutti duoi la medefima parte tal parte ſera il remanente, al rema-
nente, quala e il tuto del tutto

Quel che qui propoſe Euclide de numeri, ſu propoſito de ſopra in la quin-
ta del quinto delle quantita in genere, e pero ſia che qual parte e tutto
il numero a, de tutto il numero b, tal ſia la parte, c, (detratta dal a,) alla parte d
(detratta dal b,) dico che tal parte ſera, e, (reſiduo de a,) del f, (reſiduo del b,)
qual e tutto il numero a, di tutto il numero b, (& queſta e quaſi il conuerſo del
la quinta) e per dimoſtrare queſto ſia (per la prima petitione) e tal parte de, g,
quale e il c, del d, & (per la quinta tal parte ſera a, del compoſito de g, & d, qual
e il e, del d, per laqualcoſa & quale e a, del b, adonque (per la ſeconda coniectura
ne il compoſito de g, & d, e eguale a b, leuato via dal vno, & dall'altro il d, ſe-
ra, g, equal al f, per laqualcoſa tal parte ſera, e, del f, qual e a, del b, perche tal era
e, del g, che e il propoſito,

Il Traduttore.

Queſta ſextima propoſitione in la ſeconda tradotione dice in queſta forma

Se vno numero ſara tal parte d'un altro, qual ſera una parte tolta dall'uno a
vna parte tolta dall'altro, il reſiduo del vno ſera tal parte del reſiduo di l'altro,
qual e il tuto del tutto la qual differentia e come ſiſſa della quinta del quinto, Ma
in queſta la expoſitione non ſe accorda con il teſto della prima tradotione di ſo-
pra poſto anſi ſe accorda con il teſto della ſeconda quia di ſopra poſto, perche
il ſi ſuppone in detta expoſitione che qual parte e tutto il numero a, de tutto il
numero b, tal ſia la parte, c, (detratta dal a,) alla parte, d, (detratta dal b,)
& conclude che il reſiduo, e, al reſiduo, f, ſera tal parte, qual e, tutto il nu-
mero a, de tutto il numero, b, ſi come propoſe la detta ſeconda tradotione, an-
chora biſogna notare che la parte, c, in reſpetto del numero, a, & la parte, d, in ri-
ſpetto del numero, b, ſi intende largo modo cioe aliquota o non aliquota.



Theorema.vi. Ppropositione.viii.

8 Se da duoi numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sottratte
8 quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, sera quelle me-
 desime parti, che e il tutto del tutto,



Questa e quasi il conuerso della sesta, come exempli gratia sel fusse che quan-
 te, & quale parti e tutto. a. di tutto il. b., tante & tale sia il. c. (detratto dal
 a.) del. d. (detratto dal. b.) dico che lo. e. (residuo del. a.) sera tante, & tale parti
 del. f. (residuo del. b.) quante & quale e lo. a. del. b. & per dimostrare questo sia.
 g. vna delle parti del. a. & h. una delle parti del. c. & (per il presupposito) .g. se-
 ra tal parte del. a. qual e. h. del. c. & tale del. b. qual e. h. del. d. adonque sia detrat-
 ta. h. del. g. & rimanza. K. & k (per la precedente) sera tale parte del. e. qual e'.
 g. del. a. & tale del. f. (per la medesima) qual e'. g. del. b. adonque perche. e. & f.,
 hanno vna parte communa la quale e'. K. (per la duodecima diffinitione) .e. se-
 ra tante parti del. f. qual parte e'. K. del. e. & tale quale e'. K. del. f. & perche tante
 & tale era. a. del. b. e manifesto il proposito.

Il Traduttore.

El testo di questa soprafcritta propositione in la seconda traduzione dice
 in questa forma,

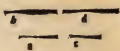
Se vno numero sera tal parti d'un altro, qual sia vna porzione tolta dal vno
 di vn a porzione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente sera le medesime
 me parti quale e il tutto del tutto, Et questo e molto concordante con la sopra-
 scritta argumentatione.

Il Traduttore.

Anchora bisogna notare (per intelligentia della soprafcritta argumenta-
 tione che se lo numero. a. fusse il cinque sest del. b. & similmente la parte. c.
 della pre. del numero. g. veria a esser vn quinto del. a. & vn sesto del. b. & similmente
 h. veria a esser pur vn quinto del. c. & vn sesto del. d. onde (per la precedente)
 K. veria a esser similmente vn quinto del. e. & vn sesto del. f. si come. g. del. a. &
 del. b. onde il detto. e. (per la duodecima diffinitione) veria a esser tante parti
 del. f. quante volte che. K. numera. e. (che sono cinque) etale quante il detto. k.
 numera. f. (che sono sei) cioe cinque sest che e il proposito.

Theorema.vii. Propositione.ix.

2 Se feranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secon-
9 do, quala e il terzo del quarto, permutatam ente sera tal parte, o-
 uero parti il primo del terzo qual parte, ouer parti e il secondo del
 quarto



Si a. a. primo tal parte del. b. secondo quala e il. c. terzo del. d. quarto, & sia a
 & b. minori del. c. & d. perche essendo altrimenti seria il contrario di quello
 che se ppono, dico che qual pre. ouer pte. a. del. c. tal ouer tale e il. b. del. d. per-
 essendo diuiso. b. secondo la quarta de. a. & d. secondo. c. (& p lo presente supposito
 to) tanti parti feranno quelle del. b. quante quelle del. d. & perche ciascuna del
 le parti

le parti del b. e uguale al a. & ciascuna del d. a. e. a. e. parte ouero parti del c. (per lo presente presupposto, & per la quarta) era ciascuna delle parti del b. della sua comparata delle parti del d. (come la prima della prima, la seconda della seconda, & così de tutte le altre) tal parte, ouero parti, quala ouero quale è a. del c. adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante volte bisognara) sera tal parte, ouer parti, b. del d. quali ouero quale è a. del c. che è il proposito.

Theorema. viii. Propositione. x.

Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia: tal parti del secondo, quale è il terzo del quarto, sera permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quala, ouero quale è il secondo del quarto.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Theorema. ix. Propositione. xi.

Se seranno quattro numeri proporzionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secodo sera tal parte, ouero parti del primo quali, ouero quale è il quarto del terzo, ma se il secondo sera tal parte, ouer parti del primo quala, ouero quale è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proporzionali.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Se la proportione dal a. al b. si come dal c. al d. & sia maggiori. a. & c. dico che qual parte, ouer parti è b. del a. tal parte, ouer tale è il d. del c. & conuerso perche (p la puerfione della diffinitione delle proportioni simili) sera che quante volte il b. è in a. tante volte sia il d. in c. & se alcuna parte, ouer parti del b. soprabondano in a. tal parte, ouer parti del d. soprabondano in c. & per tanto se b. sera contenuto in a. senza superfluita de parte, tante volte senza superfluita sera contenuto il d. in c. (per la diffinitione delle parte simili) qual parte sera il b. del a. tal sera il d. del c. ma se b. sia prenuo in a. (quante volte si voglia) con la superfluita de parte & tante volte le prenera il d. in c. & con la superfluita di simil parte, diuiso a. secondo b. accioche sopraueni. e. & o secondo d. accioche sopraueni. f. sera tal parte. e. del b. qual è f. del d. ma perche tante volte se contra il b. in la differentia del a. al e. quante volte il d. in la differentia del c. al f. sera (per communia scientia) tante volte, e. in a. quante volte e. f. in c. conciosia cosa adonque che a. & b. habbiano, e. parte communia & similmente, c. & d. habbiano. f. e per tanto, e. è in b. tante volte quante è lo f. in d. & similmente e. ed in a. tante volte quante f. in c. & sera (per la duodecima diffinitione) il b.

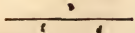
ante & tale parti del a, quante & quale sera il d. del c. ma si el b. sia contenuto (quante volte si voglia) in a. con superfluita de quante si voglia parti, anchora tante volte se contenera il d. in el c. con superfluita de tante & simile parti diuiso. a. secondo, b. a. edoche soprauancie, similmente, c. secondo, d. a. edoche soprauancie, e. tante & tale parti del b. quante & quale sera il d. del c. & cosi tolta vna de quelle argumentando come prima, & cosi e manifesto il primo proposito; il secondo se dimostra in questo modo, sia b. tal parte, ouer parti del a. quala, ouer quale e il d. del c. dico che la proportione del a. al b. sera si come del c. al d. per che se e tal parte e manifesto il proposito, ma se eglie tale parti diuisi quegli secondo quelle parti se manifesterà tante volte essere il b. in a. quante volte e il d. in c. & tal parte, ouer parti del b. soprauanzare in a. quala ouer quale del d. soprauanzano in el c. & cosi (per la diffinitione) la proportione del a. al b. e si come del c. al d. & cosi e manifesto il tutto.

lab abubno li e enap onno onny conelchilic onno onno

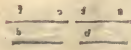


Theorema. x. Propositione. xii.

11 Se da duoi numeri, seranno dettratti duoi numeri, secondo la proportione, la proportione del rimanente allo rimanente sera si come dal tutto al tutto:



Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantita in genere qui indefinito propone qua de numeri, exempli gratia sia la proportione de tutto a a tutto b. si come del c. (dettratto dal a.) al d. (dettratto dal b.) dico che dal c. (residuo del a.) al f. (residuo del d.) sera si come dal a. al b. perche se a. sia minor de b. sera (per lo precedente presupposito) & per la conuersione della diffinitione) tal parte, ouer parti c. del d. quala, ouer quale e a. del b. (per la settima adonque, ouero ottaua) sera e. tal parte, ouer parti del f. quala ouer quale e a. del b. adonque (per la diffinitione) sera una medesima proportione che e il proposito, ma se a. sia maggiore del b. sera (per la prima parte del a. precedente) qual parte, ouero parti b. del a. tal a. ouero tale sera il d. del c. a qual cosa (per la settima, ouero ottaua) tal a. ouer tale sera f. del e. & cosi (per la seconda parte della precedente) de che a. f. sera si come dal a. al b. per la qual cosa e manifesto il proposito. ma la settima & ottaua danno luoco a questa duodecima ma perche questa duodecima sola contiene quanto ambedue quella, ma alcuni voleno prouare la seconda parte de questa per la decimanona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui propone questa particolarmente & quella vniuersalmente dimostrata quella in el quinto, vanamente haueria proposta questa qui in el settimo, e pero non debeno dimostrare questa vna altra volta per la decimanona del quinto, ne anchora possono adattare il modo della demonstratione di quella alla demonstratione di questa conciosia che quella se dimostra in la quantita continue in genere (per la proportionalita permutata, la quale de sotto se dimostra in numeri, ma io penso & ragionelmente si vede esser costretto Euclide usare le argumentationi del demonstrator arithmetico per causa del decimo libro il quale e manifesto non poterse trasire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantita in genere, lui le ha volute repetere vn'altra volta da esser dimostrate, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare que li per altri principii proprii cioe de numeri liguali sono piu notal intellecto di quelli per li quali fu processato nel quinto, perche li principii del quinto libro sono piu difficili per la qualita delle quantita incommunicante, & li principii numeri



di numeri molto piu oltre se applicano allo intelletto, & piu facili de quelli per che quelli hanno de bisogno de intelletto piu disposto.

Theorema.xi. Propositione.xiii.

Se seranno quanti numeri si uoglia proportionali si come sera uno ante cedente al suo conlequente consideranno tutti li antecedenti colti insieme, a tutti li conlequenti colti insieme,

Quello che propone Euclide per la tertiadecima del quinto delle quantita in ta genere per questa propone de numeri, come esempi gratia siano a.b.c.d.&e.f. proportionali dico che la proportion che e da a.a.b.b.e quella medesima che e da a.a.c.c. tolti insieme alla b.d.f. tolti insieme perche se a.c.e. siano minori del b.d.f. (per la conuersione della diffinitione) qual parte, ouer parti sera a.d.el.b, tal, ouer tale sera c.d.el.d, & e, del f. adonque (per la quinta ouer per la settia repetita quante volte bisognara) qual parte, ouer parti sera a.d.el.b, tal, ouer tale seranno li a.c.e. tolti insieme del b.d.f. tolti insieme, per la qual cosa (per la diffinitione) la proportion sera una medesima ma se li a.c.e. siano maggiori del b.d.f. (per la prima parte della vndecima) qual parte, ouer parti sera il b.d.el.a, tal, ouer tale sera il d.d.el.c, & f. del e. adonque (per la quinta, ouer settia repetita quante volte bisognara) qual parte ouer parti sera il b.d.el.a, tal, ouer tale seran li b.d.f. tolti insieme del a.c.e. tolti insieme, & cosi per la seconda parte della vndecima, la proportion del a.a.b, sera si come del b.b.c, & c. tolti insieme alla b.d.f. tolti insieme che e il proposto.

Theorema.xii. Propositione.xiiii.

Se seranno quattro numeri proportionali, anchora permutatiua, mente seranno proportionau.

El modo di arguire il qual se dice proportionalita permutata, la qual ha del nostro: o Euclide per la settadecima del quinto in le quantita in genere in questo luogo propone da esser dimostrato in numeri, come se sia la proportion de la a, al b, si come del c, al d, permutatiuamente sera de la a, al c, si come del b, al d, perche lo a, sera maggiore, ouer minore del b, similmente anchora & maggiore, ouer minor del c, sia adonque primamente minore dell'uno & dell'altro sera adonque (per lo presente presupposito & per la conuersione della diffinitione) o a, tal parte, ouer parti del b, quali, ouero quale sera lo c, del d, adonque pla nona ouer decima lo a, permutatiuamente sera tal parte ouer parti del c, qual, ouer quale sera il b, del d, per la qual cosa (per la diffinitione) la proportion sera una medesima, sia adonque a, maggiore dell'uno & dell'altro, & (per la prima parte della vndecima) sera che tal parte, ouer parti che e il b, del a, tal, ouer tale sera il d, del c, (per la nona ouer decima) tal parte, ouer parti sera il b, del d, qual, ouer quale sera il c, del a, adonque (per la seconda pte della vndecima) sera de la a, al c, si come del b, al d, terzo sia, a, maggiore del b, & minore del c, & sera (per la prima parte della vndecima) tal pte, ouer parti il b, del a, qual, ouer quale sera il d, del c, per la qual cosa (per la nona ouer decima) qual, ouer quale e la a, del c, tal, ouer tal:



fera la, b, del, d. (per la diffinitione) adong la proportion e vna, vltimamente anchora sia, a, minor del, b, & maggior del, c, & fera che tal parte ouero parti sia il, c, del, d, quala, ouero quale e, a, del, b. (per la nona) adongue (ouero decima) fera tal parte, ouer parti el, d, del, b, quala ouero quale il, c, d: l, a, per laqualcosa per la seconda parte del vndecima, del, b, al, d, fera si come del, a, al, c, & cosi manifestito il proposito & a questa cedeno la nona & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.

Theorema. xiii. Propositione. xv.

¹⁵ Se feranno quanti si uoglia numeri, & altri secondo il numero de
¹⁴ quelli & ogni duoi termini delli primi siano secondo la proportion
ne de ogni dnoi delli secondi in la proportion della equalita seran
no proportionali.

Q Vel modo di arguire elqual se dice equa proportionalita che dimostrette Euclide per la vigesima seconda del quinto delle quantita in genere, le propone in questo luoco da dimostrar in numeri nella proportionalita diretta ma la equa proportionalita laqual dimostrette per la vigesimaterza del quinto della proportionalita delle quantita indirettamente proportionale el non propone de dimostrarla in numeri, ma quella dimostrar emmo noi qui de sotto sopra la decimanona di questo, ne e necessario che dimostremo in numeri quello che fu dimostrar o (per la vndecima del quinto delle quantita in genere) cioe se quante si vozia proportion (in numeri) seranno eguale a vna medesima proportion che sia necessario quelle esser fra loro eguale perche quello e manifestito per la diffinitione che se del, a, al, c, & del, c, al, f, sia si come del, b, al, d, fera lo numero, a, del, c, & lo numero, e, del, f, tal parte, ouer parti, quala, ouero quale e il, b, del, d, ouer tante volte lo, a, contegnara il, c, &, e, lo, f, q tante volte il, b, contegnara il, d, & tal parte, ouer parti del, c, soprauancaranno in, a, & dello f, in, e, quala ouer quale del, d, in el, b, perche adongue qual parte ouero parti e lo, a, del, c, tal ouero tale e lo, e, del, f, ouero quante volte lo, a, pten el, c, tante volte lo, e, contien lo, f, & qual parte ouer parti del, c, soprauancano in, a, tal ouer tale del, f, soprauancano in, e, fera (per la diffinitione) del, a, al, c, si come del, c, al, f,

Siano adongue (come se propone) li numeri, a, b, e, & li altri, tal altri, c, d, f, & sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, & del, b, al, e, si come del, d, al, f, dico che in la equa proportionalita sera del, a, al, c, si come del, c, al, f, perche (per la precedente) sera del, a, al, c, si come del, b, al, d, & del, b, al, d, si come del, c, al, f, per la equalcosa del, a, al, c, sera si come del, c, al, f, adongue (per la medesima) del, a, al, c, sera si come del, c, al, f, il medesimo sera togliendone de piu & cosi e manifestito il proposito, ma perche Euclide non pponne da dimostrar in numeri le altre quattro specie della proportionalita lequale sono la conuerfa, la congiunta, la disgiunta, & la euersa, pensamo esser conueniente dimostrar quelle cose che l'authore ha lassate come cose facili da dimostrar, adongue primamente dimostraremo la conuerfa, exempli gratia effeudo dal, a, al, b, si come dal, c, al, d, dico che el conuerario dal, b, al, a, sera si come dal, d, al, c, perche se, a, sera minor del, b, anchora, c sera minor del, d, & tal parte, ouer parti sera, a, del, b, quala ouer quale sera, c, del, d, per laqualcosa (per la seconda parte della vndecima) sera del, b, al, a, si come del, d, al, c, ma se, a, sera maggiore del, b, anchora il, c, sera maggiore del, d, & (per la prima parte della vndecima) tal parte, ouer parti sera il, b, del, a, quala, ouero quale sera, d, del, c, adongue (per la diffinitione) sera del, b, al, a, si come del, d, al, c,

Voglio

Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità.

Exempli gratia sia $dal.a.b.$ si come $del.c.d.$ dico che $dal.a.$ al $b.$ sera si come $del.c.$ al $d.$ perche permutatamente $dal.a.b.$ al $c.$ d. sera si come $dal.b.al.d.$ & per la duodecima si come $dal.a.al.c.$ perche adonque $del.a.$ al $c.$ e si come $del.b.al.d.$ permutatamente $del.a.al.b.$ si come $dal.c.al.d.$

Voglio dar la dimostrazione della congiunta proportionalità.

Come se sia $dal.a.al.b.$ si come $dal.c.al.d.$ dico che $dal.a.b.$ al $b.$ sera si come $dal.c.d.$ al $d.$ perche permutatamente sera $dal.a.al.c.$ si come $dal.b.$ al $d.$ per la qual cosa (per la terzadecima) $dal.a.b.al.c.d.$ sera si come $dal.b.al.d.$ permutatamente adonque sera $dal.a.b.al.b.$ si come $dal.c.d.al.d.$

Resta a stabilire la euersa proportionalità in numeri.

Come se sia $dal.a.b.$ al $b.$ si come $dal.c.d.$ al $d.$ dico che $dal.a.$ al $c.$ sera si come $del.c.al.d.$ al $c.$ perche permutatamente sera $dal.a.b.al.c.d.$ si come $dal.b.al.d.$ per la qual cosa (per la duodecima) sera si come $dal.a.al.c.$ permutatamente, adonque sera $dal.a.b.al.a.$ si come $del.c.d.al.c.$ e per tanto e manifesto il tutto.

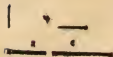
Anchora da queste eglie lieue cosa a dimostrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantita in genere cioe che se la proportion del primo termine al secondo sera si come del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo sera si come dal sesto al quarto, sera la proportion del primo & quinto tolto insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

Exempli gratia essendo $dal.a.al.b.$ si come $dal.c.al.d.$ similmente $dal.e.al.f.$ si come $dal.g.al.h.$ dico che $dal.a.$ & $e.$ tolto insieme al $b.$ sera si come $dal.c.$ & $f.$ tolto insieme al $d.$ perche per la conuersa proportionalità sera $dal.b.al.c.$ si come $dal.d.al.f.$ per la qual cosa per la equa proportionalità $dal.a.al.c.$ sera si come $dal.e.al.f.$ adonque congiuntamente $dal.a.$ & $e.$ al $b.$ sera si come $dal.c.$ & $f.$ al $d.$ & per la equa proportionalità $dal.a.$ & $e.$ al $b.$ sera si come $dal.c.$ & $f.$ al $d.$ che e il proposito, & per lo medesimo modo tu approuera il conuerso. Se sia $dal.b.al.a.$ si come $dal.d.al.c.$ & similmente $dal.h.al.g.$ si come $dal.f.al.e.$ dico che $dal.b.al.a.$ & $al.c.$ sera si come $dal.d.al.c.$ & $al.f.$ perche sera (per la conuersa proportionalità) $dal.a.al.b.$ si come $dal.c.al.d.$ per la qual cosa (per la equa proportionalità) $dal.a.al.c.$ sera si come $dal.c.al.f.$ & congiuntamente $dal.a.$ & $e.$ al $b.$ sera si come $dal.c.$ & $f.$ al $d.$ & $e.$ al $b.$ adonque al contrario $dal.c.al.a.$ & $e.$ sera si come $dal.f.al.c.$ & $f.$ adonque (per la equa proportionalità) sera $dal.b.al.a.$ & $e.$ si come $dal.d.$ al $c.$ & $f.$ che era il proposito. Da questo anchora e manifesto che se la proportion de quanti si voglia numeri al primo si come de altri tanti al secondo, sera del aggregato de tutti li antecedenti al primo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secondo. Similmente al conuerso se la proportion del primo a quanti si voglia numeri si come del secondo a altrettanto altri sera del primo aggregato de tutti li consequenti a esso medesimo si come del secondo allo aggregato de tutti li consequenti a esso medesimo.

Theorema.xiii. Propositione.xvi.

$\frac{16}{15}$ Se la unita numerara alcun numero tante volte quante qualunque

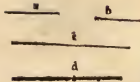
terzo numerara alcuo quarto, sera anchora permutatamente che quante uolte la uuita numerara il terzo tante uolte il secondo numerara il quarto,



Come se sia la vnita a.l.a. il come il b.al.c. sera permutatamente la vnita al.b. siccome la.a.al.c. & questa nō e superflua dalla dimostrata proportionone permutata,perche non puo esser concluso da quella quello che qui se propone. Perche quella fu dimostrata in quattro numeri proportionali. Ma la vnita non e numero per la diffinitione adonque per questo modo manifesta il proposito, sia dulto, a. per le vnita & c. secondo la quantita de.b. seranno (per lo presente presupposito) tanti parti in. a. quante in. c. & perche ciascuna delle parti de. a. e la vnita & ciascuna delle parti de. c. e eguale al. b. sera che quante volte la vnita sia in. b. tante volte ciascuna delle parti de. a. sia in la sua comparata delle parti del. c. adonque (per il modo della demonstratione quinta seguita tante volte esse re. a. in. c. quante volte e la vnita in el. b. che e il proposito.

Theorema. xy. Propositione. xyii.

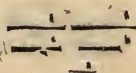
¹⁷ Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro quelli che da quelli uien prodotti seranno equali.



S I come se dal. a. in. b. peruenga. c. & dal. b. in. a. peruenga. d. dico che. c. & d. seran equali. Perche concioza che. b. multiplicato per. a. produca. c. (per la conuersione della diffinitione) sera il. b. tante volte in. c. quante che la vnita e in a. adonque (per la precedente) sera lo. a. in. c. quante volte e la vnita inel. b. & per che tante volte e la. a. etiam inel. d. (perche del. b. in. a. e fatto il. d.) seguita che tante volte sia lo. a. inel. c. quante volte e inel. d. (per la conuersione) adonque c. & d. sono equali. possino anchora questa conclusionone proponere per questo altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri sia dutto in l'altro dall'un e l'altro dutto peruen in medesimo numero come se dal. a. in. b. peruenga. c. il medesimo peruenira del. b. in. a. perche in vero del. a. in. b. vien fatto. c. sera come prima (per la conuersione della diffinitione) il. b. in. c. quante volte la vnita e in. a. & permutatamente (per la precedente) era. a. in. c. quante volte la vnita e in. b. perche adonque. a. tante volte vien contegnuto in. c. quante vnita e in. b. seguita per la diffinitione che dal. b. in. a. vien fatto. c.

Theorema. xvi. Propositione. xyiii.

¹⁸ Se uno numero sera dutto, ouero multiplicato in duoi altri la porzione dellidui prodotti, cioe dall'uu all'altro, sera si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.



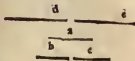
E xempli gratta sia multiplicato il numero. a. in l'uno e l'altro de duoi numeri. b. & c. & di tal multiplicatione perueni. d. & e. dico che la proportionone uel. d. al. e. sera si come quella che e dal. b. al. c. perche si seguita (per la conuersione della diffinitione del multiplicare) che el. b. sia tante volte inel. d. & similmente il. c. inel. e. quante el. a. vnita uel. a. per la qual cosa la proportionone del. d. el. b. e si come del. e. al. c. (perche contengono quelli equalmente, che e quante volte che l. a. contien la vnita) adonque permutatamente dal. d. al. e. sera si come dal. b. al. c. che e il proposito.

Theorema

Theorema.xvii, Propositione.xix

¹⁹ Se duoi numeri se multiplicarāno in uno altro numero, la por-
¹⁸ tione de quelli duoi prodotti sera si come quella delli duoi
 multiplicanti.

Questa (p la puerfione della antecedente della precedente) occlude la me-
 dema passione che e in la pñessa come se l'uno e l'altro di dui numeri
 b.&c. multiplichino lo numero.a. & peruenghi.d.&c. e, dico che dal.d.al.e.
 sera si come dal.b.al.c. perche (per la antecedente della precedente) sera
 che dal.a.in.b.&c. vien fatti.d.&c. per la qualcosa (per la precedente) del.
 dal.e.sera si come dal.b.al.c. che e il proposito. Et nota che quello che se
 propone per questa & per la precedente de duoi numeri tut puoi applicare
 a quanti numeri te pare, perche se vno numero multiplica quanti si voglian
 numeri sera la proportion de prodotti & di multiplicati vna medesima, si-
 milmente anchora se quanti si voglian numeri multiplicano vno numero la
 proportion de prodotti, & di multiplicanti sera vna. laqualcosa per questa
 & per la precedente repete quante volte bisogna facilmente tu appro-
 uarai ma in questo luogo (come habbiamo promesso sopra la quintadeci-
 ma propositione) volemo dimostrare la equa proportionalita in quanti si
 voglia numeri de duoi ordini della proportionalita indirettamente laqual
 dimostra Euclide per la vigesima terza del quinto in le quantita in genere
 diſtmo adonque perche.



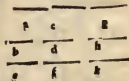
Se quanti si voglian numeri seranno de altritanti indirettamen-
 te proportionali, li estremi anchora in la medesima proportion
 seranno proportionali:

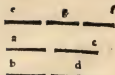
E xempli gratia essendo dal.a.al.b.si come dal.d.al.f. & dal.b.al.e. si come
 dal.c.al.d. dico che dal.a.al.e. sera si come dal.c.al.f. & per dimostrare
 questo sia dutto.c.in.d.&c.f. & peruenza.g.&c.h. & sera (per la precedent dal
 g.al.h. si come dal.d.al.f.) (per laqualcosa) & si come dal.a.al.b. anchora sia
 dutto.f.in.d. & peruenza.k.&c. (per questa decima non a propositione) sera
 dal.g.al.k. si come dal.c.al.f. & perche dal.f.in.d. e fatto.k. fara il medesimo
 al contrario (per la decima settima propositione) dal.d.in.f. perche adon-
 que dal.c.&d.in.f. sono fatti.h.&c.k. sera (per questa decimanona propositione)
 dal.h.al.k. si come dal.c.al.d. per laqualcosa e si come dal.b.al.e. Et per
 che eglie stato dimostrato che dal.g.al.h. e si come dal.a.al.b. (per la quinta-
 decima propositione) sera dal.a.al.e. si come dal.g.al.k. Et cosi era anchora
 dal.c.al.f. adonque dal.a.al.e. e si come dal.c.al.f. che e il proposito. Il me-
 desimo tu approverai se in l'uno e l'altro ordine seranno piu di tre numeri,
 procedendo come in la vigesima terza del quinto fu prouado di piu di tre
 quantita.



Theorema.xviii. propositione.xx.

²⁰ Se seranno quattro numeri proportionali quello che uien pro-
¹⁹ duto dal primo in l'ultimo, sera eguale a quello che uien produ-
 to dal duto del secondo inel terzo, Ma se quello che e prodotto
 to dal primo inel ultimo e eguale a quello, che e prodotto dal
 secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.

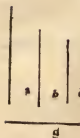




Quello che propoſe Euclide in la quinta decima del ſeſto de quartiliſ nee proportionali, in queſto luoco propone de quattro numeri proportionali verbigtraria, ſia la proportionē dal .a. al .b. ſi come dal .c. al .d. & ſia il prodotto del .a. in el .d. & el .b. in el .c. ſi dico che .e. & .f. ſono equali, & e conuerſio, & per dimoſtrar queſto ſia dutto .a. in .b. & ſia fatto .g. & ſera (per la decima ottaua propoſitione) dal .g. al .e. ſi come dal .b. al .d. & perche (per la decima ſettima propoſitione) dal .b. in .a. e fatto .g. & dal medefimo .b. in .c. e fatto .f. ſera (per la decima ottaua propoſitione) dal .g. al .f. ſi come dal .a. al .c. ma per la quattadecima e dal .a. al .c. ſi come dal .b. al .d. adonque dal .g. al .f. ſera ſi come dal .g. al .e. Adonque .f. & .e. ſono equali che e il primo propoſito. Ne biſogna dimoſtrare ſe da vn numero a duoi ſia vna proportionē che eſſi ſono equali, ouer ſe eſſi ſono equali che dall'uno a eſſi ſia vna proportionē perche ſe da .g. al .e. & al .f. e vna proportionē eſſo ſera tal parte, ouer parti del e, quala, ouer quale il medefimo e del .f. & per tanto (per la concettione) e manifeſto .e. & .f. eſſer equali, ouer che tante volte .g. contenera .e. quante volte contenera .f. & ſuperflua in quello tal parte, ouer parti del e, quala, ouero quale inel medefimo ſuperflua del .f. & per tanto anchora (per la concettione) e manifeſto queſi eſſer equali. Ma ſe eſſi ſaranno equali e manifeſto (per la concettione) che, ouer .g. ſera tal parte, ouer parti del e, quala, ouero quale ſera del .f. & al preſente (per la diſſinitione) ſera de ello .g. all' uno e l'altro de quelli vna proportionē, ouero equalmente contenera l'uno e l'altro con ſuperfluita de ſimile & tanto numero de parti, & per tanto anchora (per la diſſinitione) ſera de quello all' un e l'altro vna proportionē, el ſecondo propoſito coſi e manifeſto, ſia .e. (prodotto dal .a. in .d.) eguale al .f. (prodotto dal .b. in .c.) Dico che la proportionē del .a. al .b. e ſi come del .c. al .d. & queſta e al contrario della prima parte, perche ſia come prima .g. il quale e fatto dal .a. in .b. & perche .e. & .f. ſono equali ſera dal .g. all' uno e l'altro de quelli vna proportionē, & perche come prima (per la decima ottaua propoſitione) el .g. al .f. e ſi come del .a. al .c. & al .e. ſi come del .b. al .d. ſera del .a. al .c. ſi come del .b. al .d. per laqual coſa permutatamente del .a. al .b. ſera ſi come del .c. al .d. che e il propoſito.

Theorema. xix. Propoſitione. xxi.

Se tre numeri ſaranno proportionali il prodotto delli eſtremi ſera eguale al prodotto del medio in ſe medefimo, & ſel prodotto delli eſtremi ſera eguale al prodotto del medio in ſe medefimo, quelli tre numeri ſaranno proportionali.



Si an li tre numeri proportionali .a. b. c. ſi come dal .a. al .b. coſi ſia dal .b. al .c. Dico che il prodotto del .a. in .c. e eguale al prodotto del .b. in ſe medefimo & per dimoſtrare queſto ſia poſto .d. eguale al .b. adonque ſi come dal .a. al .b. coſi e dal .d. al .c. adonque quello che vien fatto dal .a. in .c. e eguale a quello che vien fatto dal .b. in .d. (per la precedente) ma quello che vien fatto del .b. in .d. e eguale al dutto del .b. in ſe (per eſſer il .b. eguale a eſſo .d.) adonque quello che vien fatto del .a. in .c. e eguale a quello che vien fatto del .b. in ſe. Ma ſupponendo che'l dutto del .a. in .c. ſia eguale al dutto del .b. in ſe medefimo. Dico ſi come e dal .a. al .b. coſi e del .b. al .c. perche quello che vien fatto del .a. in .c. e eguale a quello che vien fatto del .b. in ſe & quello che vien fatto del .b. in ſe e eguale al dutto del .b. in .d. adonque (per la vndecima del .5.) ſi come e dal .a. al .b. coſi e dal .d. al .c. & il .b. e eguale al .d. adonque ſi come dal .a. al .b. coſi e dal .b. al .c. laqual coſa era da dimoſtrare.

Theorema

Theorema.xx. Propositione.xxi.

21 Li numeri secondo qual si uoglià proportionè minimi, numerano
22 quai si uogliati in quella medesima proportionè, equalmente, el
minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano, a. & b. li minimi numeri: in la sua proportionè, & sia d.a.l.d. si co
Sme dal a. a. l.b. dico che l'a. num era il b. & il b. l.d. equalmente. Perche co
fendo del a. a. l.b. si come dal e. a. l.d. se permutatamente dal a. a. l.e. si come
del b. a. l.d. adonque tal parte, ouer parti sera a. d. e. c. quai ouero quale e il b.
del d. Adonque se sera parte e manifesto il proposito. Ma se sera parti sia, e.
vna delle parti de. a. & f. vna delle parti de. b. & perche tal parte e. e. de. c. per
il presupposito, quai e f. del d. se ra (per la diffinitione) la proportionè del
e. a. l.c. si come del f. a. l.d. per laqual cosa permutatamente del e. a. l.f. sera si co
me del e. a. l.d. per laqual cosa etiam sera si come del a. a. l.b. adonque. a. & b.
non sono li minimi della sua proportionè: laqual cosa e il contrario de quello
che stato posto, similmente anchora.

Quanti si uoglià numeri, ouer in una medesima proportionè
ouer in diuerie minimi numerano tutti in la medesima pro
portionè ciascaduno il suo correlatiuo equalmente.

Come se siano a, b, c minimi in vna medesima proportionè, ouer in diuer
se, & siano in la medesima, ouero medesime, d, e, f. così che sia dal d. a. l.e.
come dal a. a. l.b. & dal e. a. l.f. come del b. a. l.c. Dico che a. numerati d. & b. nu
mera. e. & c. numerati f. equalmente, perche dal a. a. l.b. e come del d. a. l.e. per
mutatamente sera dal d. a. l.f. come del b. a. l.c. & pche del b. a. l.c. e come del e.
a. l.f. sera anchora permutatamente del b. a. l.e. come del c. a. l.f. per laqual cosa
dal b. a. l.e. & dal c. a. l.f. sera si come dal a. a. l.d. & perche a. b. c. sono minori de
d. e. f. sera il b. del e. & c. del f. tal parte, ouero parti quai, ouero quale e a.
del d. Adonque se son parte e manifesto il proposito. Ma se son parti sia, g.
vna delle parti de. a. & h. vna delle parti de. b. & k. vna di quelle del c. & per
lo presente presupposito, tal parte sera h. dal e. & k. del f. quai. g. del d. per
laqual cosa (p la diffinitione del h. a. l.e. & del k. a. l.f.) sera si come del g. a. l.d.
permutatamente adonque sera del g. a. l.h. come del d. a. l.e. & del h. a. l.k. come
del e. a. l.f. per laqual cosa del g. a. l.h. come del a. a. l.b. & del h. a. l.k. come
del b. a. l.c. perche adonque g. h. k. sono minori de. a. b. c. & in la medesima
proportionè seguita il contrario di quello che stato supposto.

Theorema.xxi. Propositione.xxiii.

22 Se faranno duoi numeri secondo la sua proportionè minimi essi
23 faranno fra loro primi.

Siano li duoi numeri, a. & b. secondo la sua proportionè minimi. Dico che
essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'aduerbiario) po
niamo che c. numeri quelli secondo d. & e. & f. sera (per la decima oua. pro
positione) del d. a. l.e. si come del a. a. l.b. & perche d. & e. sono minori de. a. &
b. seguita, a. & b. non esser li minimi in la sua proportionè, che e il contrario

della posizione similmente anchora,

Se quanti si uoglian numeri in continuatione delle sue proporzioni o sian una medesima, ouer sian diuerse serano li minimi niun numero li numerara tutti.

Come se siano, a, b, c, li minimi in la continuatione delle sue proporzioni. Dico che niun numero li numerara tutti. Ma se possibile sia (per l'aduersario) poniamo che, d, numeri tutti quelli & numeri, a, secondo, e, & b, secondo, f, & c, secondo, g, & (per la decima ottaua) sera del, e, a, f, si come del, a, a, b, & del f, a, g, si come del, b, a, l, c. Perche adonque, e, f, g, sono minori de, a, b, c, & secondo la proportion de quelli non erano, a, b, c, come sono stati posti che e inueniente. Ma abenche niun numero numeri, a, b, c, (essendo li minimi) come di sopra se e dimostrato tamen li puo esser che vn numero numeri duoi de quelli quatři voglia. Perche qualunque numero duto in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo all'un e l'altro perueniranno tre numeri di quali ciascuno duoi seranno composti tamen niun li numerara tutti. Et per dimostrare questo siano, a, b, c, li tre numeri di quali ciascuno sia primo agli altri & sia duto, a, in, b, & c, & perueniga, d, & e, & similmente, b, in, e, & perueniga, f. Dico che ciascuno duoi de, d, e, f, esser fra loro composti, tamen niun numero li numerara tutti, perche se manifesto ciascuno di esser composto. Perche, a, numerara, d, & e, & b, numerara, d, & f, & c, numerara, e, & f, ma che niun li numeri tutti tre, se manifestara dimostrato prima che, a, e, il massimo numerante, d, & e, & anchora, b, il massimo numerante, d, & f, & c, il massimo numerante, e, & f. Et questo cosi se manifesta, perche se, a, non e il massimo numerante, d, & e. Sia adonque, g, & numeri, d, secondo, h, & e, secondo, k, & per la seconda parte della vigesima sera del, a, a, g, si come del, h, a, l, b, & si similmente (per la medesima del, a, a, g, si come del, k, a, l, c.) Perche adonque, a, e, minore del, g, sera, h, minore del, b, & k, minor del, c, & perche del, h, a, l, k, e si come del, b, a, l, c, perche l'uno e l'altro e si come del, d, a, l, e. (per la decima ottaua) tolta due volte. Et, h, & k, sono minori del, b, & c, e seguira (per quella che seguita da poi la sequente, cioe per la vigesima quinta & per il presupposito) che, b, & c, siano anchora loro li minimi, & perche tal cosa e impossibile, cioe ritrouar se numeri minori di minimi. E per tanto seguita il numero, a, esser il massimo che numeri li dotti duoi numeri, d, & e, & per lo medesimo modo se prouara che, b, sia il massimo numerante, d, & f, & c, il massimo numerante, e, & f. Adonque se alcuno numero numerara, d, e, f, (per la correlatio della seconda tolta tre volte) esso numerara, a, b, c. Ma ciascun de quelli era primo agli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si uoglian numeri liquali un numero non li numerara, secondo la continuatione delle sue proporzioni sono minimi.

Come se siano, a, b, c, qual si uoglian numeri, liquali niuno numero li numerara tutti. Dico che essi sono li minimi in la continuatione delle sue proporzioni. Altramente se eglie possibile (per l'aduersario) siano li minimi, d, e, f, liquali per la vigesima prima numeranno, a, b, c, ciascun il suo relativo equamente. Sia adonque che secondo, g, & sera (per la decima settima) che vice uersa, g, numerasse, a, b, c, secondo, d, e, f, per laqual cosa accade il contrario della posizione.

Theorema

Theorema.xxii. Propositione.xxiii.

Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dell'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportion de primi, & che sia perturbata la proportionalita de quelli, essi in la equa proportionalita seranno proportionali.

Siano li tre numeri, a, b, c, & altri tre, d, e, f, che a duoi a duoi siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia perturbata la pportionalita di quelli, cioe che si come a, a, b, cosi sia, e, a, l, f, & si come b, a, l, c, cosi sia, d, a, l, e, cioe che in la equa proportionalita se no proportionali, cioe si come, a, a, l, c, cosi si e, d, a, l, f, perche dal a. a. l. b. e si come dal e, a, l. f. Adonque quello che vien fatto dal a, a, l, n, f, (per la vigesima prima di questo) e eguale a quello che vien fatto dal b, b, l, n, e, vn'altra volta perche si come e dal b, a, l. c. con e dal d, d, a, l, e, adonq; quello che vien prodotto dal d, d, l, n, e e eguale a quello che vien prodotto dal b, b, l, n, e & stato dimostrato che quello che vien prodotto dal a, a, l, n, f, e eguale a quello che vien pduto dal b, b, l, n, e. Adonq; quello che vien pduto dal a, a, l, n, f, (per la vigesima prima di questo) e eguale a quello che vien prodotto dal d, d, l, n, e, Adonque per la vigesima di questo si come, a, a, l, c, cosi e, d, a, l, f, che bisogna dimostrare.

Theorema.xxiii. Propositione.xxv.

Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo la sua proportion.

Overa e conueria della auanti la precedente come se siano a & b, contra se primi essi seranno secondo la sua proportion minimi. Ma se non sono li minimi (per l'aduersario) in quella medesima proportion si se e possibile, c, & d, A. donque e maniretto (per la vigesima prima) che, c, e numero, a, & d, l, b, egualmente, sia adonque come secondo, e, sera (per la decima settima) che viciueria, e, numero, a, & b, a numero, a, secondo c, & b, secondo, d, non sono a donque, a, & b, contra se primi che e contra il presupposito.

Theorema.xxiiii. Propositione.xxvi.

Se serano duoi numeri contra se primi, se alcun numero numerara un de qlli, il se appua necessariamente quel esser primo all'altro

Siano, a, & b, contra se primi & c, numero, a, dico che, c, e primo al, b, & se e eglie possibile esser altramente (per l'aduersario) poniamo che l, d, numero, e, quello, el quale (per la penultima concettione) numerara etiam, a, non sono adonque, a, & b, contra se primi perche, d, l, l, numerata ambidui.

Theorema.xxv. Propositione.xxvii.

Se seranno duoi numeri, a qualunq; altro primo qillo numero che vien pduto dal duto dell'un in l'altro al medesimo fara primo.

Sta l'uno e l'altro di duoi numeri, a, & b, primo al e, & lo prodotto dal a, in b, sia, d, dico che, d, e primo al e, & se e eglie possibile esser altramente poniamo che, e, li numeri ambidui & che numeri, d, secondo, f, hora (per la seconda parte della vigesima) del a, a, l, e, sera si come del f, a, l, b, & perche a, & c, sono primi & c, numero, e, esso sera (p la vigesima sesta) primo al a, p la qual cosa (p la vigesima quinta), a, & c, sono secondo la sua pportion minimi. Sequita adonque (per la vigesima seconda) che, e, numeri, b, & perche e stato posto che esso numeri, c, no serano, b, & c, ptra se primi laqual cosa e ptra li presupposito.

Theorema, xxvi. Proposizione, xxviii.

²⁶ Se seranno duoi numeri contra se primi, quello che se produce
²⁷ da yno de loro in se medesimo e primo all'altro.

Siano, a. & b. contra se primi & dal a. in se medesimo sia fatto, c. dico che, c. e primo al b. Perche essendo, d. equal, al a. Sara ancor, d. primo al b. & dal a. in d. sia fatto, c. (per la precedente) adonca e' manifesto el c. esser primo al b. come hauemo proposto.

Theorema, xxvii. proposizione, xxviii.

²⁷ Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi sera pri-
²⁸ mo all'uno e l'altro, quello che sera prodotto dalli dui priori sera primo a quello che sera prodotto dalli duoi posteriori.

Essendo, a. & b. priori & c. & d. posteriori & essendo l'uno e l'altro di duoi a. & b. primo all'uno e l'altro di duoi, c. & d. & lo prodotto del a. in b. sia, e. & dal c. in d. sia, f. dico che, e. e primo al f. Et qsto la vigesima setti a poltra tre volte euidentemente conclude, perche essendo, e. fatto dal a. in b. di quali l'uno e l'altro e primo al c. & al d. sera (per essa vigesima settima), e. primo al c. & anchora (per essa) primo al d. Anchora perche essendo fatto, f. dal c. in d. di quali l'uno e l'altro e primo al c. sera ynaltra volta (per essa vigesima settima), f. primo al e. che e il proposto.

Theorema, xxviii. proposizione, xxx.

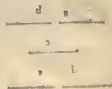
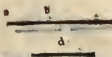
²⁸ Se seranno duoi proposti numeri contra se primi, & sia dutto l'u-
²⁹ no e l'altro de quelli in se medesimo seranno li prodotti da quelli contra se primi & similmente se l'uno e l'altro di prodotti sia dutto inel suo principio, seranno anchora li prodotti contra se primi.

Siano, a. & b. contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro in se medesimo & peruenano dal a. e c. & dal b. el d. & similmente sia dutto a. in c. & peruenaga, e. & b. in d. & peruenaga, f. Dico, e. & d. esser coera se primi & similmente, e. & f. contra se primi, perche, c. per la vigesima octaua proposizione e primo al b. per la medesima adonq sera, d. primo al a. & al c. & cosi e manifesto el primo proposito siqual e. c. & d. esser contra se primi, l'altro se dimostra co si perche l'uno e l'altro di duoi numeri, a. & c. e primo all'uno e l'altro di duoi b. & d. adonque (per la vigesima nona) sera, e. primo al f. che e l'altro proposito. Ma non solamente sera e. primo al f. ma etiam (per la vigesima settima) al b. & al d. & similmente. (per la medesima) io, f. a b. & al c. & cosi se infinit volte sera dutto l'uno el'altro di prodotti in lo suo principio auti li prodotti seran contra se primi & non solamente questo ma qual si voglia dutto dal a. qual si voglia dutto dal b.

Theorema

Theorema. xxix. propositione. xxxi.

29 Se faranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambi
31 duoi, all'uno e l'altro de quelli sera primo. Et se lo aggregato de
ambidui all'uno e l'altro sera primo, li duoi numeri anchora fra
loro seranno primi.

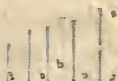


Siano. a. & b. contra se primi. Dico che il composito de. a. b. all'uno e l'altro
de quegli sera primo & conuerſo, perche se. d. numera tutto. a. b. & l'uno
de quegli numerara (per la communa ſcientia) et ſi lo rimanente per la qualcoſ
ſa non ſeranno contra se primi. Ma queſto era ſtato poſto, adonque e manifeſto
il primo propoſito. El ſecondo coſi ſe dimoſtra, ſia. a. b. primo all'uno et l'altro
di ſuoi componenti, liquali ſono. a. & b. Dico che. a. & b. ſono contra se primi, per
che poſto che. d. numerare l'uno e l'altro di duoi numeri. a. & b. ſeguiria (per
commun ſcientia) che etiam numerare. a. b. composito da quelli per la qualcoſ
ſa. a. b. non ſera primo all'uno ne all'altro di duoi numeri. a. & b. ma era poſto
che ſi ſuile all'uno & l'altro ſeguiria adonque lo impoſſibile. Anchora per lo meſ
deſimo modo ſe lo aggregato da ambidui ſera primo all'uno ſera anchora pri
mo all'altro, & pero & li aggregati fra loro, perche eſſendo il composito de. a. &
b. primo al. a. dico che ſera etiam primo al. b. eſſendo, altramente per l'aduerſa
rio poniamo che. d. numeri quegli elqual. d. (pla concertio ne) numerara etiam.
a. concioſia che numera il tutto & lo detratto ma perche queſto e inconuenien
te ſera il composito de. a. & b. primo al. b.

Theorema xxx. propositione. xxxii.

30 Ogni numero composito e numerato da alcuno numero primo
31

Sia. a. qual ſi voglia numero composito dico che alcun numero primo nume
ra quello, perche e composito ſera numerato da alcun numero. Il qual poria
mo ſia. b. ilqual. b. ſe ſera primo ſera il vero quello che e ſtato detto, ma ſe ſera
composito. Sia. c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per commu
na ſcientia) numerara. a. adonque ſe eſſo ſera primo e manifeſto quello che ſtato
detto. Ma ſe ſera composito neceſſariamente altro numero numerara quello il
qual (poniamo) ſia. d. elqual etiam (per commun ſcientia) numerara. a. del
qual ſe die tati edinare come prima. Perche adonque quante volte occorre il
composito e neceſſario pigliare vno numero minore elqual numeri lo occor
rente composito ſeguita che finalmente ſe deſenga ad alcun numero primo al
tramente accade lo impoſſibile, & contrario alla quarta petitione cioe il nume
ro deſeſſe in infinito.



Theorema. xxxi. propositione. xxxiii.

31 Ogni numero ouer che eglie primo ouer che eglie numerato da un
34mero primo.

Sia. a. qual ſi voglia numero dico che eglie primo o numerato da un primo, perche ſe lo o
uer ſera composito, quai d. a. e numerato da la precedente. la alcun primo. A. non qu
a. & c. che ſe poſſe dire che queſto numero da un primo, e il poſſe dire

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxiii.

³²
³¹ Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera e primo.

Sia. a. numero primo non numerante. b. dico che a. & b. sono contra se primi. **S**perche se c. numera quegli non e il vero che a. sia primo.

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxv.

³³ Se un numero prodotto da dui, sera numerato dalcun numero primo
³¹ mole necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli duoi.

Sia. c. prodotto da a. in b. & sia. d. numero primo ilqual sia posto numerare. **D**ico che d. numera a. ouer b. Perche numerando c. secondo, e adonque sel non numera a. sera primo a esso (per la precedente): pero seranno secundo la sua proportion minimi (per la vigesima terza) & perche del a. al d. e si come del e. al b. (per la secoda parte della vigesima) seguitara adonque (per la vigesima seconda propositione) che i. d. numerati b. che e il proposito.

Correlario.

Onde e manifesto che se alcun numero, numera el prodotto de duoi numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, sera a nchora comensurabile a uno de quelli:

Il Traduttore.

Lo soprascritto correlario conchiude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il prodotto de duoi numeri, ouer che a quello sia communicante, ouer comensurabile, che quel sera anchora comensurabile a vno de duoi producenti, laqual cosa quantunque sia vera per le cose dette di sopra non e molto chiara (massime la seconda parte) anzi ha de bisogno de un puoco de demonstratione. **S**ia adonque c. prodotto da a. in b. & sia. d. comensurabile con il detto. c. dico che il medesimo d. sera comensurabile con a. ouer b. perche essendo, e. la commun misura de d. & c. il detto c. sera numero primo, ouer che lui sera (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se egli primo numerando c. (come e sta posto) numerara etiam (per questa trigesima quinta propositione) a. ouer b. & perche numera etiam d. (dal presupposito) adonque il detto d. (per la vigesima terza definitione) sera communicante con a. ouer con b. Ma sel detto c. non sera numero primo sera (come e detto) numerato da numero primo qual pongo sia. f. ilqual f. numerando c. (per la nona definitione) numerara etiam d. & c. onde numerando c. (per questa trigesima quinta propositione) numerara etiam a. ouer b. Seguita adonque (per la vigesima terza definitione) d. esser communicante con a. ouer con b. & f. sera la lor communa misura che e il proposito.

Problema. iiii. Propositione. xxxvi.

³⁴ Puotremo ritrouare li minimi numeri secondo la proportion de
³⁵ quai numeri dati si uoglia.

Siano a. & b. li numeri proposti. Secondo la proportion de quali volemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cerchamo (per la vigesima quinta propositione) Ma se seranno composti essendo solo (come insegna la seconda propositione) il massimo numerante comunamente quelli, ilqual sia c. Et numerando quelli secondo d. & e.

& essi d. & e.

& effi. d. & e. faranno in la medesima proportionē (per la decima ottaua pro-
 portione) liquali dico effere quegli che cerchamo. Et se non sono quegli (per
 l'aduersario) poniamo se possibile e che siano. f. & g. liquali (per la vigesima
 seconda propositione) numeraranno. a. & b. egualmente. Sia adonque che
 secondo. h. & i. sera (per la seconda parte della vigesima propositione) del. c.
 al. h. si come del. f. al. d. ouer si come del. g. al. e. Per laqualcosa. c. e minor del
 h. Et per tanto concludia che. h. numerat a. & b. Adonque. c. non fu il massimo
 numerante quelli. Ma così era poſſo che adonque & ſimilmente anchora.

Correlacio.

Onde eglie manifesto il massimo numero numerante communa-
 mente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella
 proportionē.

Potemo rirrouare li minimi numeri secondo la continuatione
 delle proportioni de numeri assignati.

Come se siano. a. b. c. secondo le proportioni di quali volem retrourare li
 minimi o siano in vna medesima proportionē, ouer in diuerſe. Se nuno
 numero numerat tutti quelli, effi sono quelli che cerchamo (per la vigesima quita
 perche questo in quel luoco e ſtato demoſtrato) Ma se vno li numerat tutti plu-
 gliando (come insegna la terza) il massimo numerante communamente queſ-
 ti, ilqual ſia. d. & numeri quelli ſecondo. e. f. g. liquali faranno in la medesima
 proportionē (per la decima ottaua) Dico quelli eſſer che domandamo; & ſe
 poſſibile e eſſer altramente (per l'aduersario) ſian. h. k. l. liquali (per la vigesi-
 ma ſeconda) numeraranno. a. b. c. egualmente. Sia che ſecondo. m. & (per la ſe-
 conda parte della vigesima) ſera del. d. al. m. come del. h. al. e. ouer del. k. al. f.
 ouer del. l. al. g. Adonque. d. e minor che. m. per laqualcosa concludia che. m. nu-
 merat. a. b. c. non fu. d. il massimo numerante communamente quelli per la
 qualcosa ſeulta lo impoſſibile, perche il. d. fu poſſo eſſer il massimo nume-
 rante. a. b. c.

Correlario.

34 Onde anchora e manifesto il massimo numero numerante com-
 munamente quai ſi uoglia numeri, numerar quegli ſecondo li mi-
 nimi numeri della proportionē de quegli

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxvii.

Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della
 ſua proportionē il maggior nel minore & lo minor nel maggior
 producano il minimo da queſti numerato.

Si ano duoi numeri. a. & b. & li minimi in la proportionē de quelli. c. & d.
 & ſera per la prima parte della vigesima) che dal. a. in. d. & dal. b. in. c. vien
 prodotto yn medesimo numero, qual ſia. e. il qual dico eſſer il minimo nume-
 rato dal. a. & b. Altramete ſe poſſibile fuſſe per l'aduersario quel ſia. f. il quale ſia
 numerato dal. a. & b. ſecondo. g. & h. & (per la ſeconda parte della vigesima) ſera



del, a, l, g, si come del, a, al, b, & si come del, c, al, d, & (per la decimaottava proposizione) sera del, c, al, h, si come del, e, al, f, adonque conciosia che (per la vigesima seconda proposizione) c. numeraria, f. perche e numeraria, f. cioe l maggiore numeraria il minore, adonque per quello e impossibile e manifesto esser il vero, quello che e stato detto.

Correlario

15 Onde eglie manifesto che il minimo numero numerato da due numeri numerati qual si uoglia altro da quelli numerato.

Il Traduttore.

Questo correlario per le cose dette e manifesto, cioe che il numero, c. minimo numerato da, a. & b. numeraria, f. & per le medesime ragioni seguita che lui numeri qual si uoglia altro numerato da a. & b.

Problema, iiii. Propositione, xxxviii.

16 De quanti proposti numeri si uoglia, puotemo ritrouare il minimo numero numerato da quegli.

Siano li proposti numeri, a, b, c, d, voglio ritrouare il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da, a. & b, ma se per caso, a, numeraria, b, il non sera altro che, b, Ma sel non numeraria quello ne al contrario (cioe che, b, non numeraria, a.) se essi sono contrari se primi, quello che peruen dell'uno in l'altro sera il minimo (per la vigesima quinta quistione & per la precedente) Ma se sono comunicanti, essendo toiti il minimo in la proportion de quegli, come insegna la trigesima sesta proposizione) & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli peruenca, e alquasi se sera il minimo numerato da quegli (per la precedente) anchora per si nel modo sia trouato il minimo numerato dal, e, & alquasi sia, f, & f, sera il minimo numerato dal, a, b, c, & similmente sia trouato il minimo numerato dal, f, & d, & sia, g, & g, sera il minimo numerato dalli proposti numeri perche (per la concettione) e manifesto che tutti numeranno esso, g, Ma sel non e il minimo (per l'aduersario) poniamo se possibile e che sia, h, perche adonque, a, & b, numeranno quello (per il correlario della precedente) esso, h, sera numerato etiam dal, c, anchora (per il medesimo correlario) sera numerato etiam dal, f, & similmente dal, g, Adonque il maggior numeraria il minore che e impossibile.

Questa & la precedente sono proposte in altro luogo sotto de tre concettioni delle quale la prima e equivalente alla premissa, la seconda e composta dell sopra scripti duoi correlari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti si voglian numeri adonque la prima e & c.

Data

Dati duoi numeri potremo trouare il minimo numerato da quelli.

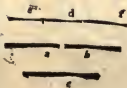
Siano li dati numeri a. & b. diquali sel minore numerata il maggiore, il maggiore e quello che cerchiamo. Altamente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurara ne l'uno ne l'altro. Se ess' uno contra se primi. Quello che peruiene dal a. in b. (qual sia c.) sera il nrisimo numerato da quelli perche se fosse possibile (per l'aduersario) che misurasseno vno minore de quello sia d. & che numerasseno quello secondo e. & f. (per la seconda parte della vigesima propositione) sera dal a. al b. si come dal f. al e. & perche a. & b. sono li minimi della sua proportion (per la vigesima quinta propositione). a. numerara. f. (per la vigesima seconda propositione) & perche (per la decima ottaua propositione) dal e. al d. e' si come del a. al f. (perche dal b. in a. & in f. vien fatti. c. & d.) seguita. c. numerare il d. Ma il d. era minore del c. per laqual cosa seguita lo fimil possibile. Ma se a. & b. fusse comunicanti bisogna negoziare il proposito come in la trigesima settima.



La seconda delle tre conclusioni e composta da ambidui di sopra scritti correlari.

Se piu numeri numerara uno numero. le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.

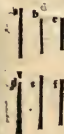
Come sel sia d. qual si voglia numero. il quale sia numerato da a. & b. & sia c. il minimo numerato da quelli. Dico che il detto c. numerara il d. Perche essendo d. maggiore del c. sel c. non numerara d. tamen numerara alcuna parte de quello, & sia e. il piu che numerara sia f. Il residuo & f. sera minore de c. perche adunque a. & b. numeranno c. numeraranno (per commun scientia) etiam e. ma numerauano d. adunque (per l'altra commun scientia) numeranno f. Seguita adunque lo inconueniente, cioe che c. non fu il minimo numerato da a. & b. El medesimo tu conuincerai (& per lo medesimo modo) de qual si voglia numerato da quanti piu numeri si voglia, cioe che'l minimo numerato da quelli tali numerara il medesimo.



La ultima delle tre conclusioni e questa.

Proposti tre numeri uoglio trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

Siano li proposti tre numeri a. b. c. & il minimo numero che numeranno a. & b. sia d. ilqual sia tolto come insegna la prima delle 3. conclusioni se adunque c. numerara d. tu saprai d. esser quello che cerchiamo, perche se a. b. c. numerano vn minore de quello qual sia e. il quale per la precedente conclusion seria numerato dal d. che e impossibile. Ma se d. non e numerato dal c. sia tolto e. minimo numerato da quelli. Ma che e sia numerato da a. b. c. e aninifetto perche c. numerara esso & similmente d. adunque & a. b. ilquali numeranno d. per laqual cosa e sera numerato dal a. b. c.



8.^a e fera il minimo numerato da a.b.c.m.a se fusse possibile esset a ltramente per l'aduerario poniamo che sia f. il quale per la precedente conclusione sera numerato dal d. & c. numerato f. (perche a.b.c. numeranno quello) per laqual cosa c.d. numeranno quello, per laqualcosa (per la precedente .c. numerara quello & maggiore di quello adonque il maggiore numeraria il minore laqualcosa non puo essere, quel medesimo, & per lo medesimo modo tu trouerai de quanti proposti numeri si vogliano.

Theorema. xxxv. Propositione. xxxix.

37 Se alcun numero numerara un altro numero, sera in el numerato 39 to parte denominata dal numerante.

El senso de questa e che ogni numero numerato dal ternario ha bbia parte terza, & lo numerato dal quinario habbia quinta & cosi de tutti li altri, come se b. numerara. a. sera in a. parte denominata dal b. Hor poniamo che li numeri quello quante volte e la vnita in. c. & (per la scistadecima propositione) sera anchora che c. numerara. a. quante volte e la vnita in. b. per laqualcosa tal parte e il c. del a. quala e la vnita del b. & perche la vnita e parte de ogni numero denominata da esso numero (per communia scientia sera c. parte del a. denominata dal b. che e il proposito.

Theorema. xxxvi. Propositione. xl.

38 Se alcun numero hauera qual si uoglia parte, il numero detto da 40 quella parte, numerara quello.

Questa e conuersa della precedente, la intentione della quala e che ogni numero che habbia parte terza sia numerato dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario, & cosi de tutti li altri, come se b. sia parte de. a. denominata dal c. seguita che c. numerara. a. perche b. e parte de. a. denominata dal c. & la vnita e parte del c. denominata da esso c. (per la conccittione) seguita che quante volte la vnita numeri c. tante volte b. numeri a. adonque (per la scistadecima propositione) quante volte la vnita e in. b. tante volte c. numerara. a. per laqualcosa e manifesto il proposito. A dimostrare il medesimo altramente essendo b. parte de. a. se tala e la vnita del c. sera (per questa communia scientia) la vnita essere parte de ogni numero da esso denominata .c. denominante b. in a. & perche b. e in a. tante volte quante e la vnita in c. euidentemente seguita il proposito.

Problema. v. Propositione. xli.

39 Potemo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu 41 proposte denominationi

Siano

Siano. a. b. c. d. li numeri denominanti le parti proposte, & e sia il minimo di
 Smerato da quelli (sotto secondo la trigesima ottava) dico esser o. e. esser quello
 che cerchiamo. & per dimostrare d'isto sia. f. g. h. k. quelli numeri secodo liquali essi
 numerano il detto. e. (& per la sedicesima & questa communia se entia, la vltra
 e parte de ogni numero da esso denominata sera vice versa che. f. g. h. k. nume-
 ranno. e. secondo. a. b. c. d. per laqual cosa sono parti di quello detto da quelli
 adonque. e. e' quello che ha le parti delle proposte denominationi. An-
 chora e' il minimo, perche essendo possibile che sia vno altro poniamo
 che sia. l. e sian le parti de. l. dette da quelli. m. n. p. q. & seranno (per la
 sedicesima & la predetta communia scientia). a. b. c. d. viceversa parti de. l. det-
 te da. m. n. p. q. per laqual cosa. e. non era il minimo che numerano. a. b. c. d. che e'
 inconueniente. Hor che hai hauuto il primo se tu vorai per quello hauere il se-
 condo, ouero quanto grande, te piace, per il secondo torai il doppio del minimo
 & se vorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche con-
 cio sia che ogni moltiplice de. e. e' numerato da. a. b. c. d. (per questa communia
 scientia. ogni numero numerante un altro quel numerato ogni altro numerato da
 quello) le necessario (per la trigesima nona) che ogni moltiplice de. e. habbia par-
 ti denominate da. a. b. c. d. adonque se il doppio de. e. non sera il secondo che
 habbia le parti delle proposte denominationi, sera vna altro il qual si come segui-
 ta essere maggior de. e. cosi seguita esser minore del doppio, & perche. a. b. c. d.
 numeranno quello (per la quadragesima) seguita (per il correlario della trigesi-
 ma ottava) che. e. numeril medesimo laqual cosa e' impossibile, perche conciosia
 che li numeri se medesimo numeraria (per questa communia scientia ogni nume-
 ro numerante il tutto & lo detratto, quel numerato il residuo) la differentia di quel-
 lo a se laqual conciosia che la sia minore, di lui il maggiore numeraria il minore
 laqual cosa non puo essere, adonque seguita il doppio de. e. esser il secondo nume-
 ro che habbia le parti delle proposte denominationi. similmente anchora tu
 arguirai il treppio de. e. esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramen-
 te perche essendo quello minore del treppio, & minor del doppio, seguita. e. nu-
 merare alcun fra il doppio & il treppio di esso, e. laqual cosa come prima
 e' manifesto esser impossibile, ma prouato il treppio essere il terzo alla sua
 similitudine de quello tu approuera il quadruplo essere il quarto & cosi in
 degli altri.

Correllario

39 Dalle qual cose e manifesto che il minimo numero numerato da
 quante si vogliono numeri, & il minimo che habbi parti denominate
 da essi numeri,

Potemo ritrouare il minimo numero, che habbia le parti de piu proposte de
 nominationi solti continuamente come sera a dire trouar minimo numero
 che habbia parte terza la qual terza habbia parte quarta, laqual quarta hab-
 bia parte quinta, ouero settima ouero qualunque altra che accada essere de-
 nominata dalle medesime, ouero da diuerse. Bisogna moltiplicare el denomi-
 nator della prima parte nel denominator della seconda, & lo prodotto da que-
 sti nel denominatore della terza & anchora quello prodotto nel denominatore
 della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla
 vltima per fin alla prima, & quello che peruenira sera quello che se ricerca che
 a el proposito sera. 60, ouer, ottantaquattro, ma d'isto con esser tu l'hauerai demo-

stratiuamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti a. b. c. d. volemo trouar il minimo numero il quale habbia vna parte denominata dal. a. in tal modo che quella parte habbia vna parte denominata dal. b. & quella vn'altra denominata dal. c. & questa vn'altra detta dal. d. adonque sia ducto. d. in. c. & peruenga. e. & e. in. b. & peruenga. f. anchora. f. sia ducto in. a. & peruenga. g. il quale dico esser quello che cerchiamo, perche conciosia che esso. g. peruenga dal. a. in. f. etiani (per la decima settima) sera. f. parte de. g. detta dal. a. ma perche f. puole dal. b. in. e. (per la medema). e. sera parte de. f. detta dal. b. & p. la medesima ragione il d. sera parte del. e. detta dal. c. & perche la vnita e parte del. d. detta da esso. d. e manifesto. g. hauer le parti come se propone. adonque sel non sera il minimo (per l'aduersario poniamo che sia. h. & sia. K. la parte di quello detta dal. a. & J. la parte del. K. detta dal. b. & M. la parte del. J. detta dal. c. anchora n. la parte del. m. detta dal. d. & (per la decima ottau & decima quarta) sera del. g. al. f. come del. h. al. K. & dal. f. al. e. come dal. K. al. l. & dal. e. al. d. come del. l. al. m. & dal. d. alla vnita come dal. m. al. n. adonque (per la quinta decima) sera in la proportion de equalita il g. alla vnita come. h. al. n. adonque permutatamente sera. g. al. h. come la vnita al. n. per laqual cosa essendo. h. minore del. g. sera. n. minore della vnita, seguita adonque lo impossibile la parte del numero (il che minore della vnita, adonque. g. sera il minimo hauente le parti come se propone, qual trouato che sera, se hauerai volonta hauer il secondo, ouero in qual altro ordine che te pare saranno da esser tolti per li multipli del minimo come e stato detto per auanti, Ma questa quadragesima prima in altro luoco e proposta secondo questo modo.

Proposte quante se uogliam parti, puotemo trouare il minimo numero continente quelle.

Come se le proposte parti siano a. b. c. & siano li numeri denominanti quelle d. e. f. & sia tolto il minimo che sia numerato da. d. e. f. il qual sia. g. questo dico esser quello che cerchiamo, perche in quello saranno le proposte parti (per la trigesima nona) il qual sel non sera il minimo continente quelle, sia adonque h. il qual. h. sera numerato da. d. e. f. (per la trigesima ottau) adonque. g. non sera il minimo numerato da quelli laqual cosa e inconueniente perche quel era posto esser il minimo. Ma lo intendote parti a. b. c. esser poste indeterminatamente & non sotto de quantita certa, perche altrimenti non seria necessario che il minimo numero che numeranno. d. e. f. fusse il minimo continente quelle parti proposte, perche el si puo retrouar plu parti lequale il numero numerato dalle denominatori de quelle non le contenera. Exempli gratia li tre numeri, liquali sono. 120. 90. & 72. sono parti de vn trigesimo numero il primo e la terza & la seconda e la quarta & io terzo e la quinta tamen il minimo che numeranno li denominatori de quelle parti il qual e. 60. non contien queste parti adonque le da esser opposto se le parti sono poste sotto quantita certa della prima confes quantita de questa dimostrazione, perche non seguiria come vien arguido (per la trigesima nona) se il ternario numerata questo adonque questo numero posto e la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, laqual causa il medesimo e quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si Vede quello che se intende esser proposto. Ma bisogna aduertire che c'plesia che ogni parte habbia in lei quinta & si poi mette requante & qual si voglia parti secondo la quantita, & ricercare qual sia il minimo numero che contene quelle tal parti & sotto qual denominazioni, & il minimo che contiene quelle e manifesto essere il minimo numerato da quelle & quelli numeri secondo liquali numeranno sono quelli che denominano quelle parti in quello anchora el se poi ponere quante & qual si voglia denominazioni & ricercare

A cercare in qual minimo se trouano queste denominationi, & secondo qual quantita. El minimo che contien quelle similmente e manifesto esser il minimo numerato da quelle, & li numeri secondo quali numeranno sono quelli liquali determinanno le quantita. Ma in l'uno e l'altro luoco se ricerca el minimo per quello, perche infiniti sono li numeri che contengono queste parti. Et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el si poi anchora poner quanti parti si voglia, & altre denominationi, ouer quante si vogliano denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne pare con quali ne pare. Ma le certe con le certe, Perche ponendo lo tre, quattro, duque, pard, & li denominatori de quelle, 6, 7, 8, & cercando lo qual numero contien queste parti sotto queste denominationi, Io fero simile allo Inquisitore cercare vanamente lo impossibile. Adonque el si conuien poner le parti certe con le denominationi certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi, Ma non liquali, perche il minimo e vno solo. Perche, ouero che sera proposta vna parte & vna denominatione, ouero piu & piu ne se potra pigliare piu numeri, che contengono quelle parti di quello sera il proposito. Perche solo e vno numero del qual el ternario e la parte quinta, & non piu. Anchora solo e quello del quale il ternario e la ottaua, & lo senario la quarta e non piu. E per tanto colui che propone le parti & le denominationi de quelle, inel tutto non e da cercare quale minimo contiene quelle parti sotto quelle denominationi, ma qual vno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conuien cercare qual minimo contien quelle, & da quali sono denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuien cercare le parti che sono dette da quelle denominationi, & in qual minimo sono trouate. Ma el si vede esser piu conueniente cercar le parti per le denominatione, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersita delle denominationi non delle parti compagna la diuersita delle proportioni.

Il Traduttore.

A Me pare che la dispositioni di questa vltima parte, non si accordi con la propositione, perche la propositione dice, che proposte quante parti si voglia che puotemo ritrouare il minimo numero che contenga quelle la qual propositione in sostanza non voi dire altra che dato che sia piu numeri, puotemo ritrouare, il minimo numero che cadauno de essi numeri darà sia parte di quello, tiqual vera e esser il minimo numerato da quelli, liquali trouandolo per il modo che insegna la trigesima ottaua, haueremo concluso il proposito. Ma lo rispositore vol che date che siano le dette parte che l'ha anchora date le denominationi & da poi per la noticia delle denominationi voi ritrouare il minimo che habbia le parte delle dette denominationi, che e quello medesimo che propone la .41. cioe lui suppone note le denominationi & incogniti le quantita delle parti, li come propone la detta .41. & questa vol al contrario, cioe vole che siano note solamente le quantita delle parti, & p la noticia di quelle vol che trouano il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen queste interpositioni io tengo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggiunte da altri, & non credo che'l contento di Euclide ne etiam le interpositione di quelli, siano d'un solo comentatore ma de piu commentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, Inmo che io tengo che le bone sostantie delli comenti fusseno di Euclide proprio perche il costume de boni & famosi Mathematici e dato che hanno la propositione immediate sottogiongono la sua ipositione & questo se verifica in Archimede Siracusano, Appolloneo pergeo I ordano & molti altri, perche le cose non facefimo, seria giudicado maggiore intelligentia nelli comentatori che interpretafse gli, che nelli propri authori, perche

è la più facile cosa a proporre una cosa vera, che a dimostrare la verità di quella. x. esempi. gratia, eghe più facil cosa a proporre (etiam a credere) che li duei angoli che sono sopra la basa del triangolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta proposizione del primo)

che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se veris

sica in tutte le altre proposizioni, cioè il succo della proposizione consiste nella de-

monstrazione di quella &

non nella sua

pllice ppo

sinoc,

• Fine del libro scetimo.

LIBRO II

A

li duei angoli che sono sopra la basa del triangolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta proposizione del primo)

che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se veris

sica in tutte le altre proposizioni, cioè il succo della proposizione consiste nella de-

monstrazione di quella &

non nella sua

pllice ppo

sinoc,

• Fine del libro scetimo.

INCOMINCIA

LOTTAVO LIBRO DE EVCLIDEDE

NUMERI SIMILI ET DELLE DENOMINAZIONI

dondi de quelli, alla similitudine della quantita continna,
& delle proportioni de essi insieme. Da Nicolo
Tartalea Brisciano reassettato & inte-
grato secondo le due tradot-

zioni & per com-
muna utilita dal latino in volgar
re tradotto & con somma diligentia delucidato,

Diffinitione prima.

¹/₁₇ I numeri sono detti lati delli numeri prodotti dalla lor multipli-
catione.

Il Traduttore.

Esempi gratia. 3. & 4. sono detti lati del. 12. cioe del prodotto della multipli-
catione de. 3. fia. 4. & similmente, 2. & 6. se diranno lati del detto. 12. & co-
si. 3. & 5. se diranno lati del. 15. per le dette ragioni.

Diffinitione. ii.

²/₁₇ Lo numero che e contenuto da duoi lati e detto numero superficiale.

Il Traduttore.

Esempi gratia. 12. sera detto numero superficiale per esser contenuto da
duoi lati liquali sono. 3. & 4. ouero. 2. & 6. & similmente il. 15. & li suoi lati so-
no. 3. & 5. ma. 13. ne. 17. ne. 19. ne alcuno altro numero primo se pono dire reale-
mente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati ouer da due
numeri ideoi & c. Ma questi tali se ingannano perche invero, ogni numero primo
e numero superficiale; & l'un di suoi e la unita & l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione. iii.

³/₁₈ Ma quel numero che e contenuto sotto de tre lati, diquali vien a
procrearse dalla continua multiplicatione de quelli e detto numero
solido.

Il Traduttore.

Quia l'author ne diffinisse qualmente il numero solido e quello che vien
contenuto sotto de tre lati, ouero de tre numeri, & che se procrea dalla con-
tinua multiplicatione de quegli esempi gratia siano deposti tre numeri cioe. 2.
3. & 5. hor multiplicando il primo fia el secondo & quella multiplicatione ouer
quel prodotto multiplicato consequentemente fia il terzo (cioe. 2. fia. 3. fa. 6. & 6.
fia. 5. fa. 30.) questo vltimo prodotto (cioe. 30.) se chiamara numero solido, & li la-
ti di tal numero solido seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme

(cioe, 2, 3, & 5.) Ma bisogna auertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi esempi gratia el 30. considerando che sia prodotto dalli sopralcriti tre numeri cioe. 2, 3, & 5. sera solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati ouero prodotto da tre numeri. Ma piglia ndplo come numero prodotto da 2. & da 15. sera superficiale per esser compreso sotto da duoi lati ouero prodotto da duoi numeri. Et medesimo seguiria che l' comprendesse esser prodotto da 3. & da 10. ouer da 5. da 6. & pero bisogna auertire.

Diffinitione.iii.

4 El numero quadrato e numero superficiale contenuto da lati egli.

Il Traduttore,

I numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o siano eguali ouero ineguali, ma quando li detti duoi lati sono eguali tai numeri superficiali per specicarli delli altri se chiamano numeri quadrati come e. 4. el quale e prodotto, ouer contenuto da duoi numeri eguali cioe da. 2. sia. 2. & similmente. 9. e numero quadrato per esser put contenuto da duoi lati eguali che sono 3. & 3. multiplicati l'un ha l'altro & similmente. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. & 144. sono tutti numeri quadrati per le ragion dette. Et nota che ogni numero quadrato e etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non e quadrato.

Diffinitione.v.

5 El numero cubo, e numero solido contenuto da lati eguali.

Il Traduttore,

Per la terza diffinitione el numero solido e quello che e contenuto sotto de. 3. numeri ouer lati o siano tutti. 3. eguali ouer. 2. eguale & l'altro ineguale ouer de tutti. 3. ineguali, ma quando li detti tre lati ouer numeri sono tutti eguali per specificare tai solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come e. 8. el quale e contenuto sotto de tre lati eguali liquali sono. 2. e. 2. e. 2. liquali multiplicati l'uno ha l'altro & quel prodotto ha l'altro fara. 8. e cosi. 27. sera numero cubo per essere contenuto similmente sotto de 3. lati eguali liquali sono. 3. e. 3. e. 3. multiplicati come detto fanno. 27. & similmente. 64. 125. 216. 343. sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna auertire che ogni numero cubo e anchora numero solido ma ogni numero solido non e numero cubo.

Diffinitione.vi.

6 Li numeri superficiali, ouero solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simile.

Il Traduttore,

Esempi gratia. 32. & 18. ambidui possono essere superficiali etiam solidi secondo che vien considerata ouero tolta la continenza loro ma pigliandoli per superficiali li duoi lati di l'uno, & li duoi lati dill'altro possono esser considerati in vari modi secondo la varietade de numeri che multiplicati l'uno ha l'altro possono produrre

no produca daun de loro, ma pigliando per li duoi lati del. 32. 4. e. 8. & per li duoi lati del. 18. pigliando. 3. & 6. hor p esser li denti dui lati del. 32. (cioe). 4. e. 8. & da. 4. a. 8. come da. 3. a. 6. li denti duoi numeri superficiali (cioe. 32. & 18.) seranno detti simili. Similmente de questi duoi numeri. 216. & 1728. pigliandoli per solti di. & pigliandoli per tre lati de. 216. 4. e. 6. e. 9. & per li tre lati de. 1728. 8. e. 12. e. 18. & perche li tre lati di l'uno (cioe. 4. 6. e. 9.) sono proporzionali alli tre lati di l'altro (cioe. a. 3. 12. & 18. perche tal proportion e da. 4. a. 3. 6. qual e da. 3. a. 12. & da. 3. a. 9. qual e da. 12. a. 18.) li denti duoi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna aduertire che non e necessario che li lati de numeri solidi simili siano sempre continui proporzionali come sono li sopra posti ma ponno essere continui & discontinui. exempli gratia sian li duoi numeri. 24. & 192. liquali pigliandoli per solidi & pigliando per li tre lati del. 24. 2. e. 3. e. 4. & per li tre lati del. 192. 4. e. 6. e. 8. & perche li denti tre lati dell'uno (cioe. 2. 3. e. 4.) sono proporzionali alli 3. lati dell'altro (cioe. 4. 6. e. 8. cioe che tal proportion e da. 2. a. 4. qual e da. 4. a. 6. & da. 6. a. 8. qual e da. 3. a. 6. & da. 6. a. 8.) li denti duoi numeri solidi seranno detti simili, abenche li 3. lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in vna proportion.

Theorema prima Propositione prima.

- Se li estremi, de quanti numeri si uoglian di continua proportionalita, seranno contra se primi, tutti quelli e necessario secondo la sua proportion esser li minimi.

Siano. a. b. c. continui proporzionali & li duoi estremi (liquali sono. a. c.) siano contra se primi. dico che in la medesima proportion non se ne troua tanti similmente minori, ma se questo potesse accadere per l'aduersario siano. d. e. f. & (per la quinta decima propositione del settimo) sera del a. a. c. si come del d. d. al f. & perche. a. & c. sono li minimi in la sua proportion (per la vigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la vigesima seconda) che. a. numerasse. d. & c. non metasse. f. cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non puo.

Problema primo. Propositione. ii.

- 2 Puotemo trouare quanti numeri si uoglia de continua proportionalita, secondo una data proportion minimi.

Siano. a. & b. li minimi de la data proportion, & sia dutto. a. in se medesimo & faccia. c. & dutto in. b. faccia. d. anchora dutto li. b. in se & peruenga. e. & c. d. e. seranno continui proporzionali in la proportion de. a. a. b. (per la decima ottava & decima nona del settimo) & perche. c. & e. sono contra se primi (per la trigesima del medesimo) seranno. c. d. e. li minimi secondo la data proportion (per la precedente) anchora sia dutto. a. in tutti quelli & peruengano. f. g. h. & b. in. e. peruenga. k. seranno etiam. f. g. h. k. continui proporzionali in la proportion de. a. a. b. (per la decima ottava & decima nona del settimo) anchora minimi (per la trigesima del medesimo & per la precedente) & per que sia via e ragione se ne troua. 5. ouer. 6. ouer quanti si uoglia.

Correlario.

- 2 Onde sera manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalita minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quattro li estremi seranno cubi.

Lo soprascritto correlario pclude che p il processo delle cose fatte & dimo-
strate di sopra sera manifesto, che se seranno tre numeri de continua propor-
tionalita secondo quella minimi li duoi estremi seranno quadrati & se seranno
quattro le estremi seranno cubi, perche el si vede nel processo di sopra qualmen-
te li duoi estremi, c. & e, esser pervenuti dal duto de .a. & del .b. in le medesimi pe-
ro vengono a esser quadrati, similmente, si vede li duoi estremi, f. & k, esser produt-
ti l'uno dal duto de .a. inel suo quadrato, c. & l'altro del .b. nel suo quadrato, e,
perilche vengono a esser ambiduo cubi & li lati del .f. vien a essere .a. ouero tre
numeri equali al .a. & similmente li lati del .k, vengono a essere, b. ouero tre nu-
meri equali al .b. & e.

Libro .ii. cap. .v.

Theorema.ii. Proposizione.iii.

3 Se quanti si uogliam numeri continuamente proporzionali seranno
3 secondo la sua proportion minimi, el se approua li duoi estremi de
quelli necessariamente esser contra le primi.

Questa terza e al contrario della prima, perche siando .a. b. c. d. continua-
mente proporzionali, & li minimi secondo la sua proportion, dico che li
duoi estremi, a. & d. seranno fra loro primi, perche li duoi minimi secondo la
proportion del .a. al .b. siano .e. & .f. & (per la vigesima terza del settimo) serano
contra se primi, Adonque per questi duoi (secondo la dottrina della precedente)
te sian trouati similmente tanti continuamente proporzionali & minimi quanti
si sono li numeri proposti, primamente tre equali sono .g. h. k. dappoi quattro li
quali sono .l. m. n. p. & a questo modo continuamente per lo aggujamento de
vno per l'ua a tanto che ne siano fatti tanti quanti sono li numeri proposti co-
me in questo luogo sono .l. m. n. p. seguita adonque .l. m. n. p. esser equali a .a. b.
c. d. per quella causa che in la medema proportion l'uni & l'altre sono li minimi
& perche .l. & p. sono contra se primi (per la trigesima del settimo) seranno an-
chora .a. & d. & (li quelli equali) oporrate primi che e il proposito.

Problema.ii. proposizione.iii.

4 Potemo trouare la similitudine de piu proportioni assignate in li
4 minimi numeri secondo quelle proportioni continuamente pro-
portionale.

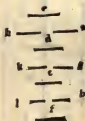
Si ano prima trouate le assignate proportioni in li minimi termini come in
segna la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra .a. & .b. la seconda fra
c. & d. la terza fra .e. & f. & cosi anchora de piu se seranno piu, hor voglio con-
nuar queste proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque .g. mini-
mo numerato dal .b. & c. & quante volte .b. numerata .e. so .g. tante volte faccio che
a. numerata .h. Et anchora che l. d. numerati tante volte li .k. quante volte .c. numerata
g. Et se per caso .e. numerata .h. faccio che .f. tante volte numeri .l. & cosi li quattro
numeri .h. g. k. l. seranno quelli che cerchamo. Perche e manifesto (per la decima
ottava del settimo) che l. ha del .h. al .g. si come del .a. al .b. & del .g. al .k. si come
del .c. al .d. & del .h. al .l. si come del .e. al .f. Anchora e manifesto quella esser li mi-
nimi, perche se possibile fusse esser altri minimi come .n. p. m. q. bisognara (per la
22. del settimo volta due volte) che l'uno e l'altro di duoi .b. & c. numeri il .p.
per la qual cosa & g. numerara li medesimo (per lo correlario della trigesima set-
tima del settimo) che e inconueniente, Sono adonque .h. g. k. l. li minimi ma se
per sorte .e. non numerata .k. sia tolto .m. li minimo numerato da quella (cioe da .e.
& k. l'equal

& K.) elqual m. quante volte e numerato dal K. tante volte. h. numeri. n. & g. tante volte numeri il p. & seranno (per la decima ottava del settimo). n. p. m. in la proportion de h. g. K. per la qual cosa del n. al. p. sera come del. a. al. b. & del p. al. m. come del. c. al. d. & quante volte e numerato. f. faccio che tante volte. f. numeri. q. & sera (per la medesima) del m. al. q. si come del. e. al. f. adonque e manifesto che le assignate proportioni sono continuate in le quattro numeri liquali sono. n. p. m. q. liquali se non seranno li minimi (per l'adversario) siano se eglie possibile altri liquali fian. r. s. t. x. adonque perche (per la vigesima seconda del settimo tolta due volte l'uno e l'altro di duoi numeri. b. & c. numerati. s. (per il correlario della trigesima quinta del settimo) seguitaria che. g. numerata il medesimo per la qual cosa etiam. K. numeraria. t. ma perche (per la vigesima seconda del settimo. e. numerata il medesimo. t. non sera. m. lo minimo numerato dal. K. & dal. e. per questa ragione tu potrai continuare a quelle vn'altra quarta & quanti si voglian altre senza impedimento.

Theorema. iiii. propositione. v.

**La proportion de tutti li numeri composti, dell'uno all'altro, e co;
sta polta delle proportioni di suoi lati.**

Quello che propone la vigesima quinta del sesto delle superficie de equi distanti lati, questa propone di numeri composti, siano li duoi numeri composti. a. b. li lati de. a. fian. c. & d. li lati del. b. fian. e. & f. dico adonque che la proportion de. a. al. b. e composta de quella che e dal. c. al. e. & de quella che e del. d. al. f. Et per dimostra questo sia che dal. d. in. e. sia fatto. g. perche adonque del. d. in. c. vien fatto. a. & dal. f. in. e. vien fatto. b. (per la conuersione della diffinitione di li) sera (per la decima ottava del settimo) del. a. al. g. si come del. c. al. e. & (der la decima nona del medesimo) sera del. g. al. b. si come del. d. al. f. per la qual cosa (per la diffinitione) la proportion de. a. al. b. come posta de quella che e del. c. al. e. & de quella che e del. d. al. f. che e il proposito, ne e necessario che continuo le proportioni di lati (cioe quella che e del. c. al. e. & quella che e del. d. al. f.) in li minimi numeri trouati secondo la dottrina della precedente come insegnano alcuni perche questo e proposito non necessario, & quelli arguiscono posto che quelli minimi siano. h. K. l. in questo modo che sia del. h. al. K. si come del. c. al. e. & del. k. al. l. si come del. d. al. f. & la proportion de. h. al. l. esser composta dalle proportioni de li proposti lati & tolto. g. esser fatto del. d. in. e. arguiscono dal. a. al. g. esser come del. h. al. K. (perche eglie come del. c. al. e.) & del. g. al. b. come del. K. al. l. (perche eglie come del. d. al. f.) e per tanto secondo la equa proportionalita, & del. a. al. b. sera come del. h. al. l. concludeno adonque la proportion de. a. al. b. esser come posta de quelle che e composta. h. & l. che e vero ma non necessariamente tolto.



Il Traduttore.

EL testo di questa quinta propositione in la seconda tradotione dice in questa forma.

Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proportion composta dalli lati.

La qual propositione e piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che quella della prima tradotione perche li numeri piani come diui sopra la seconda diffinitione sono anchora loro superficiali, abenche alcuni oppositori di Euclide habbiano contrario opentione come sopra li decimo se potra vedere.

Theorema.vi. Propositione.c.viii.

8. Se fra duoi numeri, calcaranno quanti si uoglian numeri in continua proportionalita similmente tanti e necessario calchar fra ogni duoi referiti in la medesima proportione.

Siano a, & b, fra liquali cadeno c, & d. in continua proportione liquali sian in proportione come e, & a, l, f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra e, & f, & in quella medesima proportione quanti cadeno fra a, & b. perche essendo g, h, k, l, similmente tanti minimi quanti sono a, & b, & quelli liquali cadeno fra quelli tolti si come insegna la seconda di questo continuamente proportiona li in quella proportione & (per la terza di questo) g, & l, faranno contra se primi, & (per la equa proportionalita) sera del g, a, l, l, si come del a, a, l, b, & pero e si come del a, a, l, f, & perche essi sono in la sua proportione minimi (per la vigesima terza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che g, numeri e, & l, se equalmente tante volte adonque h, numeri m, & n, & postum, & n, fra e, & f, (per la decima ottava del settimo) se manifesto, e m, n, f, esser continuamente proportionali, si come sono g, h, K, l, & pero si come a, b, e d, per la qual cosa e manifesto quello che stato detto. Da questa propositione e manifesto alcuna superparticolare poter esser diuisa in due parti eguale perche se questo fusse possibile bisognaria fra duoi numeri de vna sola unita distanti calcar un numero medio, laqual cosa non puo esser, e per tanto il tono in la musica elqual contin vna sequiotaua proportione in duoi veri semitoni non puo esser diuiso, ma e necessariamente vna diuiso in semiton minore & in semiton maggiore.

Theorema.vii. Propositione.ix.

9. Se fra duoi numeri contra se primi calcaranno quanti numeri si uoglian in continua proportionalita, similmente tanti e necessario caldre fra l'uno e l'altro de quelli & la unita, in continua proportionalita.

Siano a, & b, contra se primi fra liquali cada in continua proportione c, & d. dico che tanti similmente faranno continuamente proportionali fra a, & la unita, & anchora tanti similmente fra b, & la unita, perche essendo li minimi in quella proportione e, & f, tolti come insegna la trigesima sesta propositione del settimo libro, dalli quali essendo tolti tre continuamente proportionali & minimi in la proportione de quelli come insegna la seconda di questo, liquali siano g, h, k, & d'apoi quattro liquali siano l, m, n, p, & questo sia fatto tante volte per fin a tanto che li tolti coti siano fatti tanti similmente quanti sono li numeri proposti, come in questo luogo sono l, m, n, p, & manifesto adonque esser do, a, c, d, b, in la sua proportione minimi (per la prima di questo & essendo l, m, n, p, tanti similmente & minimi in la medesima, & non essendo possibile, esser alcuno minore del minimo che li numeri l, m, n, p, faranno equali alli numeri a, c, d, b, cadauno al suo relativo adonque, h, e eguale a l, a, b, l, p, a, l, b, & e manifesto dalla seconda de questo che del f, in se medesimo vien fatto il K, & del medesimo m, o, f, in k, vien fatto p, (per la diffinitione adonque de quella diffinitione che cosa e esser multiplicato) sera lo f, in k, anchora il K, in p, quante volte e la unita in f, adonque la unita, f, K, p, sono continuamente proportionali, & similmente & la unita, c, g, l, tolti adonque a, & b, in luogo del l, & p, (a quelli equali) seranno fra a, & la unita, g, & c, & fra b, & la unita, K, & l, continuamente proportionali, & similmente quanti sono fra a, & b, che e il proposto.

proposizioni & in quelle se propone due particule di più della presente perche la prima dice in questa forma videlicet,

Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati e numero, & lo quadrato al quadrato ha doppia proportionione chel lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

Li duoi medij proportionali, de duoi numeri cubi, sono numeri, & il cubo al cubo ha trepla proportionione, come ha il lato al lato lequal particole se vede no così esser per le dimostrazioni fatte di sopra cioe che il medio proportionale fra li duoi quadrati, a. & b. (el quale g. e) numero per esser prodotto del. e. in. f. & similmente li duoi medij proportionali fra li duoi numeri cubi, c. & d. (cioe h. & k.) sono etiam numeri per esser prodotti della multiplicatione del numero e ne li duoi numeri, g. & b. che e il proposito.

Theorema. x. propositione. xii.

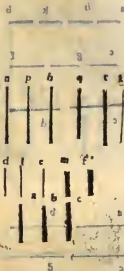
12 Se ciasun di numeri de continua proportionalita sia multiplicato **13** in se medesimo, quelli numeri che da quelli saran prodotti e necessario esser sotto continua proportionalita, & se li suoi principii sian anchora multiplicati in essi prodotti anchora li li prodotti da quelli e necessario esser de continua proportionalita, & il medesimo adue, nera in tutte le estremita produtte per questo modo.

Si ano a. b. c. continuamente proportionali di quali ciasun sia multiplicato in se medesimo & peruengano dal. a. il d. & dal. b. lo e. & dal. c. lo f. dico che d. e. f. sono continuamente proportionali, & se anchora sia multiplicato. a. in. d. & peruenga. g. anchora. b. in. e. & peruenga. h. & c. in. f. & peruenga. i. dico anchora che. g. h. i. seranno continuamente proportionali perche essendo. l. il prodotto dal. a. in. b. & m. il pduto dal. c. in quel medesimo & (per la decima ottaua & decima nona del settimo) seranno d. i. e. m. f. continuamente proportionali in la proportionione de a. b. c. Adonque per la equa proportionalita arguisse del. d. a. l. e. esser si come del. e. a. l. f. che e il primo proposito, lo rimanente vien dimostrato così sia multiplicato. a. in. l. & c. & peruengano n. & p. Anchora sia multiplicato c. in. e. & m. & peruengano q. & r. & (per la medesima) seranno g. n. p. h. q. r. K. anchora continuamente proportionali in la proportionione di primi adonque per la equa proportionalita conclude. g. a. l. h. esser si come h. a. l. K. che e lo rimanente la medea ragione fera quante volte che li primi siano multiplicati in li pducti

Theorema. xi. propositione. xiii.

13 Se alcun numero quadrato, numerara unaltro numero quadrato, **14** el se approua anchora el suo lato numerar il lato di quello, & el suo lato numerar il lato de quello, il quadrato numerar il quadrato.

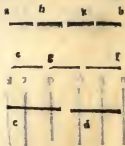
Siano li duoi numeri quadrati. a. & b. & li lati de quelli. c. & d. Dico che se. a. numerar. b. il. c. numerar il. d. & e puerio, perche le manifesto che dal duto del. c. in se medesimo vien fatto. a. & del. d. in se medesimo vien fatto. b. essendo adonque fatto. e. dalla multiplicatione del. c. in. d. per la decima ottaua & decima nona propositione del settimo libro, seranno. a. e. b. continuamente proportionali in la proportionione del. c. al. d. Se adonque. a. numerar. b. quello medemo (per la settima propositione de questo) numerara. e. per laqual cosa & c.



numerara il d. che e il proposito primo, la parte conuerfa cosi e manifesta se. c. numerara. d. lo a. numerara. e. per questo che la proportion de la. a. l. e. e si come del. c. al. d. & del numerara. e. esso numerara. b. per questa causa che sono continuas mente proportionali.

Theorema. xii. Propositione. xiiii.

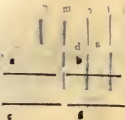
14 Se un numero cubo numerara un altro numero cubo. Anchora
15 il suo lato numerara il lato dell'altro, & del suo lato numerara il lato dell'altro, il cubo numerara il cubo.



Siano duei numeri cubi, a. & b. & i lati di quelli c. & d. Dico che se a. numerara. b. anchora il c. numerara il d. & conuerso per dimostrar questo sia multipli catore. in se & sia fatto. e. anchora il d. in se & sia fatto. f. adonque e manifesto che dal. c. in. e. vien fatto. a. & dal. d. in. f. vien fatto. b. adonque il g. vien fatto dal. c. in. d. & (per la decima octaua & decima nona del settimo). e. g. f. seranno continuamente proportionali in la proportion de la. c. al. d. Ma. h. & k. peruen gono dal. c. in. g. & f. adonque (per le medesime propositioni). a. h. k. b. serano anchora continuamente proportionali in la medesima proportion. Adonque se a. numerara b. el medesimo (per la settima di questo) numerara. h. per laqual cosa se a. numerara il d. perche dal. c. al. d. e si come de la. a. l. h. adonque e manifesta la prima parte. La parte conuerfa e manifesta si come la conuerfa della prima. perche se c. numerara. d. anchora a. numerara. h. la qual se la numerara e necessario che i numeri b.

Theorema. xiii. propositione. xv.

16 Se un numero quadrato non numerara alcun altro numero quadrato, ne il suo lato numerara il lato de quello. Et del suo lato non numerara il lato de quello, el se conuenue de necessita quel quadrato non numerara quel altro quadrato.



Siano li duei numeri quadrati a. & b. li lati di quali siano. c. & d. se a. non numerara. b. dico che anchora c. non numerara. d. & conuerso se. c. non numerara. d. ne a. numerara. b. Hor sia prima mente che a. non numeri. b. se adonque. c. (per l'a duersario) numerara il d. (per la seconda parte della terzadecima di questo) & a. numerara. b. laquale cosa e contraria alla positione. & cosi e manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che c. non numeri. d. adonque se possibile e per l'a duersario che a. numeri. b. (per la prima parte della terzadecima) e necessario che c. numeri. d. adonque egli e necessario che lui numeri quello & gia fu supposto che l non numeri laquale cosa e impossibile.

Theorema. xiiii. Propositione. xvi.

17 Se un numero cubo non misura un altro numero cubo, ne il lato de quello misura el lato de quello altro, & del suo lato non misura il lato ne etiam il cubo misura il cubo.



Sia che l numero cubo. a. non misuri il numero cubo. b. & il lato di esso. a. sia. e. & del. b. sia. d. dico che. e. non misura esso. d. perche se. c. misura esso. d. etiam. a. misura. b. (per la quattredima propositione dello octauo libro) ma. a. non misura. b. per il preiupposito. adonque uel c. misura esso. d. Ma supposto

Ma supposto che l'e. non misura d. dico che, a. non misuri b. perche se, a. misura f. b. & c. misuraria d. (per la decima quarta de questo, ma il c. dal presupposto) non misura d. adunque ne etiam, a. misuraria e f. b. la qual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema.xv. Propositione..xvii.

16 Se duoi numeri superficiali seranno simili e necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalita continua, & la proportion de un numero all'altro a lui simile sera come la proportion duplicata de uno di suoi lati al lato dell'altro a lui risguardante:

Siano li duoi numeri, a. & b. superficiali & simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportion, & per dimostrar questo sian li lati del a. c. & d. & li lati del b. f. g. h. i. (per la conversione della diffinitione di numeri simili) sera del c. a. l. e. si come del d. a. l. f. & e manifesto che dal c. f. n. d. vien fatto, a. & dal c. i. n. f. vien fatto, b. adunque sia fatto, g. dal c. i. n. d. & (per la decima nona del settimo sera del a. a. l. g. si come del c. a. l. e. & (per la decima octava del medesimo del g. a. l. b. sera si come del d. a. l. f. per la qual cosa, del a. a. l. g. sera si come del g. a. l. b. Adunque, g. e' medio fra a. & b. in continua proportionalita che e il proposito. Ma il correlario e manifesto essendo del a. a. l. b. (per la diffinitione) si come del a. a. l. g. duplicata laquale e a quella medesima che e dal c. a. l. e.

Theorema.xvi. Propositione.xviii.

17 Se un terzo numero caschara fra duoi numeri secondo la continua proportionalita quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.

Questa e conuersa della precedente cioe che se fra a. & b. sia c. costituito sotto continua proportionalita. Dico che, a. & b. seranno ambidui numeri superficiali & simili perche se seranno told. d. & e. minimi in quella proportion in laquale sono continuati a. c. b. quelli (per la vigesima seconda del settimo) numereranno a. & c. egualmente & sia che li numeranno secondo, f. & (per la medesima) c. & b. egualmente & sia che li numeranno secondo, g. seranno adunque (per la diffinitione) a. & b. superficiali & seranno anchora (per la diffinitione) d. & f. lati del numero, a. anchora, e. & g. lati del numero, b. ma che essi siano simili tu l'hauerai in questo modo. Perche essendo, c. prodotto dal d. i. n. g. & similmente essendo il medesimo, c. il prodotto del e. i. n. f. (per la seconda parte della vigesima del settimo) sera del d. a. l. e. si come del f. a. l. g. (per la diffinitione) adunque, a. & b. sono simili che e il proposito. Et questo vitimo proposito liqual e a. & b. esser simili tu poi hauere (per la decima nona & decima octava del settimo) & per questo presupposto che a. c. b. sono continuamente proportionali in la proportion del d. a. l. e. de minimi numeranti a. & c. secondo, f. & c. & a. b. secondo, g.

Theorema.xvii. Propositione.xix.

18 Se seranno duoi numeri solidi simili, e necessario fra quelli esser due numeri secondo la continua proportionalita, & la proportion de l'uno solido all'altro a lui simile, sera come la proportion treplicita de qual si uoglia suo lato al lato dell'altro a lui risguardante/proporzionalmente.

Siano li duoi numeri, a. & b. solidi simili. Dico che fra essi cadono duoi numeri in continua proportion, & per dimostrar questo siano li lati del numero a. li numeri c. d. e. & li lati del b. siano, f. g. h. & (per la conuerfione della diffinitione di numeri simili) fera del c. a. l. f. & del d. a. l. g. fi come del c. a. l. h. fia adonq. K. il prodotto del c. in d. & l. l. il prodotto del f. in g. l. & (per la diffinitione) feranno. K. & l. superficiali & simili per laqual cosa (per la decima settima di questo) fra quelli cade vn numero medio proportionale secondo la proportion del c. a. l. f. qual fia. m. Ma e manifesto che dal e. in. K. vien fatto. a. & dal h. in. l. vien fatto. b. Se adonque dal e. in. m. & l. sono fatto. n. & p. feranno (p la 13. del settimo) del a. al n. fi cōe del K. al m. & del n. al p. fi cōe del m. al l. per laqual cosa. a. n. p. sono continuamente pportionali in la proportion del c. a. l. f. & perche (per la decima nona del medesimo) del p. al b. fi come del e. a. l. h. & pero fi come del c. a. l. f. seguita che li quattro numeri. a. n. p. b. fian continuamente pportionali secondo la proportion del c. a. l. f. Adonque fra. a. & b. sono li duoi numeri. n. & p. medii in continua proportionalita de suoi lati interposti, che e il proposito, & lo correlario e manifesto con ciofia che la proportion del a. al b. fia (per la diffinitione) fi cōe del a. al n. triplicata la qle e simile ouer tale a qila che e dal c. a. l. f.

Speculatione. xviii. Propositione. xx.

- ¹⁹ Se feranno duoi numeri & che fra quelli cācheno, ouero intergiano
²¹ ceno duoi numeri secondo la continua proportionalita, quelli duoi numeri sono solidi & simili,

Q Vesta e il conuerso della precedente, come se fra. a. & b. siano li duoi numeri. c. & d. medii in continua proportionalita, feranno li detti duoi numeri, cioe. a. & b. solidi & simili. Et per dimostrar questo fian toldi li tre minimi in la medesima proportion, continuamente pportionali, liquali fian. e. f. g. & (per la decima ottaua) feranno. e. & g. superficiali & simili. Siano adonque. h. & k. li lati del e. & l. & m. li lati de g. & (per lo correlario della decima settima di questo) fera del e. a. l. f. fi come del h. al l. ouer fi come del k. al m. & e manifesto (dalla terza) che. e. & g. sono contra se primi, e pero (per la vigesima quinta del settimo) in la sua proportion son minimi. Et perche (per la equa proportionale) dal a. al d. & c. a. l. b. e fi come dal e. al g. seguita (per la vigesima seconda del settimo) che essi numerantio. a. & d. egualmente, laqual numeratione sia se con don. & anchora. e. & b. egualmente laqual sia secondo. p. perche adonque dal h. in. K. vien fatto. e. & da e. in n. vien fatto. a. seguita (per la diffinitione) che a. sia solido & li lati di quello sono. h. k. n. Similmente perche dal l. in. m. vien fatto. g. & dal g. in p. vien fatto. b. seguita anchora che. b. sia solido & li lati di quello sono. l. m. p. Ma che essi fian simili cosi se manifestara con ciofia che dal g. in n. vien fatto. d. & dal medesimo in p. vien fatto. b. e per la decima ottaua del settimo) fera del n. al p. fi come del d. al b. & perche coti erano del h. al l. & del k. al m. (per la diffinitione) e manifesto. a. & b. esser simili che e il p. oposito.

Theorema. xix. Propositione. xxi.

- ²⁰ Se de tre numeri continuamente pportionali el primo sera quadrato.
²² drato. Anchora il terzo e necessario esser quadrato.

Siano li tre numeri continuamente pportionali. a. b. c. & sia. a. quadrato dico che. c. e etiam quadrato. Perche sono (p la decima ottaua ppositione). a. & c. superficiali & simili essendo adonque. a. quadrato (per il p. uoposito). c. sera etiam quadrato che e il proposito.

Theorema

Theorema.xx. Propositione.xxii.

²¹ Sel primò de quattro numeri continuamente proporzionali, sera cubo, il quarto e necessario esser cubo.

Siano li quattro numeri continuamente proporzionali. a. b. c. d. & sia, a. cubo Dico che, d. e anchora cubo perche e manifesto (per la vigesima) che, a. & d. sono solidi simili, & perche, a. e cubo (per il presupposito), d. sera anchora cubo.

Theorema.xxi. Propositione.xxiii.

²² Se de duoi numeri, di quali la proportionè sia si come d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno sera quadrato, anchora l'altro e necessario esser quadrato.

Siano li duoi numeri. a. & b. in la proportionè de duoi quadrati liquali siano. c. & d. & sia. a. ouer. b. quadrato. Dico lo restante esser quadrato, perche essendo c. & d. quadrati seguita quelli esser superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade vn medio in continua proportionè, per la qual cosa (per la ottaua) & fra. a. & b. adonque (per la vigesima prima propositione) e manifesto il proposito.

Theorema.xxii. Propositione.xxiiii.

²³ Se de dai numeri di quali la proportionè dell'uno a l'altro sia si come de uno cubo a uno cubo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'altro e necessario esser cubo.

Siano li duoi numeri. a. & b. in la proportionè di duoi numeri cubi liquali siano. c. & d. & sia. a. ouer. b. cubo Dico lo rimanente esser cubo. Perche e necessaria che, c. & d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadono duoi mezzi in continua proportionè, tanti similmente (per la ottaua) cadono fra. a. & b. adonque per la vigesima seconda e manifesto il proposito.

Theorema.xxiii. Propositione.xxv.

²⁴ La proportionè dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, e si come la proportionè de un numero quadrato a un numero quadrato

Siano, a. & b. superficiali simili dico che la proportionè dell'uno all'altro e si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decima ottaua) sera vn numero medio in continua proportionè qual sia. c. toltri adonque li tre minimi in la proportionè de quelli liquali siano. d. e f. (per lo correlario del la seconda). d. & f. seranno quadrati, & perche (per la equa proportionalità) del a. a. l. b. e si come de l. d. a. l. f. E manifesto esser vero quello che e proposto.

Theorema.xxiiii. Propositione.xxvi.

²⁵ La proportionè dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e si come d'un cubo ad alcun cubo;

INCOMINCIA

EL NONO LIBRO DE EVCLIDE ME

GARENSE PHILOSOPHO, DA NICO

lo Tartalea Brisciano reattato & integrato se

condo le due tradottioni, & per com

muna vtilità dal latiao in

volgare tradott

to, & delus

cidato.

Diffinitione prima



$\frac{1}{6}$ El numero paro e quello che po esser diuiso in due parti eguale,

Il Tradottore.

Si come sono, 2, 4, 6, 8, 10, 12, & altri simili che se pono diuidere in due parti eguale senza rompere la vnità. Questa & le sel sequente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.

Diffinitione.ii.

$\frac{1}{7}$ El numero disparo e quello che non po esser diuiso in due parti e 7 quali, & soprauanza il paro in la vnica.

Il Tradottore.

La vltima parte de questa diffinitione ne aduertisse qualmente la vnità non vien connumerata tra li numeri dispari quannque la non possa esser diuisa in due parti eguale a tenpo che lei non ha quella vltima condicione di sopra uanzare alcuno numero paro in vna vnità, per la qualcosa el numero ternario vien a esser il primo, & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione.iii.

$\frac{1}{8}$ El numero parimente paro e, e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per molte pare.

Il Tradottore.

Vesti la gratia el 32 e numerato da quattro numeri pari cioe da 2, da 4, da 8, da 16, & non dalmi & perche caduno de detti numeri lo numeranno per molte pare cioe el 2, lo numerà 16 volte el qual, 16, e pur paro & lo 4, lo numerà 8 volte, & lo 8, lo numerà 4 volte & lo 16, due volte perche li demo, 32, e numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per molte pare il medesimo se puoza esser 64, e 128, etiam 168, 8 & 4, & c.

Diffinitione.iii.

1 Lo numero parimente, dispare & quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

CARENSE PHILOSOPHO, DA NICOL

Il Traduttore.

Si come sono. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. & altri simili che tutti li numeri pari che li numeranno li numeranno per uolte dispare. Verbi gratia il. 30. e numerato da tre numeri pari, cioè da. 2. da. 6. & da. 10. dal. 2. e numerato. 15. volte & dal. 6. e numerato. 5. volte & da. 10. 3. volte liquali numeri de uolte per esser tut ti dispare el detto. 30. sera detto numero parimente dispare & questa specie di numeri nascono dal duplato de ogni numero dispare.

Diffinitione.ii.

6 El numero parimente, & dispartimente paro & quello che li numeri pari che lo numeranno, alcuni lo numeranno per uolte pare, & al cuni per uolte dispare.

Il Traduttore.

Si come sono. 2. 4. 28. 36. 40. & altri simili liquali sono numerati da alcuni ne meri pari per uolte pare & da alcuni per uolte dispare, exempli gratia. 40. e numerato da. 2. da. 4. da. 10. da. 20. p. uolte pare e poi e misurato da. 8. per uolte dispare cioè per. 5. volte perche se dira che. 40. e numero parimente, & dispartimente paro & queste spee de numeri partecipano del numero parimente paro, & del numero parimente dispare.

Diffinitione.vi.

6 Lo numero dispartimente dispare & quello che tutti li dispari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Traduttore.

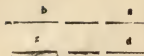
Si come e. 15. 21. 27. 33. 39. 45. & altri simili che tutti li numeri dispari che li numeranno li numeranno per uolte dispare, exempli gratia. 45. e numero da quattro numeri dispari, cioè da. 3. da. 5. da. 9. & da. 15. per uolte dispare (cioe da. 7. e numerato. 15. volte & da. 5. nuoue volte, & da. 9. 5. volte, & da. 15. tre volte pche sera detto numero dispartimente dispare per la presente diffinitione

Diffinitione.vii.

2 Numero perfetto se adimanda quello che e eguale a tutte le sue parti delle quale e numerato.

Il Traduttore.

Si come sono. 6. 12. 496. & altri simili che sono eguali a tutte le sue parti che li numeranno.



Questa e conuersa della prima, eloe che se dal a.in.b. sia fatto, c. & che, c. sia quadrato seranno, a. & b. superficiali simili. Hor sia d. il dutto dal a. in se & (per la decima ottaua propositione del settimo libro) sera del d. a. c. si come del a. a. l. b. (per la decima settima propositione del ottauo libro) conciosia che d. & c. siano superficiali simili (imperoche sono ambidui quadrati) sera fra quelli vno numero medio secondo la continua proportione adonque (per la ottaua propositione del medesimo) el ne sera anchora vno fra a. & b. adonque (per la decima ottaua propositione del medesimo) a. & b. sono superficiali simili, che e il proposito.

Correlario.

Correlario.

2 Adonque per queste dimostrazioni fatte e manifesto che se un numero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da quelli sera prodotto e necessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia prodotto numero quadrato, quello tale numero e necessario essere quadrato. Et anchora se dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non sia prodotto numero quadrato, quel tal numero e necessario esser non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli sera prodotto e necessario esser non quadrato.

La prima parte de questo correlario e manifesta (per la premessa, perche tutti li quadrati sono superficiali simili). La seconda e manifesta da questa conciosia che solo il quadrato e simile al quadrato. La terza parte e manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del consequente. Et la quarta e manifesta per la seconda parte del medesimo anchora per destruttione del consequente.

Theorema.iii. propositione.iii.

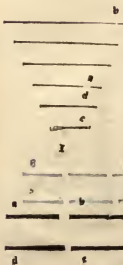
3 Se un numero cubo sia dutto in se medesimo, quello che sera prodotto da quello sera cubo.

Sia a. numero cubo dal qual dutto in se sia fatto, b. dicho, b. esser cubo perche essendo, c. il lato cubico de a. & dal c. in se, sia fatto, d. e manifesto adonque che dal c. in d. vien fatto a. sono adonque la vnita, c. d. a. continuamente proportionali, laqualcosa (per la decima ottaua propositione del settimo libro & per li presunti presupposti) e manifesto. Et perche dal a. al b. e si come dalla vnita al a. imperoche quante volte e la vnita in a. tante volte sera. a. in b. Meranno fra a. & b. duei numeri medii secondo la proportionalita continua (per la ottaua propositione dello ottauo libro) conciosia adonque che a. sia cubo (dallo presupposito) sera anchora (per la vigesima prima del medesimo) b. cubo che b. b. g. na. dimostrare.

Theorema.iiii. Propositione.iiii.

4 Se un cubo sia dutto in un altro cubo, quello che da tal moltiplicazione sera prodotto sera cubo.

Siano



Stano a. & b. cubi, & dal a. in b. sia fatto c. dico, c. esser cubo, & per dimostrare tal cosa, sia dutto a. in se medesimo e sia fatto, d. (per la precedente) el detto d. sera cubo, & (perche per la decima otta proposizione del settimo) del a. al b. e si come del d. al c. (per la vigesima quarta del ottavo) e manifesto, c. esser cubo che e il proposito.

Theorema.v. Propositione.v.

Se uno numero cubo sera dutto in un altro numero, & che lo prodotto sia cubo, lo numero inelqual e stato dutto e necessario esser cubo.

Exempli gratia sia a. numero cubo, & quel dutto nel numero, d. produci e qual c. sia numero cubo, dico, b. esser cubo Et per dimostrare questo sia fatto, d. dal dutto del a. in se elqual (per la suante della precedente) sera cubo, per che adonque (per la decima ottaua proposizione del settimo), a. al b. e si come del d. al c. & a. e cubo & d. & c. sono cubi (per la vigesima quarta del ottavo libro) b. sera cubo che e il proposito.

Correlario.

Onde e manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno numero non cubo uien prodotto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che uien prodotto da quelli sera non cubo, quel numero inelquale sera stato dutto e necessario esser non cubo.

LA prima parte del correlario e manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del consequente

Theorema.vi. Propositione.vi.

Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia prodotto numero cubo el se approua quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal a. in se medesimo sia fatto, b. & sia, b. cubo, hor dico necessariamente a. esser cubo, & per dimostrer questo sia fatto, c. dal a. in b. & (per la definizione) c. sera cubo, & perche e manifesto (dalla decima ottaua proposizione del settimo) che sia del a. al b. si come del b. al c. & concluda che, b. & c. siano cubi, seguita (per la vigesima quarta proposizione del ottavo libro), a. esser cubo che e il proposito.

Theorema.vii. Propositione.vii.

Se un numero composto sia dutto in qual numero si uoglia, quello che da tal multiplicatione sera prodotto sera solido.

Sia a. numero composto, el qual sia dutto in b. & peruega c. dico, c. esser numero solido perche concluda che a. sia numero composto Vien numerato da a. in un numero elqual sia, d. & numeri quello secondo, e perche adonque dal e. in d. vien fatto, a. & dal a. in b. vien fatto, c. (per la definizione di solido) sera c.

solido & li fat di quello seranno e, d, b, che e il proposito,

Theorema, viii. Proposizione, viii.

Se seranno piu numeri dalla unita continuamente proportionali, el terzo dalla unita sera quadrato, & da li in drio sempre intermedio uno, & il quarto dalla unita sera cubo & da li in drio sempre intermedio li suoi & anchora il settimo dalla unita e quadrato cubico & da li in drio sempre intermedio cinque seguitara continuamente quadrato cubico,

Siano dalla unita a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, continuamente proportionali di modo che quadrato & c, d, (interlassando e, c.) & cosi li altri sempre interlassando vno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luoghi dispari sono quadrati, come el terzo, el quinto, el settimo. Anchora dico, c, essere cubo & similmente f, (cioe interlassando duoi) & cosi in tutti li altri, & ognuno semplicemente e cubo, el luogo del quale sopraonda dalla unita per il ternario, ouero qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unita come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzo decimo, & il sedicesimo, perche in questi conuengono tutti quelli che interlassano li duoi. Et anchora dico, f, dalla unita settimo, essere quadrato cubico, perche & similmente vie intermedio ouero interlassadi cinque numeri, il medesimo seguita, negli altri & semplicemente dico quello el luogo del quale sopraonda dalla unita per el numero senario (ouero per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el settimo, el terzo decimo, el decimosettimo, & el vigesimo quinto, esser quadrato cubico, eglie quadrato perche el loco de quello e disparo, & cubo perche sopra el multiplice del ternario auanza la unita certamente tutti li multiplici del senario e necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che sonitate proposte se manifestano in questo modo, perche (dal presupposito), a, e in b, quante volte e la unita in, a, adonque b, (per la diffinitione) e quadrato, perche adonque, c, d, sono continuamente proportionali essendo, b, quadrato e manifesto (per la decima octa uua proposizione, ouero vigesima prima del octauo libro), d, essere quadrato & per la medesima ragione, e, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali & d, e quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermedio, adonque il primo proposito e manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo, b, in, c, quante volte e, a, in b, (dal presupposito) seguita (per la diffinitione) che da a, in d, suo quadrato, b, sia fatto, adonque (per la diffinitione di numeri cubi), c, e cubo, & perche, c, d, e, f, sono continuamente proportionali, & similmente, f, g, h, k, & c, e cubo e necessario (per la vigesima & vigesima seconda proposizione del octauo libro) che, f, anchora sia cubo, e pero etiam, k, & el medesimo in tutti li altri da duoi interlassadi, per la qual cosa e manifesto el secondo proposito. Et perche nel settimo termine, f, & nel terzodecimo, n, & li altri interlassando li cinque medii & semplicemente in tutti quelli disuguali el luogo sopra qual si voglia multiplice del senario agglunge la unita le computationi sono terminate de quadrati & de cubi, de quadrati per la intermissione di vno termine de cubi per la intermissione, de duoi seguita adonque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubici (per la seconda) per la qual cosa le dette computationi sono terminate di quadrato cubico Adonque tutto quello che e detto e manifesto.

Theorema, ix. Proposizione, ix.

Se dalla unita seran disposti quanti numeri si uogliono di continua proportionalita

proportionalita, se quello che seguita la unita fara quadrato, tutti li altri anchora faranno quadrati: & se quello che seguita la unita fara cubo, tutti li altri anchora faranno cubi.

Siano quelli medesimi per auanti posti dalla unita continuamente proportionali, & sia .a. quadrato, dico tutti li altri esser quadrati, ouer se el medesimo fara cubo similmente, dico tutti li altri esser cubi, perche egliè manifestato, b. esser quadrato (per la precedente) perche adonque del .a. al .b. si come del .b. al .c. (per la uigesima prima dellottauo) seguita .c. esser quadrato, el medesimo anchora (per la decimaottaua & uigesima prima del medesimo) tu puoi arguire, delli seguenti il medesimo, & per il medesimo modo, plaqualcosa è manifestato il primo pposito, & lo se condo se manifesta in questo modo, conciosia che .b. sia fatto del .a. in se medesimo, se .a. fara cubo esso anchora (per la terza fara cubo) & (per la premessa) manifesta .c. esser cubo, adonque (per la uigesima quarta del ottauo) tu approuarai d. & tutti li altri seguenti essere cubi, perche e del .a. al .b. si come del .c. al .d. el medesimo anchora tu puoi arguire (per la uigesima ouer uigesima seconda del medesimo) perche .a. b. c. d. & b. c. d. e. & tutti cadauno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.

Theorema. x. Propositione. x.

10 Se dalla unita faranno dispositi quanti si uogliono numeri de continua proportionalita, se quello che seguita la unita non fara quadrato, alcuno delli altri non fara quadrato, eccetto el terzo dalla unita, & da quelli che da li in drio da uno intermesso si trouano quadrati. & se el secondo dalla unita non fara cubo niuno delli altri fara cubo, eccetto el quarto dalla unita, & da li in drio quelli che dalla intermision de duoi sono formati cubi.

Questa (dal opposito subletto della precedente) introduce la parte della opposita passione, & dico parte, perche dalla ottaua è manifestato tutti li luochi di pari esser quadrati, & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, ouer qual si uoglia moltiplice di quello suauza la unita esser cubi, siano adonq. quelli medesimi per auanti posti continuamente proportionali, & non sia .a. quadrato, ne etiam cubo, hor dico che de tutti li altri niuno è quadrato ouero cubico se non quelli che propone la ottaua, perche qual si uoglia altro sia posto quadrato, seguita (per la uigesima terza del ottauo) .a. esser quadrato, & qual si uoglia altro sia posto cubo seguita (per la uigesima quarta del medesimo) .a. esser cubo, di quali luno e laltro è contra al presupposito, adonque è manifestato el proposito.

Theorema. xi. Propositione. xi.

11 Se alcuno numero primo numerata lultimo de quanti numeri si uoglia dalla unita dispositi di continua proportionalita, è necessario anchora numerare quello che seguita la unita.

Siano dalla unita per fin al .d. continuamente proportionali, & sia .e. numero primo, el qual sia posto numerare .d. dico che el medesimo .e. numerata .a. perche se non lo numerata .a. esso primo (per la trigesima quarta del settimo libro) & perche da .a. in se uien fatto .b. seguita (per la uigesima ottaua del medesimo libro) che esso anchora sia primo al .b. & (per la uigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al .c. & al .d. impero che da .a. in .b. uien fatto .c. & da medesimo in .c. uien fatto .d. adonque quel non numerata .d. essendo primo

a esso, d. per la qual cosa accade el contrario del presupposito. A dimostrare el medesimo altramente, essendo f. primo sel non numerar a. sera primo a esso (per la trigesima quarta del settimo) adunque (per la vigesima quinta del medesimo) saranno minimi in la sua proporzione, ma perche e. (dal presupposito) numerar d. sia che lo numeri secondo, f. yramente e manifesto che, dal a. in. c. vien fatto d. (per la seconda parte della vigesima del settimo) sera del a. al. e. si come del f. al. c. per la qual cosa (per la vigesima seconda del medesimo) e. numerara c. & sia che l'lo numeri secondo g. & perche dal a. in. b. vien fatto, c. seguita anchora (per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo, c. numeri el. b. hor sia adunque che lo numeri secondo, h. & perche vn'altra volta dal a. in. f. vien fatto, b. vn'altra volta e necessario (per le medesime propositioni) che el detto, e. numeri esso. a. & gia e stato supposito che l' non lo numeri adunque seguita lo impossibile,

Theorema, xiii. Propositione, xii.

12 In li numeri della unita continuamente proporzionali el minore numerara el maggiore secondo alcuno numero disposto in quella proportionalita.

Siano termini dalla unita per fin al. f. continuamente proporzionali dico non de essi poter numerare, e. se non secondo alcun dell' altri, perche eglie manifesto che, e. numerar esso. f. secondo a. perche dal e. al. f. e si come della unita al a. & d. numerar el medesimo f. secondo b. perche (per la equa proportionalita) el d. al. f. e si come la unita al b. del c. anchora e manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo le medesime, permutamente anchora a. numerar esso. f. secondo, e. imperoche si come la unita al e. coti e a. al. f. & b. lo numerar secondo, d. perche si come la unita al d. coti e b. al. f. vero e adunque quello che e sta proposto. Certamente ciascaduno termine che le prepona numerare l'ultimo de quanti termini sera sotto l'ultimo, el se conuenne (per la equa proportionalita, & per la diffinitione) numerare quello per el numero de quel termine; che per altri tanti termini sera sopra alla unita.

Theorema, xiii. propositione, xiii.

13 Se quello numero che seguita la unita, de quanti numeri si uolgia dalla unita continuamente proporzionali, sera numero primo, niuno numero numerara el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalita.

Siano come per auanti li medesimi termini continuamente proporzionali dalla unita per fina al. d. & sia a. numero primo. dico che niuno numero numerara l'ultimo ne semplicemente alcuno de quelli salvo alcuno de quelli che antecede l'ultimo, ouero quello che sia sta posto esser un neraro perche se possibile fusse esser altramente (per l'aduersario) poniamo che sia e. diuerso da quelli che numeri el d. el qual e. se sera primo (per la vndecima numerara, a.) adunque a. non e primo che contra il presupposito. Ma se esso sera composto e necessario (per la trigesima seconda del settimo) che alcun numero primo numeri quello equal non pot esser niuno altro salvo, a. perche se eglie altro che a. (per l'aduersario

l'aduerfario) come fiera a dire. f. & conclofia che'l fia neceffario quello numero a, d, fe arguir, el medefimo numerar. a. (per la vndecima) e cofi anchora. a. a. non fiera primo. adonque a. e primo numerante. e. ma perche. e. numerar. d, fia che'l lo numeri fecondo. g. & (per la feconda parte della vigefima del fettimo libro) fiera. a. a. e. fi come. g. a. c. (perche. d. vien fatto da. a. in. c.) per laqual cofa. a. numerando. e. & g. numerar. c. & fia che'l lo numeri fecondo. h. & fequitra che. a. numeri. g. per quelle ragioni, per lequale fequitaua che numeraua. e. altramente fe g. e primo numerando. c. fequitra (per la vndecima) e' lo numerar. a. & fe'gle com pofito (per la medefima) fequitra el numero primo numerante. g. numerare etia a. che e inconueniente. Ado. ique. a. numerar quello fequitra adonque (per la feconda parte della vigefima del fettimo) che. h. numeri anchora. b. imperoche e manifefto. e. effer produtto fi da. a. in. b. come del. g. in. h. adonque e' lo. h. numeri e' lo. b. fecondo. K. Et e manifefto (come per auanti del. g.) che. a. numeri. h. per che fe non lo numeri non fiera. a. a. primo. Adonque (per la feconda parte della vigefima prima del fettimo) fequitra che. k. numeri. a. perche. b. e fatto fi da. a. in fe medefimo come del. h. in. k. & e manifefto. k. non e' e' a. perche niuno di numeri. g. h. k. e alcuno delli. a. b. c. d. perche fe. g. fu'fe alcun de quelli, conclofia che e' lo numeri. d. fecondo. c. fiera (per la precedente) anchora. e. alcuno de que gli & quel non era dal pre'fuppofito, adonque ne etiam el. g. ne fiera, fimilmente conclofia che. h. numeri. c. fecondo. g. non fiera. h. alcun di. a. b. c. perche el ne fiera (per la precedente) etiam. g. & e' itato dimoftrato qualuente el non e. Adonque per la medefima ragione ne. h. ne. k. conclofia che e' lo numeri. b. fecondo. h. le quel fu'fe. a. le conuenieria (per la precedente) anchora. h. e' fiera. a. & gia non era ne. k. adonque fiera. a. & numerar quello adonque. a. non e primo laqual cofa e impoffibile. ¶ A dimoftrare el medefimo altramente fe. e. diuerfo da. a. b. c. d. numerar. d. fia che'l lo numeri fecondo. f. & perche. a. numero primo numerar. d. produtto da. e. in. f. fequitra per la trigefima quinta del fettimo, che quel numeri. e. ouero f. numeri adonque. e. perche adonque fi de. a. in. c. come del. e. in. f. vien fatto. d. per la feconda parte della vigefima del fettimo. fiera da. a. a. e. fi come del. f. a. c. adonque. f. numerar. c. fia che'l lo numeri fecondo. g. & per la trigefima quinta del fettimo fiera anchora che. a. numeri. f. ouer. g. & fia che numeri. f. & fequitra per la feconda parte della vigefima del medefimo che. g. numeri. b. & fia che lo numeri fecondo. h. come per auanti adonque. a. numerar. g. ouer. h. & fia che numeri. g. adonque. h. per la feconda parte della vigefima prima del fettimo numerar. a. adonque fe. h. non e eguale al. a. non fiera primo, che e contra il pre'fuppofito. Ma fe la fiera eguale al. a. da' caduno di numeri. g. f. e. fiera alcuno di. a. b. c. d. per la precedente, tolta quante volte bifogna. Adonque. e. non e diuerfo da quellaqual cofa e anchora contra al pre'fuppofito, per tanto e manifefto e' fiera el vero quello che fia propofito.

Theorema. xiiii. Propositione. xiiii.

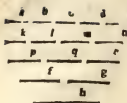
¹⁴ Se fiera propofito el minimo numero, numerato da piu numeri primi
¹⁴ mi assignati, niun altro numero primo, numerara quello eccetto
 che quelli assignati.

Sia. a. el minimo numero numerato dalli numeri primi, che fono. b. c. d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerara. a. & fe poffibel fue le per l'auerfario che uno altro numero primo lo numeraffe. poniamo che fia el quale numeri quello fecondo. f. adonque perche cadaun o di numeri. b. c. d. numerar. a. a. produtto de. e. in. f. & cadauno de quelli e primo, fequitra (per

la trigesima quinta proposizione del settimo libro) che ciascaduno de quelli numeri, ouero, fuma perche nissuno numeru, e conciosia che egli primo, adonque ciascaduno di quelli numeri, f. conciosia adonque che, f. sia minore de, a., (per che lui numeru quello secondo, e.), a. non fara el minimo numerato da quelli, la qual cosa e inconueniente,

Theorema. xy. Proposizione. xy.

¹⁵ Se quanti numeri si uoglia, continuamente proporzionali, seranno li minimi secondo la sua proporzione, ciascaduno numero che numeri alcuno de quelli, fara comunfurabile a laltro di termini di quella proporzione.



Se siano, a, b, c, d, e. continuamente proporzionali, & li minimi secondo la proporzione de, f, a, l, g. liquali siano pur in la sua proporzione minimi, & essendo posto, h, numerare, e, dico che, h, e comunfurabile al, f, ouero al, g. perche he essendo tolti li quattro minimi in quella proporzione, liquali siano, k, l, m, n. et a manifestito (per la seconda proposizione dello ottauo libro) che dallo, f, in, m. n. u. come fatto, e, altrimenti accaderia essere vno minore del minimo, laqual cosa essere non puo, adonque (per il correlario della trigesima quinta proposizione del settimo libro), h, fara comunfurabile al, f, ouero al, m. ma se la fara comunfurabile al, f, e manifestito el proposito, ma se fara comunfurabile al, m, siano tolti li tre termini minimi in quella proporzione, liquali siano, p, q, r, & (per la seconda proposizione dello ottauo libro) fara che, m, sia fatto de, f, in, r. accio che non siano costretti a conceder essere alcuno minore del minimo, per laqual cosa (per il predetto correlario), h, e comunfurabile al, f, ouero al, r, ma perche non era comunfurabile al, f, perche essendo così si manifestaua el proposito: adonque e comunfurabile al, r, el quale per essere fatto (per la seconda proposizione dello ottauo libro) dal, g, in, f. seguita (per il detto correlario) che h, sia comunfurabile al, g, che e il proposito.

Theorema. xyi. Proposizione. xvi.

¹⁶ Se seranno quanti numeri si uoglia continuamente proporzionali, minimi in la sua proporzione, qual si uoglia di quelli, se approua necessariamente essere primo al composto de li rimanenti.



Siano, a, b, c, d. continuamente proporzionali, & minimi, dico che el composto de, a, b, c, e. essere primo al, d. perche se non fara primo (per l'aduersario) al cun numero numerara el detto composto de, a, b, c, & d. elqual sia, e. per la precedente proposizione) adonque, e, fara comunicante a uno de duoi termini di quella proporzione, liquali siano, f, & g, adonque fara alcuno numero numerante, e, & luno de li detti duoi termini, i, g. el quale sia, h, perche adonque, h, numerara, e, numerara, d, & el composto de, a, b, c, & perche numerara, f, ouero, g, in rito & laltro de quali numerara luno & laltro di duoi termini di mezzo, & semplicemente tutti se faranno, piu de duoi (per la seconda dellottauo) seguita che esso numeri, b, & c, adonq numerara anchora, a, pche numerara tutto, a, b, c, adonq, a, & d, & g sono contra se primi, laqual cosa non e conueniente (per la terza dellottauo) similmente anchora si manifestara el composto de, a, b, d, e. essere primo al, c, pche se (come per auanti) e, li numerara ambidui, seguita (per la precedente) che alcun numero, elqual sia anchora, h, numeri, e, & luno di duoi, f, g, adonq, h, numerara, c, & tutto, a, b, d, & c, b, (pche sia che luna e l'altra radice numerara tutti li termini di mezzo, adonq numerara et il composto de, a, & d, & pche necessariamente numerara luno di duoi, a, ouero, d, pche sia che g la precedente lui numerara o luno o laltro di duoi termini, f, ouero, g, numerara

g.) numerata il rimanente, Adonque a.d.&d. non sono contra le primi & così se-
ra il medesimo inconueniente come per auanti. Ma alcuni dimostrano il mede-
simo de tre quantita continuamente proportionale, & minime senza ausilio del-
la precedente, perche approuano el composto de qualunque duoi esser primo
al rimanente. Siano adonque li tre numeri continuamente proportionali, & mi-
nimi. a.b.c. li termini d'ugual siano. d.&c. Dico al presente che el composto del
a.&b. esser primo al c. & el composto de b.&c. esser primo al a. e anchora il co-
posito de la. & c. esser primo al b. perche eglie manifesto (per la seconda propo-
sitione del ottauo) che dal. d.in se vien fatto. a. & dal duto del medesimo in. e
vien fatto. b. & dal e.in se vien fatto. c. & (per la vigesima terza del settimo) e
manifesto che d.&c. sono contra le primi adonque (per la prima parte della
trigesima prima del medesimo) tutto d. &c. era primo al. u. e l'altro de quelli
perche adonque l'uno, e l'altro di duoi numeri. d.&c. e primo al. e. & (per la
vigesima settima del medesimo) quello che vien prodotto dal. d.in. d.e. (& quel-
lo e il composto de. a.&b.) era primo al. e. seguita adonque (per la vigesima
ottaua del medesimo) che anchora il composto de. a.&b. sia primo al. e. perche
c. vien fatto dal. e.in. E anchora con simil dimostrazione tu approuerai il com-
posito de. b.&c. esser primo al. a. Ma che il composto de la. & c. sia primo al. b.
se dimostra in questo modo, conosciuta che l'uno, e l'altro di duoi numeri. d.&c.
sia primi a tutto el. d.e. (per la vigesima settima del 7.) sera che qllo che viene
prodotto de la. d.in. e (el quale e. b.) esser primo al. d. e adonque (per la vigesima
ottaua del medesimo) quello che pertien dal. d.e.in se il quale (per la quarta del
secondo) e tanto quanto el composto del. a.&c. & del doppio del. b. era primo
al. b. seguita adonque el composto de. a.&c. &c. esser primo al. b. perche eglie, ne-
cessario che el composto de duoi termini e primo a uno di quelli delli quali e
composto, sia primo al restante, etiam li componenti ira loro & questo e stato dis-
mostrato sopra la trigesima prima del settimo. Ma bisogna itabillire a fortifica-
tione de questa dimostrazione el composto de la. & c. esser prodotto dal. d.
inel composto del. d.&c. supposto che dal. d.in se sia fatto a. & dal medesimo
in. e sia fatto. b. & anchora che dal. d. e in se sia prodotto il composto del.
a. &c. & del doppio del. b. sopra esso quello che per auanti, etiam che dal. e. in.
se sia fatto. c. adonque per rispetto de quello preponiamo da dimostrare
le sotto scritte,

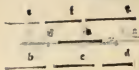
1. Quello che uien fatto dal duto de uno numero in quanti numeri
si uoglia e tanto, quanto quello che uien e fatto del medesimo, nel
composito di quelli,

IL medesimo propone la prima del secondo de linee. hor sia che dal. a. in. b.
& in. c. & in. d. peruenga. e. & f. & g. Dico che dal a. inel composto de b. & c.
& d. pertien il composto de. e. & f. & g. perche el seguita (per la conuertione de
quello numero, che si moltiplicado) che tal parte na. b. del. e. & tal a. e. del. f. cui
tal a. d. del. g. quala e la vnita del a. (per la quinta del settimo) adonque tal parte
anchor a sera il composto de. b. & c. & d. del composto de la. & f. & g. quala e
la vnita del a. adonque (per la definitione) dal a. inel composto de. b. & c. & d.
vien fatto il composto de. e. & f. & g. che e il proposito.

2. Quello che uien fatto dal duto de quanti numeri si uoglian in
uno numero, e' eguale a quello, che uiene fatto dal composto de
quelli, inel medesimo,

Questo e il conuerso modo de quello che e stato dimostrato,





Come se dal, b, & c. & d. in a, sian fatte, e, f, & g. el composito anchora vien fatto dal composito in quel medesimo laqual cosa (per quello che dimostrato dalla decima settima proposizione del settimo libro) vien concluso facilmente el proposito.

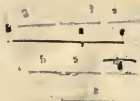
- 3 Quel prodotto che vien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglia in quanti altri si uoglia, e eguale a quello che vien fatto dal composito de questi nel composito de quelli.



Come se, a, b, c. moltiplichino, d, e, f. cioè cadauno de loro in cadauno de quelli & sian azionati il prodotto insieme d'icolo aggregato dalli prodotti, esser eguale al prodotto del composito de, a, & b, & c. nel composito de, d, & e, & f. perche (per la precedente) il prodotto che vien fatto dal composito de, a, b, c. in d, e quanto quello che vien fatto a vno per vno in esso, d, & così in, e, & in, f. & del composito de questi, a, b, c. in cadauno de quelli, d, e, f. (per auanti la precedente) sta quanto che del composito nel composito. Adonque e manifesto il proposito.

- 4 Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto sera quel prodotto che vien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che vien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la, 2. del secondo de linee come se, a, fusse diuiso in, b, & c. & d. dico che tanto vien fatto del, a. in se quanto in tutti quelli, b, c, d. perche posto, e. eguale al, a. e manifesto (per la prima di queste incidenti) tanto esser fatto del, e. in, a. quanto in tutte le parti de, a. Ma (per la conecctione) del, e. in, a. vien fatto quanto del, a. in se & del, e. in le parti de, a. quanto del, a. nel medesimo, e. adonque e manifesto esser il vero quello che sta detto.



- 5 D'ogni numero diuiso in duoi, quel prodotto che vien fatto del tutto, in l'uno di diuidenti, e tanto quanto quello che vien fatto del medesimo diuidente in se, & in l'altro.

Il medesimo propone de linee la terza del secondo in linee, exempli gratia, sia a, diuiso in, b, & c. dico prodursi tanto del, a. in, c. quanto che del, c. in se, & in, b. perche quello che vien fatto del, a. in, c. e quanto quello che vien fatto del, c. in, a. (per la decima settima del settimo) adonque tolto, d. equal al, c. sera tanto del, a. in, c. quanto del, d. in, a. Ma (per la prima di queste) tanto e del, d. in, a. quanto che in, b, & c. perche adonque, d. in, a. & in, b, & in, c. e quanto, c. in, a. & in, b, & in se per la equalita del, c, & d. e manifesto il proposito.

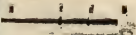
- 6 D'ogni numero in duoi diuiso lo prodotto che vien fatto del tutto del tutto in se e quanto quello che vien fatto del dutto dell'uno e l'altro di diuidenti in se, & dell'uno de quelli, due uolte in l'altro.

Il medesimo in linee propone la quarta del secondo, come se, a, sia diuiso in, b, & c. dico tanto esser fatto del, a. in se quanto del, b. in se & del, c. in se & del, b, due volte in, c. perche (per la quarta de queste) quello che vien fatto del, a. in se e quanto quello che vien fatto de quel medesimo in, b, & in, c. ma quello che farò di quello in, b. (per la precedente) e quanto quello del, b. in, se & in, c. & del, a. in, c. (per la medesima) e quanto del, c. in, se & in, b, & perche del, c. in, b, e tanto quanto del, b. in, c. (per la decima settima del settimo) le chiaro esser el vero quello che se propone.

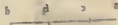


D'ogni

- 7 D'ogni numero diuiso in due parti eguale, & in due ineguale lo prodotto che uien fatto della maggiore delle ineguale in la minore, con lo quadrato dello intermedio e eguale al quadrato della mita de del tutto.



Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se, a, b, sia diuiso in duoi numeri eguali liquali siano a, c, & c, b, & anchora in due ineguali diquali il maggiore sia, a, d, & minore d, b. Dico che quel prodotto che vien fatto de tutto, a, d, in d, b, con il quadrato de c, d, e eguale al quadrato de c, b. Perche (per la precedente) il quadrato de c, b, e eguale al quadrato de c, d, & al quadrato de d, b, & a quello che vien fatto del b, d, in c, d, due volte. Ma il tutto dello d, b, in se medesimo, & in c, d, (per la prima proposizione de queste) fa, tanto quanto il tutto di quello medesimo in c, b, & pero quanto che in a, c, adonque del b, d, in se & in c, d, due volte fa tanto quanto del medesimo b, d, in a, d, per la medesima) adonque il quadrato de c, b, supera quello che vien fatto del b, d, in a, d, in c, d, nel quadrato de c, d, perche e manifesto il proposito.



- 8 Quando sera un numero diuiso in due parti eguali, & che a quello sera aggiunto uno altro numero, lo prodotto che uien fatto dello tutto de tutto il composto, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mita de, eguale al quadrato della mita, & dello aggiunto insieme,



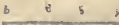
Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo hor sia il numero, a, b, diuiso in duoi numeri eguali liquali siano, a, c, & c, b, & sia aggiunto a quello il numero, b, d, dico quello prodotto che vien fatto de tutto a, d, in b, d, con il quadrato de c, b, esser eguale al quadrato de a, d, in d, b, & al quadrato de c, d, & a quello che vien fatto de b, d, due volte in b, c, ma (per la prima de queste) del b, d, in se & in b, c, due volte e quanto del b, d, in d, a, (perche, a, c, & c, b, sono eguali) adonque il quadrato de c, d, supera quel prodotto che vien fatto del b, d, in d, a, nel quadrato de c, b, che e il proposito.



- 9 Quando uno numero sia diuiso in duoi numeri quel prodotto che uien fatto del tutto in se insieme con quello che uien fatto dell'uno di diuidenti in se e eguale a quello che uien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme con quello che uien fatto dall'altro diuidenti in se.



Il medesimo propone la settima del secondo de linee, perche se sia il numero a, diuiso in b, c, d, dico lo quadrato de a, con lo quadrato del d, essere tanto quanto quello che vien fatto da a, in d, due volte con lo quadrato del b, perche e manifestato (per la sesta proposizione de queste) che il quadrato de a, e tanto quanto il quadrato de c, d, & il quadrato de b, & a quello che vien fatto del d, due volte in b, c, adonque il quadrato de a, & b, & il quadrato de d, e tanto quanto quello che vien fatto del d, due volte in se & due volte in b, c, e quanto quello del d, due volte in a, b, & c, che e il proposito.



El modemo propone la decima del secondo de liqer. Hor sia il numero .a. b. di
 Euclio in le due parti eguale. a. c. & c. b. & sia aggiunto a quello il numero .b. d.
 Dico il quadrato de .a. d. con il quadrato de .b. d. esser doppio al quadrato de .a.
 insieme con il quadrato de .c. d. perche essendo il numero .c. d. diuiso in due
 parti & a quel e aggiunto .a. e. eguale a uno de diuidendi, per la decima de que
 sto sera il quadrato de .a. d. quanto quello che vien fatto del .c. d. in .c. a. quattro
 volte & poi aggiunto con il quadrato de .b. d. & perche .a. c. e' eguale al .c. b. il
 quadrato de .a. d. sera quatro illo che vien fatto del .d. c. i. c. b. quattro volte giutto
 con il quadrato del .b. d. adonque il quadrato de .a. d. con il quadrato de .b. d.
 sera quanto quello che vien fatto del .d. c. in .c. b. quattro volte insieme con il do
 plo del quadrato de .b. d. & questo per la nona proposizione de queste e dopo
 pio al quadrato de .c. d. insieme con il quadrato de .c. b. adonq. cosa che il qua
 drato de .c. b. sia eguale al quadrato de .a. c. e' manifesto il proposito.



Eligie possibile a diuidere a l'un numero talmete che illo che vien
 contenuto sotto dil tutto, & una delle parti di quello sia eguale al
 quadrato di l'altra parte.

Quello che propone la vadesima del secondo de far in linee, l'author d e
 mostra quello esser impossibile in un trihor sia .a. b. qual si voglia numero
 di. e' impossibile quello esser diuiso cosi come se propone, perche essendo
 cosi sera diuiso secondo la proportion hauente il mezzo e doi est. tal come e
 manifesto per la diffinitione, & per la trigesima proposizione del libro. Et se que
 sto po esser per l'aduersar o) na diuiso in .a. c. & c. b. si come del .b. q.
 al .c. adonque .a. c. sera minore del .c. b. sia adonque detratto da quello vn
 quile a lui eguale sia .c. d. adonque perche la proportion de tutto .a. b. ha tutto
 il .b. c. e' si come del .b. c. (detratto dal .a. b.) al .c. d. (detratto dal .b. c.) la medes
 ma sera del .a. c. (residuo del .a. b.) al .b. d. (residuo del .b. c.) per la qual cosa del .b. c.
 al .c. d. sera si come del .c. d. al .d. o. adonque .c. d. sera maggior del .b. d. Adonque
 detratto .d. e. de .c. d. (cioe che .d. e. sia eguale al .d. b.) sera etiam la proportion
 de .b. c. al .c. d. si come del .c. d. al .d. e. per la qual cosa con sera de .d. b. (residuo de .c.
 b.) al .c. e. (residuo del .a. d.) adonque tu poi detraher .c. e. de .d. e. per tanto el
 non si trouara il fine di questa detractione laqual cosa e' impossibile. Hora quora
 nimo al nostro proposito.



Theorema. xyii Propositione. xyii

Se seranno doi numeri contra se primi quanto che e il primo de
 17 16 de quelli al secpdo, e impossibile esser tanto il secondo ad alcuno
 terzo.



Siano .a. & .b. contra se primi. Dico essere impossibile di aggiungere a quelli al
 cun altro numero in continua proportionale. Perche se questo fue
 possibile (per l'aduersario) sia .c. perche adonque .a. al .b. e' si come del .b. al .c.
 & .a. & .b. sono numeri in l'ua proportion (per la vigesima quinta proposi
 ne del settimo) ieguita (per la vigesima seconda proposizione del medesimo)
 che .a. & .b. non seranno contra se primi. laqual cosa anchora che numeri se medesimo
 & .b. non seranno contra se primi. laqual cosa e' il contrario di quello che
 sta o supposto.

fiano contra se primi la intendone ha fine (per la decima ottava) ma se fiano composti per primo numera el prodotto del duto del secondo nel ultimo quel numero secondo elqual lui lo numera e quello che cerchamo (per la seconda parte della vigesima del settimo) ma sel primo non numera il detto prodotto nūn sera che possa esser posto perche posto qual si voglia (per la prima parte del medesimo) secondo esso posto el primo numerara el prodotto elqual era posto che li non lo numerava che e inconueniente.

Theorema.xxi. Propositione. xxi.

21 Dati quanti numeri primi si uolia, e ne cessario esser alcuno numero primo da quelli diuerso.

Niente altro se intende de dimostrare lauo che li numeri primi fiano infiniti, perche se fiano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diuerso da quelli, perche se sia, d, f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggioia la vnta sia fatto, d, g, elqual, d, g, o che eglie numero primo, ouer composto, se eglie primo e manifest o el proposito, se eglie composto alcun numero primo numera quello elqual sia, h, elqual, h, non e possibile esser alcun di primi proposti, perche se quello iusse alcun de quelli con ciosia che qual si voglia de essi numeri, a, d, f, esso anchora numeraria el medesimo, & perche lui numera, d, g, bisognaria esso numerare, f, g, elquale e la vnta la qualcosa e impossibile, et medesimo seguita posto, d, f, qual numero si voglia che sia numerato da, a, b, c, per la qualcosa e manifesto il proposito.

Theorema.xxii. Propositione.xxii.

22 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si uolia, anchora tutto lo aggregato da quelli sera paro.

Sia cadauno di tre numeri, a, b, c, paro dico el composto da quelli esser paro, perche (per la conuersione della diffinitione) da cadauno da quelli ha la mitade, siano adunque le mitade de quelli, d, e, f, perche adunque si come del, a, al d, cosi sera del, b, al e, & del, c, al f, adonque (per la terzadecima del settimo) si come del, a, al d, cosi sera tutto el composto de, a, b, c, a tutto el composto de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mita de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che e il proposito.

Theorema.xxiii. Propositione.xxiii.

22 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme, anchora tutto lo aggregato da quelli sera paro.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, dispari, dico el composto de quelli esser numero paro, perche leuando via a cadauno la vnta e manifesto il residuo esser pari, & perche quelle vntade leuade via componeno numero paro (con ciosia che fiano de numero pare) e manifesto il proposito per la precedente.

Theorema.xxiiii. Propositione.xxiiii.

24 Se seranno congregati insieme numeri dispari, de moltitudine dispari, anchora tutto lo aggregato da quelli e necessario esser dispari.

Se da uno di numeri a, b, c. disparo, dico tutto il composto da questi esser e disparo, perche el composto de. a. & b. (per la preceperente) sera paro & pche eleuata via la vnita e paro (p la auanti della pcedente) tutto a, b, c. leuata via la vnita sera paro, adog(p la diffinitione) e manifesto el tutto esser disparo.

Theorema. xxy. proposizione. xxy.

25 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente sera paro.

S I a, a. numero paro, dal quale sia detratto, b, elqual anchora sia paro, & lo residuo sia, c. dico, c. necessariamente esser paro, pche essendo, d. la mita de. a, & anchora, e, la mita de, b, & detratto, e, de, d. sia el rimanente, f, (per la duodecima del settimo) sera del c. a, l. f. si co ne dela, a, l. d. per la qualcosa, f, e la mita de, c, a. dunque, c. e paro che e il proposito.

Theorema. xxyi. proposizione. xxyi.

26 Se da un numero disparo sia detratto un numero disparo, lo rimanente sera paro.

S I a, a. b. numero disparo dal qual sia detratto, b, c. elqual anchora sia disparo, dico lo rimanente (elqual e, a, c.) esser paro pche essendo detratto dall'uno e l'altro di duoi numeri, a, b. & b, c, la vnita, laqual sia d. b, & l'uno e l'altro di duoi residui (liquali sono, a, d. & d, c.) sera paro adunque (per la precedente) e manifesto, a, c. esser paro, che e il proposito.

Theorema. xxyvii. proposizione. xxyvii.

27 Se da un numero disparo sera sottratto un numero paro, quello che rimanera sera disparo.

S I a, a. b. disparo, dal qual sia detratto, a, c. elqual sia paro, dico el residuo, c, b, esser disparo, & p dimostrar questo sia detratta la vnita, b, d. pche, a, d. restara paro, & perche, a, c. e paro (per la vigesima quinta), c, d. sera paro adunque essendo, d, b. la vnita sera, c, b. disparo che e il proposito.

Theorema. xxyiii. proposizione. xxyiii.

28 Se da un numero paro tu cauara un numero disparo quello che rimanera sera disparo.

S I a, a. b. numero paro, dal quale sia tolto, a, c. elquale sia numero disparo dico lo residuo, c, b. esser disparo & per dimostrar questo sia sottratta la vnita de a, c. (laqual sia, d.) & a, d. sera paro adunque (p la vigesima quinta) anchora d, b. sera paro, adog pche d, c. e la vnita seguita, c, b. esser disparo che e il proposito

Theorema. xxix. proposizione. xxix.

29 Se sera multiplicato uno numero disparo in un numero paro quel che se produca da quelli sera paro.

Per la vigesima terza e manifesto quello che se dice in questa proposizione

Theorema. xxx. proposizione. xxx.

30 Se sera multiplicato un numero disparo in un numero disparo quel che produca sera disparo.

Anchora questa (per la vigesima quarta) e manifesta.

Theorema

Theorema. xxxi. Propositione. xxxi.

21 Se un numero disparo, numerara un numero paro, numerara quello per numero paro.

Perche se si numerasse quello per numero disparo dal duto del numero disparo in lo numero disparo se produria paro laqualcosa e inconueniente per la precedente.

Theorema. xxxii. propositione. xxxii.

32 Se un numero disparo numerara un numero disparo lui numerara quello disparamente.

Perche se lo numerasse parimente seguitia che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqualcosa e inconueniente per la 29.

Theorema. xxxiii. propositione. xxxiii.

33 Se un numero disparo misurera un numero paro le necessario quello misurare anchora la mita de del medesimo.

Si a. numero paro, la mita del quale sia. b. & sia. c. vn numero disparo, elqual numeri. a. dico che. c. numerara. b. Hor poniamo che lui numeri. a. secondo. d. & (per la trigesima prima) d. sera numero paro adonque sia. e. la mita di d. & sia duto. c. in. e. & peruenga. f. & (per la decima ottaua del settimo) del. a. al. f. sera fi come del. d. al. e. & perche anchora del. a. al. b. e fi come del. d. al. e. seguita esser. b. & f. equali adonque conciosia che. c. numeri. f. el medesimo numerara. b. che e il presupposito.

Theorema. xxxiiii. propositione. xxxiiii.

34 Se un numero disparo, sera primo ad alcun numero, el medesimo disparo sera primo al doppio del medesimo numero.

31 Si a. numero disparo primo al b. el doppio del quale sia. c. dico che. a. e primo al. c. ma essendo altrimenti (per l'aduersario) poniamo che. d. numeri quelli & conciosia che. a. sia disparo seguita. d. esser disparo (perche ciascuno numero elqual numerara vn numero disparo e disparo) per la precedente adonque d. numerara el. b. adonque. a. & b. non sono contra se primi laqualcosa e contra el presupposito.

Theorema. xxxv. propositione. xxxv.

35 Solamente li numeri dal binario doppi sono parimente pari.

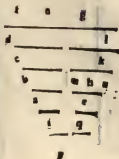
32 Si anoi numeri. a. b. c. d. d. alla vnita continuamente proporzionali, & sia. 1. el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimente pari, & niun altro puol esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportion. che questi siano parimente pari, egle manifesti (per la diuisione) conciosia che (per la duodecima) qualunque precedente numerara qualunque seguente per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari & niun altro numerara alcun de loro (per la terzadecima) imperoche. a. e quale e el binario che seguita la vnita e primo. Ma che niun altro for de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche suppone alcuno (per l'aduersario) sia diuisi in due mita, & la mita di quello in due altre mita, & questo sia fatto per fina a tanto che vn numero, ouero la vnita impedisca la diuisione laqualcosa e necessario venire (per la vltima petitione) ma se vn numero proibira questa diuisione, ne esso sera disparo elqual conciosia che lui numerara el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che e inconueniente, ma se sera la vnita che proibisca la diuisione (per la 13. ouer. 15) non sera altro fora delli continuamente doppi dalla vnita.

posito de e, f. e d. & a. b. sera fi come del. n. al. a. b. e pero & fi come del. k. d. al. a. b. che e il proposito.

Theorema. xxxix. propositione. xxxix. d d d

Quando seranno affettati numeri dalla vnica continuamente doppiati, liquali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.

Siano a. b. c. d. dalla vnica continuamente doppiati. & sia. e. lo aggregato de questi & della vnica el quale sia posto esser numero primo nel quale. e. sia multiplicato. d. & peruenga. f. g. dico. f. g. esser numero perfetto sia adonque tolti. h. k. l. continuamente doppiati al. e. talmente che tanti termini siano. e. h. k. l. quanti sono li tolti continuamente doppiati dalla vnica. & per la equa proportionalita sera de. l. al. e. fi come del. d. al. a. per la qual cosa (per la prima parte della vigesima del settimo) de. l. al. n. peruenie. f. g. perche esso. f. g. peruenie del. d. in. e. & per che. a. e. el binario. f. g. vien a esser doppio al. l. Adonque. e. h. k. l. & f. g. sono continuamente proportionali. sia adonque leuado via dal. h. vn numero eguale al. e. el qual sia. m. h. & lo residuo. h. n. (el quale anchora sera eguale al. e.) & similmente dal. f. g. sia leuado via vn numero pur eguale al medesimo. e. el qual sia. f. n. & (per la precedente). n. g. sera quanto lo aggregato del. e. & del. h. & del. k. & del. l. & concluda che. f. n. sia eguale al. e. e quanto lo aggregato del. a. & b. & c. & d. & della vnica. Et similmente tutto. f. g. e quanto lo aggregato de tutti questi cioe a. b. c. d. & della vnica & de quelli. e. h. k. l. de li quali tutti e manifesto che nome ranno el detto. f. g. & che. e. lo numeru secondo. h. & b. secondo. k. la qual cosa vien conuenuta (per la prima parte della vigesima del settimo) adintante per la equa proportionalita se in alcun luoco sera bisogno) perche come del. d. al. e. cosi e del. h. al. e. & come del. d. al. b. cosi e del. k. al. e. (per la equa proportionalita) per la qual cosa. & dal. c. in. h. & dal. b. in. k. e necessario peruenire. f. g. el qual per el passato fu prodotto dal. d. in. e. adonque prouando che niun altro (fuor de quelli) numeru. f. g. (per la diffinitione) sera numero perfetto. Ma che niuno altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo e possibile (per l'aduersario) sia. p. el qual numeri quello secondo. q. & (per la trigesima quinta propositione del settimo) sera che. e. numeri l'uno de lor duoi. & sia posto che numeri. p. & perche (per la seconda parte della vigesima propositione del settimo) del. q. al. d. e fi come del. e. al. p. seguita che. q. numeri. d. per la qual cosa concluda che. a. (el qual seguita la vnica) sia primo (perche e el binario) per la terza decima di questo. el. q. sera ouer. a. ouer. b. ouer. c. & essendo el. q. vno de quelli. El. p. sera ouer. l. ouer. k. ouer. h. perche se. q. sera a. e manifesto che. p. sera. l. & del sera. b. el. p. sera. k. & del sera. c. anchora. p. sera. h. Adonque el. p. non e diuerso da quelli come era stato posto. rimane adonque che. f. g. sia numero perfetto come fu proposto da dimostrare.



INCOMINCIA

EL DECIMO LIBRO DI EVCLIDE ME-



ob- GARENSE, FRA L'ALTRI DIFFICILE

da Nicolò Tartalea Brisciano rassetato secon-
do le due traduzioni, & dal latino in
volgar tradotto, & in ogni
passo oscuro des-
lucidato.

Diffinitione prima.

1 Quelle quantita, seranno dette comunicante, ouero comen-
surabile, alle quale sera una quantita numerante comunamente
quelle. Et quelle alle quale non sera una quantita numerante com-
munamente quelle seranno dette incommensurabile.

Il Traduttore.

Exempli gratia sel fusse le due linee, a. & b. & che el se trouasse qualche al-
tra linea, ouero misura che numerasse, ouero misurasse caduna di quelle
(poniamo c.) le dette due linee seranno dette comunicante, ouero comen-
surabile. Ma quando el non si trouasse alcuna forte de linea che numerasse, o-
uero misurasse comunamente le dette due proposte linee quelle seriano dette
incomunicante, ouero incommensurabile. El medesimo si debbe intendere
nelle superficie, & corpi.

Diffinitione. ii.

1 Le linee rette sono dette in potentia comunicante, quando una
superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.

Il Traduttore.

Exempli gratia sel fusse le due linee rette a. b. & c. d. & le superficie quadrate
di quelle. a. b. e. f. & c. d. g. h. Et che el si trouasse qualche superficie (ponia-
mo la superficie k.) che numerasse ouero misurasse cadauna di quelle, le dette
due linee seriano dette comunicante, ouero comensurabili in potentia.

Diffinitione. iii.

1 Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non
gli sera alcuna communa superficie che numeri le superficie qua-
drate di quelle.

Il Traduttore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal conuerso della prece-
dente, cioe che quando non sera alcuna superficie communa che numeri
ouero



ouero misuri le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se diranno incommensurabile in potentia. Lequal cose essendo come e sta esposto e piu manifesto che a ogni proposta linea retta (cioe a quella con la quale pigliamo le misure de cubiti, palmi, & dedi, ouero pedi,) sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in lunghezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitio. iiii.

Ma ogni proposta retta linea con la quale racioniamo, sera detta
4 rationale.

Il Traduttore.

IN questa diffinitioe l'authore ne aduertisse come che quella misura materiale la quale operammo nelle nostre commensurationi (o sia perica, ouero passo, ouero piede, ouero braccio, ouero altra misura formata a nostro piacere) era detta racionale, per esser una quantita a noi cognita, e familiare.

Diffinitio. v.

Et le linee a quella communicante sono dette racionale.

4

Il Traduttore.

QUantunque questa diffinitioe sia posta disgiunta dalla precedente la si debbe intendere congiunta con quella successiuamente; perche in questa copulatiuamente diffinisce che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta linea (cioe a quella misura con la quale misureremo, sia perica, o passo, o piede, o braccio, ouero altra misura formata a nostro piacere) sono dette racionale, exempli gratia poniamo che la nostra proposta linea (con la quale misureremo, ouero intendemo di misurare le nostre cose occorrente) sia quella misura materiale che sechiamo passo, diuisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in once duodeci, hor dico che non solamente el detto passo, sera linea racionale (per la precedente diffinitioe) ma anchora tutte le linee misurate con el detto passo, & con le sue parti seranno dette racionale per la presente diffinitioe perche tutte le dette linee veranno a essere commensurabili con la nostra proposta racionale, cioe con el nostro passo. Et accioche meglio me intendi poniamo che sia vna linea, ouero lunghezza longa passa sei piedi quattro once sette e mezza, dico la detta linea, ouero lunghezza esser quantita racionale (per la precedente diffinitioe) per esser commensurabile con el nostro passo (per la prima diffinitioe) & la loro commune misura vera a essere la mezza onza cioe che vna linea longa mezza onza misurara la proposta lunghezza precisamente 831. volta & misurara anchora el nostro passo precisamente 120. volte onde per la detta prima diffinitioe seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitioe, l'una e l'altra sera racionale che e il proposito.

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitioe in la seconda tradottioe parla in questa altra forma.

Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in lunghezza
4 & in potentia, & anchora solamente in potentia, sono dette racionale.

R. lili

Il Traduttore.

Il Traduttore.

L Aqual diffinitione e assai piu larga & generale di l'altra, perche questa vo-
le che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in poten-
tia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra misura di passo ouero per-
tica, ouero altra sorte di misura) siano chiamate rationale, perche seguita che
quelle quantita che comunemente da pratici sono dette radice sforde, & ir-
rationale (come seria la radice quadrata di dieci ouero di duodeci & di ogni
altro numero non quadrato) l'authore vole che essendo tal quantita linee siano
dette rationale (per essere el suo quadrato rationale) & se cosi non fusse seguis-
sia gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre proposi-
tioni di questo decimo, come procedendo se potra facilmente conoscere, ve-
ro e che se tai quantita serano superficie seranno poi dette irrationale e mediale
come nella trezadecima propositione di questo si potra vedere,

Diffinitione.vi.

6 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono
4 dette irrationale, ouero sforde.

Il Traduttore.

A Nchora questa diffinitione si debbe intendere congiunta successiuamen-
te alla precedente della prima tradottione, perche in questa lui diffinisse
che tutte quelle linee che non seranno comunicante alla medesima nostra pro-
posta retta linea (cioe alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee ir-
rationale, ouero sforde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tra-
dottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno
& l'altro modo, cioe in lunghezza, & in potentia sono chiama-
te irrationale.

L A quale diffinitione intendendola congiunta successiuamente con la prece-
dente (pur della seconda tradottione) vien a conformarsi con il conuerso
di quella, cioe che vna linea incommensurabile solamente in lunghezza con la
nostra misura non se debbe chiamare ne intendere irrationale (come sopra la
precedente fu detto) anzi lui vole che la se intenda rationale per esser il suo qua-
drato rationale, e pero bisogna notare che il vulgo di pratici fin al presente se
guendo la tradottione di Campano le radici de tutti li numeri non quadrati
si essendo linee come essendo superficie li chiamano irrationale & sforde. niente
di meno le si debbeno intendere rationale essendo linee come parla la seconda
tradottione altramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nel-
le cose che seguitan in questo decimo. ideo &c.

Diffinitione.vii.

7 Ma ogni quadrata superficie con laquale per el presupposito ratio-
6 cinamo e detta rationale.

Il Traduttore.

P Er maggiore intelligenda di questa diffinitione bisogna notare che quando
noi desideramo di saper la quantita di alcuna superficie inuestigamo in che
proportione

proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passa quadri e ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere (ilche si troua moltiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, sia le misure della sua lunghezza) (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo prodotto di tal moltiplicazione serua quantita de quante superficiette quadrate (di la misura gia operata, sera la detta superficie, & per superficietta quadrata si debbe intendere vno quadrato d'na misura per fassa, cioe di quella che gia hauemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor riuocando al nostro proposito l'authore diffinisse che ogni superficie quadrata con la quale per el presupposito ratiocinamo (o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura grande, ouero piccola) e detta rationale per esser vna superficie a noi cognita e familiare

Diffinitione. viii.

8
o E le superficie a quella comunicante sono dette rationale.

Il Traduttore,

Cioe che tutte quelle superficie che seranno comunicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) (sono dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie sera d'vni passo non solamente vn'altra superficie de piu passa integri superficiali (come seria de passa. 450.) sera detta rationale, ma anchora de passa, pie e once, e mezza once sera pur detta rationale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata d'vno passo & la lor communa misura sempre sera la minima parte del passo che si trouara esser denominata in detta superficie, & accio meglio me intendi poniamo che vna misurata superficie sia passa vinticinque e vno terzo superficiali dico la detta superficie esser commensurabile con la nostra superficie d'un passo & la lor communa misura sera vn terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei piedi cinque once sette e tre quarte de onza superficiale la lor communa misura sera insalante vn quarto de onza superficiale, e pero l'una e l'altra sera rationale el medesimo si trouara in ogni altra specie di rotto & nota che vn passo superficiale e piedi. 25. superficiali & vn piede superficiale e once. 14. 4. superficiale, & con queste euidentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si voglia) quante superficiette de vna delle sue parti andara a formare il tutto perche molti si credono che si come vn passo lineale e cinque piedi lineali che similmente vn passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali anzi e il quadrato de cinque cioe vinticinque come detto di sopra & similmente perche vn piede lineale e diuiso in once. 12. credono che similmente once. 12. superficiale facciano vn piede superficiale perche non possono errar nelle sue resolutioni per che come di sopra e detto vn piede superficiale e once. 4. 4. superficiale, & tutto questo (per le ragioni addutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo sera manifesto, & non solo nelle parti del passo: & del piede ma anchora nelle parti della pertica & della cana, & del cauezzo, ouer d'una misura formata a nostro piacere, per che quello che e detto del passo, e pie, con la medesima euidentie se procedera nelle parti di qual si voglia misura diuisa come se voglia, perche ogni famosa cita forma & diuisa, & da il nome alle sue famose misure secondo il loro parere ideo auctore.

Diffinitione.ix.

2 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette ir-
 9 rationale, ouero sorde.

Il Traduttore.

Hauendo l'autore nella precedente diffinito quale siano le superficie
 dette rationale, hora in questa copulatiuamente ne diffinisse il conuerso
 cioe che tutte quelle superficie che non seranno commenfurabile a quella
 medesima notra quadrata superficie (detta di sopra) seranno dette irra-
 tionale, ouero sorde.

Diffinitione.x.

• Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale) seranno commu-
 5 nicante seranno dette irrationale.

Il Traduttore.

Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono,
 ouero seranno communicante ad alcuna superficie irrationale, seranno
 medesimamente dette irrationale.

Diffinitione.xi.

10 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irra-
 4 tionali.

Il Traduttore.

Cioe che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrate simil-
 mente sono dette irrationali, lo lato potente in vna superficie (essendo
 quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superfi-
 cie, ma se la non fusse quadrata se intende pur per el lato de una superficie
 quadrata eguale a quella, ouero di quella istessa redotta in quadro che e il
 medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima:

11 Qualunque quantita tante uolte puo essere multiplicata che la
 • ecceda qualunque proposta quantita del medesimo genere.

Il Traduttore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima
 tradottione & e connumerata fra le diffinitioni ma perche secondo
 il mio giudicio e piu presto sup. ositione, ouero petitione, che diffini-
 none, suppositione, ouero petitione la chiamamo, nella quale se suppone
 che date

(che date due quantita Ineguale sempre se puo multiplicare talmente la minore che tal multiplicatione ecceda la quantita maggiore.

Theorema.i. Proposizione.i.

Se da due proposte quantita ineguale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuado uia piu della mita, & da li indrio seguitando per el medesimo modo, finalmente e necessario che rimanga una quantita minore, della proposta minore.

Siano le due quantita Ineguale. a. & b. c. & sia b. c. la maggiore. Dico che tante volte puol essere detratto piu della mita della b. c. (ouero del residuo di quello che sera necessario che rimanga vna quantita minore de a. Et per dimostrare questo sia multiplicato a. tante volte cioe per tal numero che quelceda b. c. & sia il multiplce di q. d. e. f. maggiore de b. c. adonque sia detratto da b. c. piu della mita laquale sia b. g. & anchora del residuo (el quale e. g. c.) sia detratto piu della mita laqual sia. g. h. & questo anchora sia fatto tante volte per fina a tanto che b. c. sia diuisa in tante parte quante volte a. e contenuto in d. e. f. hora dico che b. l. m. residuo (che in questo luogo e. h. c.) e minore de a. Et per chiarire questo sia multiplicato h. c. per tanto quanto che a. e contenuto in d. e. f. & sia el multiplce di quella. K. l. m. perche adonque cadauna delle parti ouero quantita de. K. l. m. e eguale al. h. c. seguita che. K. l. m. e minore de. g. h. m. perche m. e eguale al. h. c. (per la conecctione). K. l. m. sera minore de. g. h. m. per laqual cosa sera etiam minore de. d. e. f. concludia adonque che d. e. f. sia a. l. i. si come. K. l. m. al. h. c. & essendo d. e. f. maggiore de. K. l. m. seguita (per la decima quarta proposizione del quinto libro) che. a. sia maggiore de. h. c. che e il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mita, & anchora del rimanente la mita. & cosi procedere tante volte per fina a tanto che la maggiore sia diuisa in tante parti quante volte e contenuta la minore in qualunque suo multiplce eccedente quanto si voglia la maggiore delle proposte, ma bisogna aduertire che in questa si vede contradire alla sedadesima proposizione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche se fosse qualunque angolo stenuto de linee rette, se da quello leuaremo via piu della mita, & similmente del residuo leuaremo piu della mita el si vede esser necessario potersi fare questo tante volte che rimanga vno angolo rettilineo minore dell'angolo della contingentia, della qual cosa la sedadesima proposizione del terzo libro conclude lo opposto, ma quelli angoli non sono voluocce perche el retto non sono simplizamente d'uno medesimo genere. Ne anchora puol occorrere esser tolto tante volte l'angolo della contingentia che quello ecceda qual si uoglia angolo rettilineo, laqual cosa e necessaria, come si manifesta per la demonstratione habuta di sopra, adonque a questo eglie anchora chiaro (accioche el conseqente sia seguito dal antecedente) qualunque angolo rettilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingentia.

Il Traduttore.

A voler dimostrare per vno altro modo piu breue che el residuo. h. c. sia minore della quantita. a. (tante che el multiplce. d. e. f. sia maggiore di la quantita b. c. tolendo della b. c. piu della mita (quale sia b. g.) & della d. e. f. m.



cho della mita (quala sia la semplice. d.) lo residuo. e. f. (per cōmuna sententia) sera maggiore del residuo. g. e. anchora toledo del detto residuo. g. e. piu della mita (quala sia. g. h.) & del residuo. e. f. toledo solamente la mita (quala sia. e.) lo residuo. f. (per cōmuna sententia) sera maggiore del residuo. h. c. & perche. f. e eguale alla. a. seguita che el residuo. h. c. sia minore della quantita. a. che e il pro-
posio & questa demonstratione cauamo della seconda tradottione.

Theorema.ii. propositione.ii.

Seferanno due quantita ineguale, & dalla maggiore sia detratto una quantita eguale alla minore, per fin a tanto che sopra auanzi una quantita minore de essa minore, & dapoì dalla minore sia detratto una quantita eguale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantita minore di quello rimanente, anchor de nouo dal rimanente primo sia detratto una quantita eguale al rimanente secondo per fina a tanto che rimanga quantita minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia trouato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per auanti, quelle due quantita e necessario esser incommensurable.

Vna simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano le due quantita ineguale. a. & b. & sia. a. la maggiore dalle quale essent do fatta la reciproca detrattione per fin a tanto che si po' la, & che la sia fatta per infinite volte, & che non occorra alcuna quantita che impedita la detrattione (cioe che numeri, ouer misuri lo rimanente restato per auanti) dico quelle due quantita esser incommensurable & se possibile e esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la cōmuna misura di quelle sia. c. & sia detratto la quantita. b. dalla. a. quante volte se pol. & sia el residuo. d. elqual residuo sia detratto dal. b. quante volte se pol. & sia el residuo. e. & sia fatta tante volte questa detrattione per fina a tanto che dall'uno o l'altra delle due quantita. a. & b. rimanga vna quantita minora de. c. & questo e necessario esser possibile per la precedentet. & sia in questo luoco. e. minora de. c. con cloua adonque che. c. misuri. b. (detratto dal. a.) & anchora. a. (p la concessione) misurara el residuo. d. e pero con cloua che i misuri. d. (detratto dal. b.) e anchora esso. b. misurara el residuo. e. Ma e. era minora de. c. adonque la quantita maggiore misura la minore la qual cosa e impossibile.

Problema primo. propositione.iii.

Proposte due quantita ineguale, communicante puotemo trouare la massima quantita numerante cōmuna mente quelle.

La demonstratione di questa se non ignori la seconda propositione del settimo libro ni non la poi ignorare, perche el processo dell'una, & dell'altra e vno medesimo.

Correlario.

Adonque da questo, eglie manifesto che qualunque quantita, la quale



quale misuri due quantita, quella anchora misurara la massima quantita misurante communamente quelle'

Il Traduttore.

Il soprascritto correlario conclude che dal processo & demonstratione fatta della propositione soprascritta (procedendo si come fu fatto in la secous da propositione dello settimo libro) esser manifesto che ciascaduna quantita laqual misuri due proposte quantita, quella medesima misurare anchora la massima quantita, che misuri communamente quelle.

Problema. ii. Propositione. iiii.

4 Proposte tre quantita communicante puotemo trouare la massima quantita numerante comunamente quelle.

Cosi questa e manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla seconda del detto settimo.

Correlario.

4 E pero da questo e manifesto che se una quantita misurara tre quantita, misurara anchora la massima communa misurara de quelle & similimente de piu quantita date se trouara la massima quantita numerante quelle & da poi succedere el correlario.

Il Traduttore.

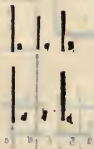
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradotione el qual conclude (si come el precedente) che dal processo seguito nella demonstratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se vna quantita misura tre quantita quella misurare anchora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantita a trouar la lor massima misura che similimente operando si puol trouare la detta massima misura de piu quantita proposte, & dapo succedere similimente el correlario.

Theorema. iiii. propositione. v.

5 La proportion de ogni due quantita communicante e si come de numero a numero.

Siano le due quantita communicante, a, & b. dico che la proportion de quelle e si come de alcun numero a vnaltro numero, & per dimostrar questo sia c, la massima quantita misurante comunamente a, & b. (trouata come insegna la terza propositione de questo) la quale misura a secondo el numero d. & b. secondo el numero, e, & sera de b, a, c. come de d, alla vnita imperoche si come a e m multiplie del, c. cosi el, d, e multiplie della vnita, & c, a, b, e si come la vnita a, l, e, perche si come c, e sono multiplie al, b, cosi la vnita e sono multiplie al, e. A dunque per la equa proportionalita de a, al, b, e come de d, al, e, che e il proposito.

(ma?)



Theorema. iiii. Proposizione. vi.

Se faranno due quantita delle quale la proportionne dell'una all'altra sia si come de numero a numero, quelle due quantita e neccesa, io essere communicante.

Questa e il conuerso della precedente, exempli gratia essend o. a. a. b. si come el numero. c. al numero. d. dico le due quantita. a. & b. esser communicante. Perche essendo tolto. e. misurante tante volte. b. quante volte che la vnita e inel. d. & tante volte misurante. f. quante volte che la vnita e in. c. concludia adonque che f. sia. f. a. l. e. come el. c. alla vnita & e. a. l. b. come la vnita al. d. per la equa proportionalita sera. f. a. l. b. come. c. a. l. d. per la qual cosa etiam come dela. a. l. b. adonque (per la prima parte della nona del quinto). f. e. equale a. l. a. concludia adonque che. e. misuri. f. (per la conuertitione) misurara. a. adonque. a. & b. sono communicanti perche misuraua etiam. b. che e il proposito. A dimostrare la medesima per vn altro verso siano le due quantita. a. & b. che fra loro habbiano la proportionne come ha el numero. c. al numero. d. dico che quelle due quantita sono communurabile & per dimostrar questo sia diuisa la quantita. a. in tante parte quante vnita e nel. c. & sia tolta la quantita. e. eguale a vna di quelle parti, & sia. f. la vnita adonque si come e la vnita al numero. c. cosi e la quantita. e. alla quantita. a. & come e el numero. c. al numero. d. cosi e la quantita. a. alla quantita. b. adonque (per la equa proportionalita cioe per la vigesima seconda proposizione del quinto libro) si come e la vnita al numero. d. cosi e la quantita. e. alla quantita. b. & la vnita misura el numero. d. adonque & la quantita. e. misura la quantita. b. & misura anchora la quantita. a. (perche la vnita misura anchora lo numero. c.) adonque la quantita. e. misura l'una e l'altra delle due quantita. a. & b. E per tanto le dette due quantita. a. & b. sono communurabile & la quantita. e. la commun misura di quelle.

Correlario.

Per queste cose dimostrate eglie manifesto che sel sera duoi numeri (ponia o. d.) & e. & una data retta linea (ponia o. la. a.) che si come e' il numero al numero eglie possibile cosi essere la detta retta linea a. a' un'altra retta linea quala poniamo che quella sia. f. & se sera tolta ouer trouata la media proportionale fra. a. & f. (quala poniamo che sia la. b.) sera si come la. a. alla. f. cosi el quadrato della medesima a. al quadrato della. b. cioe si come e la. a. alla. f. cosi e la figura retta ngola descrita dalla prima linea, alla figura simile & similmete descritt sopra la seconda (per lo correlario della decima ottaua proposizione del sexto libro) ma si come la. a. alla. f. cosi e el numero. d. al numero. e. Adonque el uien fatto si come e el numero. d. al numero. e. cosi e el quadrato della linea retta. a. al quadrato della linea retta. b.

Theorema. v. Proposizione. vii.

Le quantita incommensurabile fra loro non hanno proportionne come da numero a numero,

siano

Siano le due quantita. a. & b. incommensurabile, dico che la proportion de la a. alla b. non e si come da numero a numero, perche se la a. alla b. hauesse proportion come da numero a numero seguiria per la sesta che la detta a. fusse commensurabile con la detta b. & gia non e (dal presupposito) adonque la a. alla b. non ha proportion come da numero a numero, e per tanto le quantita incommensurabile fra loro non hanno proportion come da numero a numero laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema.vi. Propositione.viii.

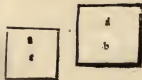
Se due quantita non haueranno fra loro proportion, come da numero a numero quelle tai quantita seranno incommensurabile.

Siano le due quantita. a. & b. lequale non habbiano proportion insieme come da numero a numero. dico che dette quantita sono incommensurabile, perche se le fusseno commensurabile (per l'aduersario) la quantita. a. alla quantita. b. hauera pporione come numero a numero (per la quinta di questo) & gia dal presupposito non ha tal proportion, adonque le dette quantita. a. & b. sono incommensurabile, laqual cosa era, da dimostrare.

Theorema.viii. Propositione.ix.

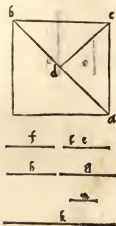
D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati comunicano in lunghezza, la proportion de l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata sera si come la proportion d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno comunicanti in lunghezza, & se li lati di due superficie quadrate seranno incommensurabili in lunghezza le dette superficie fra loro non haueranno proportion come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata non sera come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in lunghezza.

Siano le due linee quadrate. a. & b. li quadrati delle quale siano. c. & d. dico che se le linee. a. & b. comunicano in lunghezza, la proportion della superficie. c. alla superficie. d. sera si come di numero quadrato a numero quadrato, & e conuerso & se li duoi lati. a. & b. seranno incommensurabili in lunghezza la proportion della superficie. c. alla superficie. d. non sera si come di numero quadrato a numero quadrato & e conuerso. El primo argomento se manifesta in questo modo. Se le due linee. a. & b. communicano in lunghezza quelle (per la quinta) seranno in la proportion di duoi numeri, liquali siano e. & f. li quadrati delli quali siano. g. & h. adonque perche la proportion della superficie. c. alla superficie. d. e si come quella della linea. a. alla linea. b. duplicata (per la decima ottaua del sexto) seguita anchora che la proportion della superficie. c. alla superficie. d. sia si come quella del numero. e. al numero. f. duplicata, & anchora (per la vndecima propositione del ottauo libro) la proportion del. g. al. h. e si come quella del. e. al. f. duplicata, & per tanto la proportion del. g. al. h. e si come del numero quadrato. g. al numero quadrato. h. che e il primo pposito. El secondo si manifesta in qsto modo, essendo la superficie. c. alla superficie. d. si come el numero quadrato. g. al numero quadrato. h. dico che le due linee. a. & b. seranno commensurabili.





In lunghezza perche concio sia che la proportionone del. e. al. d. sia si come quella che e dal. a. al. b. duplicata (per la decima ottaua del sexto) & dal. g. al. h. (per la vndecima del octauo) sia si come quella del. e. al. f. duplicata, per la qual cosa anchora la sempia del. a. al. b. sera si come la sempia del. e. al. f. (per la sesta) adonque le due linee. a. & b. sono communicante che e il secondo proposito. Et terzo se manifesta dal secondo per la destruttione del consequente. Similmente el quarto e manifesto dal primo pur dalla destruttione del consequente, & nota che dal la quarta parte di questa e manifesto el diametro di cad'un quadrato esser incommensurabile alla sua costa, perche concio sia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportionone doppia non sia si come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in lunghezza. Altramente concio sia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri egualmente pari seriano quadrati & altri infiniti liquali non sono quadrati Et Aristotile primo priorum duce a questo inconueniente, che sel diametro sia posto esser commensurabile alla costa, che'l numero disparo sera equale al paro, laqual cosa cosi e manifesta, perche essendo el diametro. a. b. commensurabile al lato. a. c. (per la quinta) etiam. a. b. al. a. c. sera si come alcun numero a vn altro. Sian adonque questi numeri. e. & f. liquali siano li minimi in la sua proportionone, & per questo l'uno di loro sera disparo perche essendo l'uno e l'altro paro non seranno li minimi in la sua proportionone anchora sia li quadrati di quelli. g. & h. adonque se. e. e disparo anchora (per la trigesima del nono). g. sera disparo, sia adonque. k. doppio al. h. & (per la diffinitione). K. sera paro perche adonque. a. b. al. a. c. e come. e. al. f. (per la decima ottaua del sexto & per la vndecima del octauo) el quadrato del. a. b. al quadrato del. a. c. sera come del. g. al. h. adonque. g. e doppio al. h. perche cosi e il quadrato de. a. b. al quadrato de. a. c. (per la penultima del primo) & perche etiam. K. e doppio al. h. seguita (per la nona del quinto) che. g. numero disparo sia equale al. K. numero paro Ma se. e. sia posto paro & f. disparo la proportionone de. f. alla mita de. e. laqual sia. l. sera si come de. l. a. c. al la mita de. a. b. laquale sia. d. e pero la proportionone del quadrato de. a. c. al quadrato de. a. d. sera si come la proportionone del numero. h. elquale e disparo per la trigesima del nono al quadrato del numero. l. elqual sia. m. alqual. K. sia posto esser el doppio, elqual. K. (per la diffinitione) sera paro, & perche el quadrato di. a. c. e doppio al quadrato di. a. d. (per la penultima del primo) lo numero. h. sera doppio al numero. m. & concio sia che el numero. K. sia anchora lui doppio al medesimo numero. m. (per la nona del quinto) lo numero. h. numero disparo sera equale al numero. K. numero paro che e il proposito.

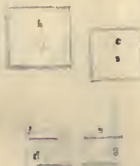


Il Traduttore.

Questa Vltima parte che se dimostra, cioe che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potra vedere.

Correlario.

Et da queste cose di mostrate eglie manifesto che le linee commensurabile in lunghezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in lunghezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in lunghezza hanno la proportionone come da numero quadrato a numer quadrato, & quelle quantita che hanno la proportionone come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per la qual cosa le linee



le linee rette cōmensurabile, non solamente sono cōmensurabile in longhezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportionē come de numero quadrato a numero quadrato e' stato dimoſtrato come li lati sono cōmensurabili in longhezza, & in potentia, cōciosia che li quadrati habbiano quella proportionē come di numero quadrato a numero quadrato, adō que ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, ma ſimilmente come alcun altro numero a numero, eſſi quadrati ſono cōmensurabili, cioè eſſi rette linee, dalle quale ſono deſcritti ſono cōmensurabile in potentia ma nō in longhezza, per laqual coſa le linee cōmensurabile in longhezza neceſſariamente ſono etiam cōmensurabile in potentia, ma quelle che ſono cōmensurabile in potentia non e neceſſario eſſer cōmensurabile in longhezza, ſaluo ſe non ſeranno come numero quadrato a numero quadrato e per tanto dico che quelle linee lequale ſono incommenſurabile in longhezza non e neceſſario eſſer quelle incommenſurabile in potentia, perche le cōmensurabile in potentia, pono hauere & non hauere la proportionē come numero quadrato a numero quadrato, e per queſto, quelle che ſono cōmensurabile in potentia pono eſſer & non eſſer cōmensurabile in longhezza, per laqual coſa quelle che ſono incommenſurabili in longhezza, non e neceſſario eſſer in incommenſurabili in potentia, ma quelle che ſono incommenſurabile in longhezza pono etiam in potentia eſſer incommenſurabile, ma quelle che ſono incommenſurabile in potentia neceſſariamente ſono etiam incommenſurabile in longhezza, perche ſe ſeranno cōmensurabile in longhezza (per l'aduerſario) ſeranno anchora in potentia cōmensurabile, & ſono ſtate ſuppoſte incommenſurabile che ſe una coſa abſorſa, adonque quelle linee che ſono incommenſurabile in potentia, neceſſariamente ſono etiam incommenſurabile in longhezza.

Lemma.

^o
9 Et in le coſe Arithmetice (per la uigeſima quinta del ottano) e' ſtato dimoſtrato, che li numeri ſuperficiali ſimili fra loro hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, & che le duoi numeri fra loro haūeranno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri ſono ſuperficiali ſimili, da queſte coſe e' manifeſto che li numeri ſuperficiali diſſimili, e quelli che non hāno li lati proportionali, non hanno proportionē come numero quadrato a numero quadrato, perche ſe haūerāno tal proportionē per l'aduerſario, quelli ſeranno ſuperficiali ſimili, laqual coſa non ſe ſuppone, adonque li numeri ſuperficiali diſſimili, fra loro non haūeranno proportionē come numero quadrato a numero quadrato.

Quotemò dimostrare la precedente nona proposizione per questo
 6 altro modo. Et pche eglicòmenfurabile la linea. a. alla linea. b. p la
 quinta di qsto, hanno la pportione còe da numero a numero, hab
 biano adonq; qlla sì come el numero. c. al nùero. d. & multiplicàdo.
 c. in se medemo poniamo che faccia. e. & multiplicàdo el detto. c. cò
 tra. d. ponio che faccia. f. & multiplicado. d. in se medesimo poniamò
 mo che faccia. g. adonque pche el. c. multiplicado in se ha fatto. e. et
 multiplicado sia el. d. ha fatto. f. adonque sì come e dal. c. al. d. qual e
 sì come dal. a. a l. b. còsì e dal. e. al. f. ma sì come dal. a. al. b. còsì e quel
 lo che uien fatto dal. a. in se medesimo a quello che uien fatto del. a.
 nel. b. eglicò adonque sì come el quadrato del. a. al rettangolo del. a.
 in. b. còsì e lo. e. al. f. Anchora perche multiplicado el. d. in se mede
 simo uien fatto el. g. & multiplicado el. c. sia el. d. uien fatto. f. adonq;
 (per la undecima del quinto) sì come e il. c. al. d. cioè sì come lo. a. al
 b. còsì e lo. f. al. g. ma sì come e lo. a. al. b. còsì e quello rettangolo che
 uien fatto, ouero contenuto sotto del. a. & b. al quadrato del. b. adò
 que sì come e quello che uien fatto del. a. in b. a quello che uien fat
 to del. b. in se medesimo, còsì e lo. f. al. g. ma sì come e el quadrato del
 a. al rettangolo del. a. in. b. còsì era lo. e. al. f. adonque (per la equa
 proportionalita, cioè per la uigesima seconda del quinto) sì come
 e il quadrato del. a. al quadrato del. b. còsì e lo. e. al. g. & l'uno e l'alt
 ro: cioè. e. & g. e numero quadrato cioè lo. e e el quadrato de. c. &
 lo. g. e el quadrato del. d. adonque el quadrato de. a. al quadrato del
 b. hanno la proportionè come da numero quadrato a numero qua
 drato laqual cosa bisognaua dimostrare.

Hor poniamo che il quadrato del. a. al quadrato del. b. habbia quel
 9 la proportionè che ha el numero quadrato. e. al numero quadrato
 g. Dico che la linea. a. e commensurabile alla linea. b. & per dimo
 strare questo sia. c. el lato del. e. & d. el lato del. g. & multiplicado. c.
 contra. d. faccian. f. adonque li tre numeri. e. f. g. sono continui pro
 portionali in quella proportionè che e el. c. al. d. (per la decima ot
 taua & decima nona del settimo) & perche el rettangolo del. a. in. b.
 e medio proportionale fra el quadrato del. a. & el quadrato del. b.
 & fra li doi numeri quadrati. e. & g. el suo medio proportionale e.
 f. adonque sì come e il quadrato del. a. al rettangolo del. a. in. b. còsì e
 il numero. e. al numero. f. & còsì e il rettangolo del detto g. in. b. al
 quadrato de. b. còsì e lo numero. f. al numero. g. ma sì come e il qua
 drato de. a. al rettangolo del. a. in. b. còsì e la linea. a. alla linea. b. adonq;
 a. & b. sono commensurabili perche hanno proportionè sì come el
 numero. e. al numero. f. laqual e sì come del. c. al. d. cioè sì come del. c.
 al. d. còsì e del. e. al. f. perche multiplicado. c. in se medesimo quel
 fe. c. e. & quel medemo multiplicado nel. d. quel fe. f. adonque sì co
 me e il

me e il, c. a. l. d. c. o. f. i. e. l. o. e. a. l. f.

Theorema.viii. Propositione.x.

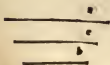
Se seranno due quantita communicante a una quantita, anchora quelle quantita e necessario esser fra loro commensurabile.



Siano l'una e l'altra delle due quantita, a. & b. communicante alla quantita. Sc. Dico, a. & b. esser commensurabile perche la a. alla c. (per la quinta) e come numero a numero, similmente anchora (per la medesima) la c. alla b. e si come numero a numero, adunque sia il numero, d. al numero, e. si come la a. al la c. & lo numero, f. al numero, g. si come e la c. alla b. & le proportioni che sono del d. al e. & del f. al g. sian continuate in tre termini, liquali siano, h. K. l. come in segna la quarta propositione del octauo & (per la equa proportionalita) la a. al la b. sara si come lo numero, h. al numero, l. adunque (per la sesta di questo) a. & b. sono communicante che e il proposito.

Lemma.

Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudi, ne seranno incommensurabile.



Siano le due magnitudine, a. b. & l'altra c. & sia a. commensurabile alla c. & la b. sia incommensurabile alla medesima c. Dico che, a. & b. sono incommensurabile perche se a. fusse commensurabile alla b. per lo contrario della precedente seguita che, b. fusse commensurabile con c. laqualcosa non si suppone.

Theorema.ix. Propositione.xi.

Se seranno due quantita fra loro communicante, a qualunque quantita, che una di quelle comunichi, Anchora l'altra gli comunicara, & a qualunque una di quelle non comunichi, ne etiam l'altra gli comunicara.

Siano le due quantita, a. & b. communicante, & sia posta qual si voglia quantita (poniamo, c.) con laquale comunichi, a. Dico che la b. comunicara con la medesima, laqualcosa (per la decima di questo) e manifesto concludo che l'una e l'altra comunica con la quantita, a. ma se un'altra voia sia posto che a. & b. siano communicante come prima, & sia pur posto vna quantita (poniamo c.) con laquale non comunichi, a. Dico che, b. non comunicara con la medesima c. perche se c. comunicasse con b. concludo che, a. comunica anchora con c. medesimo (dal presupposto) seriano (per la detta decima) a. & c. communicante, & era posto che non erano communicante per laqualcosa e manifesto quello che habemo detto.

Il Traduttore.

Questa propositione in la prima traduzione se dispone inefolatamente con la precedente, ma tale propositione se rimuoua solamente in la seconda traduzione &c.



che le $a, c, a \& a, b$, non sono incommensurabile (per l'aduersario) adonque (per la diffinitione) alcuna grandezza li misura ambedue, hor se eglie possibile le sia che d , misura quelle adonque perche, d , misura le dette $c, a \& a, b$, misura etiam el rimanente, $b, c \& a$, misura a, b , adonque d , misura le dette a, b, c, a, b , c, e per tanto (per la prima diffinitione del, 10.) dette a, b, c, b, c , sono commensurabile, & sono supposte incommensurabile laqualcosa e impossibile, adonque alcuna grandezza non misura le dette a, b, c, a, e per tanto quelle sono incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta, a, c , sia incommensurabile a vna delle dette, a, b, c, b, c , similmente dimostreremo anchora che le dette due grandezze, a, b, c, b, c , sono incommensurabile, hor sia primamente alla a, b . Dico che dette, a, b, c, b, c , sono incommensurabile, perche le sono commensurabile (per l'aduersario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misura quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile e), d , adonque perche, d , misura dette, a, b, c, b, c , adonque misura etiam tutta, a, c, c , & misura etiam a, b , adonque d , misura dette, c, a, c, a, b, e per tanto le dette, c, a, c, a, b , sono commensurabile & sono supposte incommensurabile laqualcosa e impossibile adonque alcuna grandezza non misura le dette, a, b, c, b, c, e per tanto dette a, b, c, b, c , sono incommensurabile, similmente se dimostrara che la a, c , alla rimanente, b, c e incommensurabile, adonque se due grandezze & el rimanente che seguita, laquale cosa era da dimostrare.

Theorema.xii. Propositione.xiii.

¹⁰
¹¹ Se la prima (de ogni quattro quantita proportionale) sera commensurabile alla seconda, anchora la terza sera commensurabile alla quarta, & se la prima sera incommensurabile alla seconda, anchora la terza sera incommensurabile alla quarta.

Siano le quattro quantita proportionale, a, b, c, d . Dico che se a , comunica con b , anchora c , comunica con d , & se a , e incommensurabile con b , anchora c , sera incommensurabile con d , & se a , comunica con b , in potentia solamente anchora c , comunica con d , in potentia solamente niente di meno l'author non propone questo perche facilmente e manifesto per la demonstratione delle prime parte, lequale se dimostrano in questo modo, se a , comunica con b , (per la quinta di questo) sera, a, a, b , si come numero a numero sia adò que si come e, a, l , ma perche (per el presupposito) a, a, b, e si come c, a, d , sera c, a, d , si come el numero, e, a numero, f , adonque (per la sesta) c, e comunicate con d , che e il primo proposito, el secondo e manifesto dal primo dalla destructione del consequente, perche se a, e incommensurabile con b , e necessario, c , esser in commensurabile con d , perche sel fusse a quello commensurabile (con cio sia che sia come, e, a, d , così, a, a, b , (per el presupposito) sera (per la prima parte, a , comunicante con b , & non era comunicante, per laqualcosa e manifesto tutto quello che ha proposto l'author ma quella parte che gli hauemo aggiunto (cioe che se a , comunica con b , solamente in potentia, c , comunica con d , solamente in potentia) e manifesto in questo modo con cio sia che, a , non comunicati con b , in lunghezza ne el c , (per la seconda parte de questa) comuncara con d , in lunghezza & con cio sia che el quadrato de, a , comunicati con el quadrato de, b , (dal presupposito) sera (per la quinta) el quadrato della linea a, a al quadrato della linea b, b si come numero a numero liquali sian, e, d, f , & perche el quadrato de, c, a al quadrato de, d , e si come el quadrato de, a , al quadrato de, b , sera etiam el quadrato de, c, a al quadrato de, d , si come el numero, e, a al numero, f , adonque (per la sesta) c, d , comunicano in potentia, & perche non comunicano in lunghezza, el proposito e manifesto.



Theorema.xiii. Propositione.xvi.

12 Se la prima, de ogni quattro linee proportionale po piu della se-
14 conda tanto quanto e el quadrato di alcuna linea a se communican-
te in lunghezza, anchora la terza e necessario possere tanto piu del-
la quarta quanto e el quadrato de alcuna linea a se communicante
in lunghezza & se la prima sera piu potente della seconda nel qua-
drato de alcuna linea a se incommensurabile in lunghezza, anchora
ra la terza sera piu potente della quarta nel quadrato de alcuna li-
nea a se incommensurabile in lunghezza.

H Or siano le quattro linee proportionale. a. b. c. d. & sia la. a. maggiore della
b. & la. c. della. d. & anchora sia la. a. piu potente della. b. nel quadrato
della linea. e. & la. c. sia piu potente della linea. d. nel quadrato della linea. f. dico
che se. a. comunica con. e. in lunghezza anchora. c. communicara con. f. in
lunghezza & se. a. non comunica con. e. in lunghezza ne etiam la. c. commu-
nicara co. f. in lunghezza & se. a. comunica co. e. solamente. e. in potentia, anchora. c. co-
municara con. f. solamente in potentia, niente di manco l'authore non propo-
ne questo ultimo perche facilmente e manifesto dalla dimostrazione di primi
perche conciosia che la proportionone de. a. al. b. sia si come del. c. al. d. del qua-
drato de. a. al quadrato de. b. sera si come del quadrato de. c. al quadrato de. d.
& perche el quadrato de. a. e eguale alli quadrati delle due linee. b. & e. simil-
mente al quadrato de. c. e egale alli quadrati delle due linee. d. & f. la pportione di qua-
drati delle due linee. b. & e. al quadrato de. c. sera si come di quadrati delle due
linee. d. & f. al quadrato de. f. adunque disgiuntamente el quadrato de. b. al qua-
drato de. e. sera si come el quadrato de. d. al quadrato de. f. adunque del. b. al. e.
sera si come del. d. al. f. anchora per la equa proportionalita sera del. a. al. e. si co-
me del. c. al. f. adunque (per la prima parte della decima quarta) e manifesta la
prima parte de questa & (per la seconda) la seconda & (per la terza in quel luo-
co aggiunta) questa parte aggiunta.

Il Traduttore.

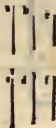
C He la proportionone di quadrati delle due linee. b. & e. al quadrato del-
la. e. sia si come quella di quadrati delle due linee. d. & f. al quadrato della
f. e manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

o Se sopra ad alcuna linea retta sera posto, ouero descritto uno para-
17 lellogrammo al quale (a compire la detta linea) manchi uno qua-
drato, el detto parallelogrammo descritto, sera eguale a quello che
vien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.

S Ia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla. a. b.) lo parallelogrammo
Sa. d. al quale manchi a compire la detta linea la superficie. d. b. quadrata, di-
co che il parallelogrammo. a. d. e eguale a quello che vien contenuto sotto de. a.
e. & b. & questo per se stesso e manifesto, perche la superficie. d. b. e quadrata
el lato. d. c. e eguale al. c. b. & lo parallelogrammo. a. d. e quello che fano ouero

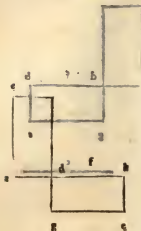
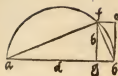
s^m 1111



in due parti commensurabile: *la stessa si dimostra*

SE siano le due linee a.b.&c.& sia a.b. maggiore & sia aggiunta alla linea a. b. vna superficie eguale alla quarta parte del quadrato della linea c. talmente che manchi a compire la linea a.b. vna superficie quadrata, perche questo e possibile a fare per la vigesima ottaua del sexto laqualcosa facilmente vien fatta in questo modo, sia diuisa a.b. in le due linee a.d.& d.b. talmente che fra quelle cada la mita della linea c. continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegneremo in fine della demonstratione di questa) & (per la decima settima del sexto) la superficie de a.d.in.d.b. (laquale sia d.e.) sera eguale al quadrato della mita della linea c. per laqualcosa (per la quarta del secondo) la medesima sera subquadrupla al quadrato della linea c. anchora manca a compire la linea a.b. vna superficie quadrata, conciosia cosa che a.d. sia eguale al d.g.& d.b. sia eguale al g.e. e per tanto dico che se la superficie d.e. diuide la linea a.b. in due parti communicanti la linea a. b. sera piu potente della linea c. nel quadrato de alcuna linea communicante con lei in lunghezza & conuerso, & conciosia che la linea a.b. sia maggiore della linea c. la parte a.d. non sera eguale alla parte d.b. perche se la fusse eguale la superficie d.e. seria quadrata, & perche essa superficie e eguale al quadrato della mita della linea c. seria a.d. eguale alla mita de c. & tutta a.b. seria eguale a tutta la c. laqualcosa seria contra el pre supposito, adonque la a. d. non e eguale alla d. b. adonque della maggiore de quelle (laqual sia d.b.) sia tagliato la parte d.f. eguale alla a.d. & (per la ottaua propositione del secondo) el quadrato de tutta la a.b. sera eguale a quelli restanti fatti de d.b. in d. a. quattro volte & al quadrato de f. b. per laqualcosa la linea a.b. sera piu potente della linea c. nel quadrato della linea f. b. laquale e necessario comunicare a tutta la a. b. se la linea a.d. e communicante alla linea d.b. perche se questo sera la d.b. sera communicante alla d.f. sua eguale per laqualcosa (per la duodecima propositione) b.f. comunica con f. d. e pero comunica etiam a tutta la b. d. & per questa causa comunica etiam con tutta la a. f. adonque comunica etiam con tutta la a. b. & cossi e manifesto el primo proposito, el conuerso di questa e manifesto in questo, sia la a.b. piu potente della c. nel quadrato della linea f. b. laqual communici con lei medesima in lunghezza, dico al presente che la superficie eguale alla quarta parte del quadrato della linea c. aggiunta sopra alla linea a. b. (talmente che manchi vna superficie quadrata) diuide la linea a. b. in due parti communicanti, perche se sia diuisa f. a. in due parti equali in d. & sia fatta la superficie d.e. del d. b. in d. a. & mancherà a compire la linea a. b. la superficie quadrata, & (per la ottaua propositione del secondo libro) el quadrato de a. b. sera eguale al quadruplo della superficie d.e. & al quadrato de f. b. A donque el quadruplo della superficie de d. e. e eguale al quadrato della c. per laqualcosa la superficie d.e. se eguale alla quarta parte del quadrato della c. dico adonque che la d. b. e communicante con la a. d. (stante che f. b. sia communicante con a. b. perche se questo sera che f. b. sia communicante con a. b. sera anchora communicante con a. f. (per la duodecima propositione) per laqualcosa sera etiam con a. d. & con d.f. a quella eguale e per tanto etiam d. b. sera communicante con a. d. che e il secondo proposito, ma al presente e da dimostrare qualmente la linea a. b. quando che essa sera posta maggiore della linea c. possa esser diuisa talmente che fra le parti di quella caschi la mita della linea c. continuamente proportionale, perche quando la sera cosi diuisa, la superficie che sera fatta dall'una parte in l'altra sera eguale al quadrato della mita della linea c. & essa superficie sera eguale alla quarta parte del quadrato della linea c. aggiunta alla linea a. b. talmente che mancha vna superficie quadrata, perche questo sera fatto in questo modo, diuisa a. b. in due parti equali in ponto d. & sia lineato sopra quella la semia





cerchio a.f.b. & similmente sia lineata la linea b.e, perpendicolare alla a.b, la quale sia posta eguale alla mita della linea c.e. & sia ditta la e.f. & equidistante alla a.b, per fin a tanto che la seghi la circonferentia del semicerchio in ponto, f. perche e necessario che seghi quella (conclusa che la linea, a, b. sia maggiore della linea, c.) & sia ditta la f.g. perpendicolare alla a.b. la quale conclusa sia che la sia eguale alla linea, e.b. (per la trigesima quarta proposizione del primo) sera anchora eguale alla mita della linea, c. sia adunque dute le linee, f.a. & (per la prima parte della trigesima prima proposizione del terzo) l'angolo a.f.b. sera retto e pero (per la prima parte del correlario della ottava del sesto) la linea f.g. sera nel mezzo luoco proportionale fra a.g. & g.b. per la qual cosa la mita della linea c., (la quale e eguale a quella) sera etiam media proportionale fra le medesime che e el nostro proposito.

Theorema. xy. Proposizione. xviii.

14 Se faranno due linee ineguale delle quale se la superficie eguale al
18 la quarta parte del quadrato della piu corta posta sopra alla piu lo,
 gha talmente che manchi al compimento di quella una superficie
 quadrata, diuida quella in due parti incommensurabile, la piu lon-
 gha sera piu potente della piu corta in lo augmento del quadrato
 d'una linea incommensurabile in lunghezza a essa linea piu longa
 & se la piu longa sera piu potente della piu corta in el quadrato du-
 na linea incommensurabile in lunghezza, a essa linea piu longa, &
 sia posto, ouer aggiunto sopra a essa una superficie eguale alla qua-
 rta parte del quadrato della piu corta & manchi a compire la piu
 longa una superficie quadrata, le necessario che essa superficie po-
 sta ouero aggiunta sopra a essa linea, diuida essa linea piu longa in
 due parti incommensurabile.

Questa decima ottava mette el contrario dello antecedente & del conse-
 quente della precedente, & la disposizione in questa non differisse dalla
 disposizione di quella, & el modo de argumentare dell'una & dell'altra e uno
 medesimo, perche se a.d. non comunica con d.b. ne etiam, d.f. (a lei eguale)
 comunicare con la medesima d.b. adunque (per la terzadecima proposizio-
 ne) d.f. non comunica con f.b. per la qual cosa, nanche con a.f. perche a.f. &
 d.f. sono comunicante si come el numerante & el numerato, e pero ne etiam
 a.b. comunicare con la linea f.b. ma se d'ito sera (pla seconda parte) cioe se a.b.
 non comunica con f.b. non comunica con a.f. per la qual cosa non comu-
 nica etiam con a.d. ouero con d.f. adunque ne d.b. comunicare con d.a.
 anchora tu puoi dimostrare questa decima ottava proposizione, per la premessa
 la prima parte de questa per la seconda de quella & la seconda per la prima
 per la destruttione del conseguente, peche se a.d. & d.b. non comunicano nec-
 essi a.f. & f.b. comunicare non peche se a.b. & b.f. comunicassero bisognaria
 (per la seconda parte della premessa) che a.d. comunicasse con d.b. & era pos-
 sibile che non comunicasse, per lo medesimo modo se procedera della secong
 parte perche se b.a. & a.b. non comunican ne etiam a.d. & d.b. comunican-
 ranno, perche comunicando segulria per la prima parte della premessa che
 a.b. & b.f. comunicassero uguali non comunicano per la qual cosa e mani-
 festo el proposito.

Theorema

Theorema.xvi. Propositioe.xix.

¹⁵ Ogni superficie rettangola che contengono due linee rationale in
¹⁹ lunghezza le proua etier rationale.

Siano le due linee, a.b. & b.c. (lequale contengano la superficie rettango-
 la, a.c.) rationale in lunghezza: dico la superficie a.c. essere rationale: perche
 descritto il quadrato de quale si uoglia di quelle come il quadrato c.d. della li-
 nea b.c. (per la prima del sesto) la proportione del quadrato c.d. alla sua
 superficie a.c. si come la linea b.d. alla linea a.b. perche adonque b.d. communi-
 ca in lunghezza con a.b. (dal presupposito) pero che la b.c. (sua eguale) comu-
 nica con essa (per la prima parte della decimaquarta) c.d. fara comunica-
 nte con a.c. adonque concluda che c.d. sia rationale (per la definitione)
 etiam a.c. fara rationale: che e il proposito.

Il Traduttore.

El testo di questa decimanona propositione in la seconda tradottione, di-
 ce in questa forma.

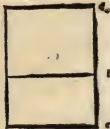
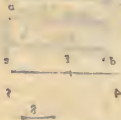
¹⁵ Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo al
¹⁹ cuno di predetti modi) commensurabile in lunghezza e rationale.



La qual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in
 lunghezza: ma pòno esser rationale etiam solamente in potentia, pur che
 siano commensurabile in lunghezza: laqual cosa se dimostra per li medesimi
 modi e uie di sopra addutte, perche el quadrato di qual si uoglia di quelle sa-
 ra rationale (essendo cadauna di quelle rationale in potenza) onde leguitan-
 do se concludera el proposito come in altro modo: & questa e molto piu ge-
 nerale dell'altra.

Theorema.xvii. Propositioe.xx.

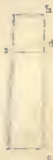
¹⁶ Quando che sopra a una linea rationale in lunghezza fara posta
²⁰ una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sa-
 ra rationale in lunghezza, & commensurabile col primo in lon-
 ghezza.



Questa e quasi el conuerso della precedente, come se la superficie a.c. (ag-
 giunta ouero posta sopra alla linea a.b. rationale in lunghezza) fara ra-
 tionale: dico che il secondo lato di quella (lequale e b.c.) fara anchora ratio-
 nale in lunghezza & communicante al primo lato: perche se sia a.d. el qua-
 drato de a.b. & fara rationale (per la definitione) & per questa causa fara com-
 municante con la superficie a.c. rationale, perche adonque (per la prima del
 sesto) si come e la superficie a.d. alla superficie a.c. cosi e anchora la linea b.d.
 alla linea b.c. & la superficie a.d. comunica con la a.c. fara (per la prima par-
 te della decimaquarta) d.b. communicante con b.c. adonque fara etiam com-
 municante con la b.a. (sua eguale) & b.a. e rationale (dal presupposito) per la
 qual cosa (per la definitione) etiam b.c. fara rationale: adonque e manifestò
 il proposito.

El testo di questa soprafcritta propofitione in la feconda tradotione di ce in questa forma.

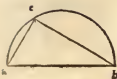
- 16 Se una fuperficie rationale fera pofta fopra una linea rationale fara
 20 la larghezza rationale, commenfurabile in longhezza all'altra cioe a quella fopra laquale fu pofta la fuperficie.



Onde questa e affai piu generale di quella pofta di fopra, perche questa non astringe che la data linea fia rationale in longhezza ma bafia che fia rationale onde tal linea puol effer etiam rationale folamente in potentia, perche vna linea rationale folamente in potentia e detta rationale (per la difinitione) & tutto quello fe verifica per le medefime argumentationi vfate di fopra, perche ponendo che la fuperficie, a.c. rationale, fia pofta fopra la linea, a.b. rationale folamente in potentia, dico che il medefimo fecondo lato cioe, b.c. fera rationale folamente in potentia, & commenfurabile in longhezza con la, a.b. per le medefime ragioni nell'altra demonftratione addutte perche el medefimo quadrato de, a.b. fera rationale (per effer la, a.b. rationale abenche fia folamente in potentia) non refta che il detto quadrato non fia rationale & commenfurabile alla fuperficie, a.c. & cetera.

Problema. iiii. Propofitione. xxi.

- 17 Puotemo trouare due linee rationale folamente in potentia com-
 29 municante, delle quale la piu longha poffa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a fe commenfurabile in longhezza.



El propofito e di trouare due linee rationale in potentia folamente communicante delle quale la piu longha fia piu potente della corta inel quadrato d'una linea a fe commenfurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale, laqual fia, a.b. fopra la quale defcriuo lo mezzo cerchio, a.c. b. & tolto alcun numero (come, d.e.) iluido d'illo in li duoi numeri, f. &, f.'e. talmente che la proportion de, d.e. al, d.f. fia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportion de, d.e. al, f.e. non fia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato diuifibile in vno numero quadrato & in vno che non fia quadrato come e, g. elquale fe diuide in, 4. e, 5. & tutti li egualmente multiplici de quefti. & trouo vna linea al quadrato della quale el quadrato della linea, a.b. fia fi come el numero, d. e. al numero, d. f. (& qualmente efa fe ritroui e ftato detto in la demonftratione della decima quinta de quefto) trouata questa linea (laquale neceffariamente e minore de, a.b.) la accommodo (per la prima del quarto) drento del mezzo cerchio a.c.b. & fia, a.c. & fubftitudo la linea, c.b. dico le due linee, a.b. &, c.b. effer quelle che cerchamo, perche (per la trigefima prima propofitione del terzo) l'angolo, c, feta retto, e pero (per la penultima del primo) lo quadrato de, a. b. e eguale alli quadrati delle due linee, a.c. &, c.b. & perche la proportion del quadrato della linea, a.b. al quadrato della linea, a.c. e fi come del, d.e. al, d.f. (p el preiupposito) (per la quarta proportionale) la proportion del quadrato della linea, a. b. al quadrato della linea, c.b. fera fi come del, d.e. al, f.e. adonque el quadrato de, c. b. communica con el quadrato de, a. b. (p la fefta propofitione di quefto) adonq el quadrato

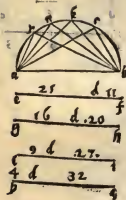
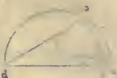
quadrato de. c. b. sfera rationale (per la diffinitione) concludo che'l communica con una superficie rationale, & perche. c. b. & a. b. sono incommensurabile (per la vltima parte della nona propositione.) e manifesto le due linee a. b. & c. b. esser rationale in potentia solamente comunicante, ma perche. la linea a. b. e piu potente della linea c. b. nel quadrato della linea. a. c. la quale (per la seconda parte della nona) comunica con sego in lunghezza e manifesto essere satisfatto el proposito. Ma se tu desideri de ritrouarne piu de due rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de quala si voglia delle altre nel quadrato de alcuna linea communicante con sego in lunghezza, sia come per auant^o la linea. a. b. rationale in lunghezza, sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio. a. b. & sia tolto lo numero. d. quadrato quale sia diuisibile in molti quadrati & non quadrati, di quali non quadrati la proportion non sia si come de alcuno di di numeri quadrati, & tali numeri che opra se danno come el 36. elquale e diuisibile in. 25. e. 11. e anchora in. 16. e. 20. & similmente in. 9. e. 27. e anchora in. 4. e. 32. & de questi non quadrati liquali sono. 11. 20. 27. 32. tra loro non e proportion si come de alcuno numero quadrato a vnaltro sia adonque che'l numero. d. quadrato sia diuiso in. quadrato & in. non quadrato & sia el quadrato della linea. a. b. al quadrato de la linea. a. c. si come el numero. d. al numero. e & sia ditta la linea. c. b. e manifesto el proposito come per auanti e stato dimostrato. a. b. & c. b. esser le due tal linee che cerchamo, similmente anchora si si dero. d. in. g. quadrato & in. h. non quadrato & sia el quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. k. si come del. d. al. g. & sia ditta la linea. k. b. & seran no come prima le due linee. a. b. & b. k. quelle che cerchamo per lo medesimo modo se sia diuiso vn'altra volta. d. in. l. quadrato & in. m. non quadrato, & sia posto la proportion del quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. n. si come del. d. al. l. & sia prodotto la. n. b. seranno le due linee. a. b. & b. n. quale cerchamo & e vn'altra volta si diuiso. d. in. p. quadrato & in. q. non quadrato & la proportion del quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. a. e. sera si come del. d. al. p. & sia protetta la linea. r. b. seranno anchora le due linee. a. b. & b. r. quale cerchamo, e per tanto le linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. sono rationale in potentia solamente comunicante vna delle quale (cioe. a. b.) e piu potente de quala si voglia delle altre in el quadrato duna linea commensurabile con sego in lunghezza se adonque vnuna delle quattro linee. b. c. b. k. b. n. b. r. comunica con le altre in lunghezza e manifesto el proposito & questo se approua in questo modo. perche le manifesto dalle precedente che'l quadrato della linea. b. c. al quadrato della linea. a. b. e si come el numero. f. al numero. d. & lo quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea. b. k. e si come el numero. d. al numero. h. adonque per la equa proportionalita el quadrato della linea. b. c. al quadrato della linea. b. k. e si come el numero. f. al numero. h. & nian di quattro numeri. f. h. m. q. sono (dal presupp^oito) si come numero quadrato a numero quadrato, & per la quarta parte della nona) le due linee. b. c. b. k. sono incommensurabile in lunghezza, & per la medesima ragione, due quale si voglia di quelle quattro sono incommensurabile in lunghezza adonque e manifesto quello che volemo.

Allo stesso modo si può dimostrare che le linee a. b. e c. b. sono comunicanti in lunghezza e in potenza.

Il Traduttore,

Allo stesso modo si può dimostrare che le linee a. b. e c. b. sono comunicanti in lunghezza e in potenza.

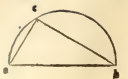
Bisogna notare che la linea. a. b. se può essere rationale in lunghezza & anchora solamente rationale in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione (seconda la seconda tradottione) & per tanto le dette due linee possono essere ambedue rationale solamente.



In potentia, ouero l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia, vero e che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche se siano commensurable in detta longhezza che seria contra il presupposto deo & cetera.

Problema.y. Propositione.xxii.

18 Potremo truouare due linee rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possi piu della piu corta quanto e il quadrato d'una linea a se incommensurable in longhezza,



IN questa anchora rimanga la medesima disposizione & li medesimi presuppofiti che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportion de numero, d.e. a niuno di duoi numeri d.f. & f.e. sia si come de numero quadrato a numero quadrato, & questo vien fatto facilmente poisto, d.e. qual si voglia numero quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati come se, d.e. sia noue & d.f. sei & f.e. tre argumentando come per auanti eccetto solamente questo che a.b. & a.c. sono incommensurabili in longhezza (per la vltima parte della nona propositione) & da saper che le due linee che insegnano di truouare questa & la premessa componono el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quella che rimane e detta residuo, anchora nota che le linee rationale solamente in potentia communicante possono esser vna rationale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale vna sia vinticinque piedi & l'altra vintiquattro sono rationali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie e cinque & el lato della seconda non vien numerato. Et possono esser ambedue irrationale come li lati tetragonici delle due superficie delle quale vna sia vintiquattro piedi & l'altra 21, perche el lato ne dell'una ne dell'altra uien numerato & sono incommensurabile in longhezza (per la vltima parte della nona) & se tu desiderasse anchora de trouare piu de due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale vna sia piu potente de quala si voglia delle altre inel quadrato d'una linea non communicante con sego in longhezza sia tolto tal numero elqual se possa esser cosi diuiso in piu parti che la proportion de quello a niuna del le sue parti ne dalcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come vinticinque elqual tu poi diuidere in duoi e vna parte anchora in cinque & vinti & similmente in sette e dieci otto & el processo sia el medesimo che stato fatto in la premessa.

Lemma, ouero assumptione.

La linea potente in una area irrationale e irrationale.

Perche se la linea a. possi vna area irrationale cioe che quel quadrato qual vien fatto della linea a. sia eguale a vna area ouer superficie irrationale. dico che la linea a. e irrationale, perche se possibil fusse (p l'adertario) che la detta linea a. fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea a. ser la pte diffinitioe rationale

rationale, & (dal prefupposito) e irrationale, adonque la linea a, b, c e irrationale seguita adonque il proposito.

Il Traduttore.

Questo lemma ouero assumptione se ritroua solamente in la seconda tradouione, el quale lemma dimostra quello che se diffinisse in la vltima diffinitione di quello decimo libro, cioè che la linea potente in vna superficie irrationale e irrationale per la qual cosa seguiria la detta vltima diffinitione essere superfua.

Theorema. xviii. Propositione. xxiii.

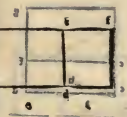
Ogni superficie che contengano due linee rationale solamente potentialemente communicante, et e' irrationale, e' detta superficie mediale, & lo suo lato tetragonico, cioè quello lato che polin quella e' irrationale & e' detto linea mediale.

Siano le due linee a, b, b, c (contenente la superficie a, c) rationale solamente in potentia communicante, lequale qualmente se trouano dalla premissa & dalla auanti la premissa e manifesto. Dico la superficie a, c esser irrationale. Et per dimostrar questo sia c, d quadrato de b, c & sera rationale (per el prefupposito) imperoche la linea b, c e rationale in potentia, & perche (per la prima del sexto) la proportion de a, c a b, c e si come della a, b alla b, d , & la a, b non comunica con la b, d , perche (dal prefupposito) la non comunica con la sua e' quale (laquale a, b, c) seguita (per la seconda parte della decimaquarta) che etiam a, c non comunichi con c, d , per la qual cosa (per la diffinitione) la superficie a, c e irrationale adonque el suo lato tetragonico (per lo soprascritto lemma) e irrationale, & questa superficie e chiamata superficie mediale perche e nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioè fra il quadrato delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie e detta linea mediale perche anchora lei e nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia, & quelle due linee sono li lati della detta superficie & questo e quello che volemo.

Lemma.

Se seranno due linee rette, si come e' la prima alla seconda, cosi e' quello che vien fatto della prima a' quello che contenuto sotto alle due rette linee.

Siano le due rette linee f, e, e, g . Dico che si come e, f alla e, g cosi e' il quadrato de f, e alla superficie contenuta sotto da f, e & e, g , & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima settima del primo el quadrato d, f , & sia completo d, g , adonque perche si come e' f, e alla e, g cosi e' f, d alla d, g , & d, g e quella superficie contenuta da f, e & e, g , adonque si come e' f, e alla e, g cosi e' quello che vien fatto del f, e a quello che contenuto sotto del f, e & e, g , similmente anchora si come quello che contenuto sotto de e, g & e, f a quello che vien fatto da e, f , cioè si come g, f alla d, f cosi e' e, g alla d, f .



²⁰Quando che sopra a una linea rationale in lunghezza sera posta
²²una superficie eguale al quadrato d'una linea mediale, el secondo
latodi quella sera rationale solamente potenzialmente & incom-
mensurabile al primo lato in lunghezza.



Questa e quasi il converso della premessa, Sia, a. una linea mediale & sia la
linea, b, c, rationale in lunghezza sopra alla quale sia posto, ouero aggiun-
ta la superficie b, d. eguale al quadrato della linea, a. laqual cosa se fa in quello
modo, sia sotto aggiunto alle due linee, b, c. & a, la linea, c, d in continua propor-
tionalita, cõe insegna la decima del sesto, & la superficie della, b, c, a, n, e, d, sera equa-
le al quadrato della linea a, (per la sceltadecima del medesimo) dico el secondo
lato de quella el quale e, d, e, ser rationale solamente in potenza & incommen-
surabile in lunghezza al lato, b, c, & sera (per la precedente) per la diffinitione
della linea mediale che la linea a, possi in alcuna superficie contenuta da due
linee rationale, soltante in potenza comunicanti, laqual sia la superficie, e, g,
islati della quale sian, e, f, & i, g, & le due superficie, b, d, & e, g, (per la prima par-
te della decima quarta del sesto) seranno de lati mutui, per quello che esse sono
eguale, & rettangole adouque la proportion de b, c, a, l, e, f, e si come del, f, g, a
e, d, per laqual cosa, concludo che b, c, e, comunicati in, potentia con e, f, (imperò
che li quadrati dell'una & dell'altra de quelle sono rationali) dal presupposito)
f, g, (per la decima quarta) comunicara in potentia con e, d, concludo adou-
que che el quadrato de, f, g, sia rationale (per el presupposito) anchora el quadra-
to de, e, d, per la diffinitione sera rationale, & perche la superficie, b, d, e, irratio-
nale si come la sua eguale, e, g, (per la premessa) seguita che el quadrato della li-
nea, e, d, non comunicati con la superficie, b, d, & perche el quadrato della li-
nea, e, d, alla superficie, b, d, (per la prima del sesto) si come lo lato, e, d, allo lato
c, b, (per la seconda parte della decima quarta) sera che, e, d, non comunicati
con b, c, per laqual cosa concludo che la b, c, sia rationale in lunghezza (dal pres-
supposito) a, e, b, sera rationale in lunghezza cioe rationale solamente in po-
tentia adouque e manifesto la proposta conclusione.

Il Traduttore.

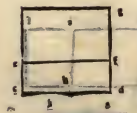
Il testo dell'opra scritta propositione in la seconda tradottione parla in que-
sta forma videlict.
²⁰il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea reionale fa
²²la larghezza rationale & incommensurabile in longhzza a quella
linea alla quale fu sopraposto.

La qual propositione e piu generale che la sopraposta perche questa non a-
larga che la linea a, b, sia rationale in lunghezza ma basta che sia rationale
o in lunghezza o in potentia solamente & per li medesimi argumentationi se
trouara seguire il proposito & quello che di sopra se conclude per la prima del
sesto nel la seconda tradottione se conclude per la sopra scritta letima cioe che
il quadrato della linea, e, d, alla superficie, b, d, e si come lo lato, e, d, allo lato, c, b,

Theorema.xxv. Proposizione.xxv.

²¹Ogni linea comunicante a una mediale e mediale.

²³Sia la linea a, mediale alla quale sia posto la linea, b, e, ser comunicante ouer
in longhezza, ouero solamente in potentia, dico che etiam la linea b, e, me-
diale



diale, & per dimostrare questo sia la linea.c.d. rationale in lunghezza sopra la quale sia posta la superficie.c.f. eguale al quadrato della linea. a. & anchora la superficie.c.g. eguale al quadrato della linea.b. (& a que modo questo si debbia far e stato detto in la premessa demonstratione) & (per la precedente) la linea.d.f. sera rationale solamente in potentia & incommensurable alla linea.c.d. & perche (per la prima d. del testo) del.c.g. al.c.f. e si come del.f.g. al.d.f. & la superficie.c.g. comunica con la.c.f. imperoche el quadrato de.b. comunica con lo quadrato de.a. (per el presupposito) & illi quai quadrati le dette superficie sono poste equali, seguita (per la prima parte della decima quarta) che la linea.f.g. communi- nichi con la linea.d.f. per la qual cosa.f.g. e rationale solamente in potentia, si co- me.c.d.f. & incommensurable in lunghezza alla linea.c.f. conciosia che la linea d.f. (a se communicante) sia incommensurable al medesimo, e.f. imperoche e in commensurable alla sua eguale, perche questo fu prouato in la vndecima che sel sera due quantita communicante a qualunque quantita vna di quelle non co muni ca ne etiam l'altra gli communicara, adonque (per la vigesima terza) la superficie.c.g. sera mediale & lo lato tetragonico di quella el quale e.b. sera me- diale che e il proposito, similmente anchora ogni superficie caa n in scante a vna superficie mediale e necessario esser mediale, perche se sia la superficie.a. mediale alla quale sia posta la superficie.b. esser communicante. Dico la superfi- cie.b. esser mediale laqual cosa in questo modo sera manifesta, sia la linea.c.d. ra- tionale in lunghezza & sopra a quella sia aggiunta, ouero posta la superficie. c. el quale sia eguale alla superficie.a. la qual cosa se fa in questo mo do, si troua- ra la linea.c.f. alla quale sia proportionale vno di lati della superficie.a. si come sia la linea.c.d. all' altro lato (& come questa linea se troua e stato detto in la decima del testo) & (per la quinta decima del medesimo) la superficie.d.f. sera e. quale al.a. & anchora per el medesimo modo sopra alla linea. e. f. sia aggiunto, ouero posto la superficie.e.g. la quale sia eguale alla.b. adonque (per la vigesima quarta) la linea.c.f. sera rationale solamente in potentia & anchora sera incommensurable in lunghezza alla linea.c.d. & perche.a.&.b. erano communicanti (dal presupposito) leranno anchora .c.e. & e.g. (a quelle eguale) communicanti, adonque (per la prima del testo) & (per la prima parte della decima quarta) de questo leranno le due linee.c.f. & .f. g. communicante in lunghezza, per la qual cosa (per la vigesima terza) la superficie.c.g. sera mediale, conciosia che la li- nea.c.f. sia rationale in lunghezza si come.c. d. a lei eguale (conciosia adonque che.b. sia eguale al.e.g. anchora.b. sera mediale che e il proposito, & e nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale, onde tutta la superficie.d.g.e mediale, perche conciosia che le due linee.e.f. & .f. g. sian rationale in potentia solamente, & non communicante in lunghezza & seguita che tutta la.c.g. sia rationale solamente in potentia & non communicante con la. c. d. in lunghezza, adonque (per la vigesima terza) d.g.e mediale & per lo medesimo modo se procederà essendo piu.

Il Traduttore,



Questa vltima parte prouata di sopra, cioe che ogni superficie communi- cante a vna superficie mediale e mediale, nella seconda traductione se ne fa vno corollario ma per esser assai piu chiara questa del ditto corollario haue- mo posposto el detto corollario.

Theorema. xxi. Propositione. xxyi.

22 Ogni differentia in la quale habundi una mediale da una mediale, se- zio proua essere irrationale.

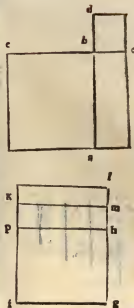
Sia l'una e l'altra delle due superficie.a.b. & .a. mediale, Dico che la superficie b. (la quale e la differentia di quelle) e irrationale, e per dimostrar questo sia



Siano le due linee, a.b. & b.c. mediale solamente in potentia comunicante, di
 modo che la superficie, a.c. (da quelle ritenuta) ouer che la e rationale ouer me-
 diale, & per dimostrar questo sian, d.e. el quadrato della linea, b.c. & a.e. el qua-
 drato della linea, a.b. & (dal presupposto) questi duoi quadrati seranno comu-
 nicanti & la superficie, a.c. (per la prima del. 6.) sera mediale nel mezzo loco pro-
 portionale fra essi quadrati, sia tolto ad. i. que la linea, f.g. la qual sia rationale in
 lunghezza sopra alla qle sia agito ouer poita la superficie, f.h. equal al quadrato
 a.c. & k.h. equal alla superficie, a.c. & k.l. equal al quadrato, d.e. & queste tre
 superficie, f.h. h.k. & k.l. seranno continuamente pportionali, si come lono le sue
 equale, a.e. a.c. & d.e. plaqualcoia (per la prima del. 6.) nam le tre linee, g.h. h.k.
 m. & m.l. (le quale sono base de quelle) erano continuamente pportionale, & co-
 cio sia che le superficie, f.h. & k.l. siano comunicante, si come li duoi quadrati, a.e.
 & d.e. di quelle equali seguita (per la prima del. 6.) & (per la. 14. di questo) che la
 linea, g.h. sia comunicante coua, m. l. & l'una e l'altra de quelle e rationale in
 potentia (per la. 24. de questo) adonq la superficie dell'una di quelle in l'altra e
 rationale pche ogni superficie la qual che e cōtenura da due linee rationale inpo-
 tentia, comunicante in lunghezza necessariamente e rationale (come e manifesto)
 (p la prima del. 6.) & (p la pta parte della. 14. de questo) & per la diffinitione del
 p la prima del. 6.) & pche (per la prima parte della. 17. del. 6.) lo quadrato
 della linea, h.m. e equal alla superficie della, g.h. in, m. l. el quadrato della linea
 h.m. sera rationale, adonq se la linea, h.m. e rationale in lunghezza, ouer comu-
 nicante alla linea, k.m. la quale e equal alla linea, f.g. (per la. 19.) la superficie, h
 k. sera rationale, e pero etiam la sua equal a.c. m. f. la linea, h.m. sia irrationale
 in lunghezza, ouer incommensurable alla linea, k.m. la qual e equal alla linea, f.
 g. pcioua che essa sia rationale al manco in potentia impche el suo quadrato e
 rationale la superficie, h.k. (per la. 23.) sera mediale, per la qualcoia etiam la sua e
 equal a.c. adonq e manifesto el proposito, & nota che se le due linee, a.b. & b.c.
 fusseno mediale comunicante in lunghezza la superficie, a.c. sera solamente media-
 le pche la superficie, a.c. sera comunicante all'uno e l'altro di duoi quadrati, a.e.
 & d.e. (per la prima del. 6.) & per lo presente presupposto, & per la. 14. di que-
 sto, e per la superficie, h.k. equal a essa, a.c. sera comunicante all'una e l'altra sus-
 perficie, f.h. & k.l. adonq (per la prima del. 6.) & per la. 14. di questo la linea, h.
 m. sera comunicante all'ua e l'altra delle due linee, g.h. & l.m. & pche ambedue
 queste sono rationale solamente in potentia non comunicante in lunghezza alla
 linea, f.g. anchora la, h.m. sera rationale in potentia solamente non comunicante
 in lunghezza alla linea, f.g. & pero ne comunicante alla linea, h.p. per la qualcoia
 (p la. 23.) la superficie, h.k. sera solamente mediale e pero etiam la, a.c. el equa-
 le, sera mediale, ma se le due linee, a.b. & b.c. fusseno mediale ue in lunghezza ne
 in potentia comunicate la superficie, a.c. non seria rationale ne mediale, pche se
 fosse cosi, cioe che le due linee, a.b. & b.c. fusseno mediale ne in lunghezza ne in
 poteria comunicare li duoi quadrati, a.e. & d.e. seriano incommunicanti, adonq
 & le due superficie, f.h. & k.l. a quelle equal anchor seriano incommunicanti, per
 la qualcoia & le due linee, g.h. & m. l. seranno incommensurabili (p la prima del. 6.)
 & per la seconda parte della. 14. de questo & pche l'una e l'altra de quelle etatio-
 nale solamente in potentia (per la. 24.) la superficie dell'una in l'altra sera media-
 le (per la. 23.) pcioua adonq che l quadrato della linea, h.m. sia equal alla detta
 superficie che vien fatta del, g.h. in, m. l. (per la prima parte della. 16. del. 6.) sera
 per la. 23. de questo la linea, h.m. linea mediale, adonq (per la. 19.) la superficie, h
 k. non seria rationale ne etiam mediale (per la vigesima quarta) per la qualcoia
 ne etiam la sua equal sera rationale ne mediale.

Il Traduttore.

I N questa sopracritta ipositione doue se conclude (per la prima del. 6. & p la
 prima parte della. 14. di questo & per la diffinitione delle superficie rationa-
 le) che la superficie della linea, g.h. in, m. l. e rationale al medesimo se venia per
 la sola. 19. de questo (della seconda traduzione) cioe che og al rettangolo ouer su-



a vigesima seconda & stante tutte le altre positioni si come in la precedente au-
gumentado con simile modo, se manifestara le due linee c. & d. esser quelle che cer-
camo, & nota che le due linee che insegnano questa e la precedente de trouare
componono lo bimediale primo, & la minore de quelle tagliata della maggiore
quella che rimane vien detta residuo medial primo.

Lemma.

¹⁹ puotemo trouare duoi numeri quadrati, che el composito de que-
²⁹gli sia quadrato.

Sian possi fora duoi numeri a. b. & b. c. & siano ouer pari, ouer dispari & pche
(per la 25. del nono) se dal numero paro sia sottratto numero paro, & se dal
numero dispari sia sottratto numero dispari (per la 26. del nono) lo rimanente
sera paro & donque lo rimanente, a, c. sera paro, sia segato, a. c. in due parti
eguale (per la decima del primo) in ponto d. & siano essi numeri a. b. & b. c. ouer
superficiali simili ouer quadrati, & se sono superficiali simili adonque el produ-
to de a. b. in b. c. giointo con el quadrato de l. c. d. e eguale al quadrato de b. d. &
lo prodotto de a. b. in b. c. e quadrato, perche le manifesto (per la prima del no-
no) che se duoi numeri superficiali simili el duto de l'uno in l'altro e numero
quadrato adonque sono trouati li duoi numeri quadrati cioe quello che e produt-
to de a. b. in b. c. & lo quadrato de d. c. liquali giointi ouer composti insieme fanno
el quadrato de b. d.

Correlario.

¹⁹ Et per questo e manifesto che similmente sono trouati duoi nume-
²⁹ri quadrati (l'uno di quali e el quadrato de b. d. l'altro e el quadrato
de c. d.) lo eccesso di quali e quadrato che e el duto de a. b. in b. c.
Quando che essi a. b. & b. c. serano superficiali simili, ma quando
non serano superficiali simili sono trouati duoi numeri quadrati
l'uno di quali e el quadrato de b. d. l'altro e el quadrato de c. d. lo ec-
cesso di quali (el quale e quel che contenuto sotto d. a. b. & b. c.)
non e quadrato.

Il Traduttore.

Q Vesto correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, elqual co-
clude che p le cose dimostrate nel soprascritto lemma vien etiam a esser ma-
nifesto el modo di trouare duoi numeri qdrati che la differentia dell'uno all'altro
sia numero qdrato, & similmente de trouare dui che la detta differentia non sia
numero quadrato, cioe che quado li duoi numeri a. b. & b. c. (prima tolti pari ouero
dispari) se serano superficiali simili la differentia del qdrato de b. d. al qdrato de d. c.
(laqual differentia sera la multiplicatione de a. b. in b. c.) sera numero quadrato,
ma se li detti duoi numeri a. b. & b. c. non serano superficiali simili la detta differen-
tia non sera numero quadrato, pche el duto de a. b. in b. c. (qual sera la detta dif-
ferentia) non sera numero quadrato, per lo conuerso della prima del nono.

Lemma, opposto del precedente.

¹⁹ puotemo trouare duoi numeri quadrati che'l composito de quelli
²⁹non sia quadrato.

A Nchora sia il prodotto de a. b. in b. c. (come hanemo detto) quadrato & c.
a numero paro & sia segato, c. a. per la 10. del primo, in due parti eguali in
ponto d. al presente e manifesto che el quadrato che vien fatto de a. b. in b. c. in-
sieme con el qdrato de c. d. e eguale al qdrato de b. d. sia cauato de l. c. d. la vol-
ta qual sia d. e, adonq quello che vien fatto de l. a. b. in b. c. insieme co el qdrato

mente communicante & sia a, più potente della b, & c nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in lunghezza & sia posto, d, nel mezzo loco proportionale fra, a, & b, (come insegna la nona del sesto) & sia del d, a, l, e, si come della a, l, e, dico le due linee, d, & e, esser quelle che cerchiamo la quale dimostrò in questo modo conciosia che il quadrato della linea, d, sia eguale alla superficie che è contenuta sotto de, a, & b, (per la prima parte della decima settima del sesto) & la superficie contenuta sotto de, a, & b, è mediale (per la vigesima terza) conciosia che, a, & b, sono in potentia solamente rationale communicante (per la medesima) la linea, d, sera mediale, & perche della a, l, e, si come del d, a, l, e, & a, come della a, l, e, in potentia solamente (dal presupposito) seguita (per la decima quarta) che e anchora communici con d, solamente in potentia, adunque per la vigesima quinta la linea, e, sera linea mediale & etiam perche, a, e più potente della, c, nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in lunghezza, anchora la d, (per la settadecima) sera più potente della, e, nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in lunghezza, adunque se le due linee, d, & e, conteneno superficie mediale le manifestò quelle esser quelle che cerchiamo, ma quelle continet superficie mediale se hauera in questo modo, conciosia (per el presupposito) che del a, a, l, c, sia si come del d, a, l, e, permutatamente del a, a, l, d, sera si come del c, a, l, e, ma del a, a, l, d, e si come del d, a, l, b, (per el presupposito) adunque del d, a, l, b, e si come del c, a, l, e, adunque (per la prima parte della decima sesta del sesto) la superficie che conteneno, d, & e, è eguale a quella che conteneno c, & b, Ma, b, & c, conteneno superficie mediale (per la vigesima terza) conciosia che esse siano rationale in potentia solamente communicante (per el presupposito) adunque, d, & e, conteneno superficie mediale che è el proposito, & se tu hauesse cura di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante continente superficie mediale delle quale la più longa sia più potente della più breue nel quadrato d'una linea communicante con loro in lunghezza, trouerò tre linee (secondo la dottrina della vigesima prima), a, b, c, in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante, & poneremo la linea, a, esser più potente della linea, c, nel quadrato de l'c, una linea a se communicante in lunghezza, & tutte le altre positioni remaneranno come per auanti & con simile argumentationi conchideremo le due linee, d, & e, esser quelle che se propone de trouare, & nota che le due linee che questa trigesima insegna di trouare componeno la bimediale seconda, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane è detta residuo mediale secondo.

Il Traduttore

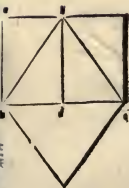
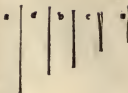
Questa ultima parte aggiunta de trouare le dette due linee mediale che la più longa sia più potente della più breue nel quadrato d'una linea a se commensurabile in lunghezza, nella seconda tradottione se fa la propositione & e la trigesima seconda & nella l'ipositione nel fine vi se agglione la presente cioe la seconda parte della presente propositione & della prima parte se ne fa vn'altra propositione la qual è la vigesima ottaua cioe ne fa due propositioni

Lemma.

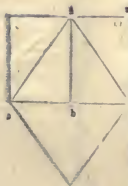
- 33 Sia lo triangolo rettangolo a, b, c, el quale habbia l'angolo, b, a: c retto, & sia deducta (per la duodecima del primo) la perpendicolare a, d, dico che quello rettangolo che è contenuto sotto de, c, b, & d, b, è eguale al quadrato de b, a, & quello che è contenuto sotto de, b, a, & c, d, è eguale al quadrato della c, & quello che è contenuto sotto de, d, b, & d, c, è eguale al quadrato che fatto del a, d, oltre di questo

oileqyql

T IIII



quello che uien cōtenuto sotto de. b. c. & a. d. e cōl a quello che uien fatto sotto del. b. a. & a. c. etiam in le prime che quello che contenuto sotto del. c. b. & b. d. sia eguale al quadrato del. a. b. perche nel triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa e ditta la perpendicolare. a. d. adonque (per la ottaua del sesto) li triangoli. a. b. d. & a. d. c. sono simili al tutto etiam fra loro, & perche (per la conuersione della diffinitione del sesto) lo triangolo. a. b. c. e simile al triangolo. a. d. b. adonque si come e del. c. b. a. l. b. a. cosi e del. a. b. a. l. b. d. adonque quello rettangolo che contenuto sotto del. c. b. & b. d. e eguale al quadrato del. a. b. per la qual cosa anchora quello che contenuto sotto del. b. c. & c. d. e eguale al quadrato de. a. c. & perche se in el triangolo rettangolo dal angolo retto in la basa sia ditta la perpendicolare la detta perpendicolare e media proportionale fra li duoi segmenti della basa (per el correlario della ottaua del sesto) adonque si come. b. d. a. l. d. a. cosi e. a. d. a. l. d. c. adonque (per la decima settima del sesto) quello che cōtenuto sotto del. b. d. & d. c. e ele al qdrato de a. d. anchor dico che qillo che cōtenuto sotto de. b. c. & a. d. e eguale a qillo che e cōtenuto sotto del. b. a. & a. c. pche come haucmo detto lo triangolo. a. b. e e simile al triangolo. a. c. d. adonque si come e el. b. c. a. l. c. a. cosi e el. b. a. a. l. a. d. & se seranno quattro linee rette proportionale quello che contenuto sotto alli estremi per la sedicesima del sesto, e eguale a quello che e contenuto sotto alli medi adonq; quello che contenuto sotto de. b. c. & a. d. e eguale a quello che cōtenuto sotto de. b. a. & a. c. ouer quando anchor circonscriuemo lo parallelogrammo rettangolo. e. c. & che compiamo lo. a. f. anchora lo. e. c. per la quadragesima prima del primo, sera eguale a esso. a. f. perche l'uno e l'altro de quelli e doppio de esso triangolo. a. b. c. & lo. e. c. e quello che uien fatto del. a. d. l. b. c. & lo. a. f. e quello che cōtenuto sotto del. b. a. & a. c. adonque quello che contenuto sotto de. b. c. & a. d. e eguale a quello che cōtenuto sotto de. b. a. & a. c. perche.



Questo lemma se ritroua solamente nella seconda tradotione & e molto al proposito per dimostrare la proposition che sequita, cioe doue se arguisce per la quarta & sedicesima del sesto se verifica per lo presente lemma.

Problema. ix. Proposizione. xxxii.
33 Puoemo trouare due linee potencialmente incommensurabile, & che contenghano superficie mediale; delle quale li duoi quadrati solti insieme siano rationale.

il proposito

Problema.x. Propositione.xxxiii.

28 Puotemo trouare due linee potenzialmente incommensurabile &
34 che contenghino superficie rationale delle quale li duoi quadrati
tolti insieme siano mediale,

Sia in questo luogo in tutto la medesima disposizione che e in la precedente, & siano le due linee $a, b, \& c, d$ quale propone la trigesima & con le simile argumetationi della precedente le due linee $a, e, \& c, b$ seranno quelle che propone questa trigesima terza perche conciosia che la linea, a, b , sia mediale el quadrato de quella (per la vigesima terza) sera mediale e per li quadrati delle due linee $a, e, \& c, b$ sono mediale (per la penultima del primo) & perche $a, b, \& c, d$ contengono superficie rationale, seguita anchora che della a, b, in, c, f (e pero etiam in, g, e , a le quale) contenera superficie rationale, e per tanto etiam la a, e, in, e, b adonque e manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trouare questa trigesima terza componeno la linea potente in rationale e mediale, & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane e detta linea che giunta con rationale compone il tutto mediale.

Problema.xi. propositione.xxxiiii.

29 Puotemo ritrouare due linee potenzialmente incommensurabile,
35 & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati
tolti insieme siano mediale, incommensurabil al doppio della superficie dell'una in l'altra.

Anchora la disposizione di questa non sia in cosa alcuna diuersa dalla dispositi-
on delle due precedenti, & siano le due linee $a, b, \& c, d$ (della figura della precedente) quale propone la 31, & per la precedente argumetatione le due linee $a, e, \& c, b$ seranno quelle che cerchiamo, perche conciosia che la a, b sia linea mediale li quadrati delle due linee $a, e, \& c, b$ toliti insieme seranno mediale, & conciosia che la $a, b, \& c, d$ contengano superficie mediale, seguita che la a, b, in, c, f (e pero etiam in, g, a alla quale) contengono superficie mediale, perche ogni superficie comunicante vna mediale e necessario esser mediale come e stato dimostrarato in la vigesima quinta adonque la superficie de a, e, in, e, b e mediale conciosia che esta sia equale alla superficie de a, b, in, g, e , & perche la linea a, b e incommensurabile alla linea c, d , sera etiam incommensurabile alla linea c, f , per la qual cosa etiam alla linea a, e, g per la qual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la superficie de a, b, in, e, g la quale e equale alla superficie della a, e, in, c, b sera incommensurabile al quadrato della linea a, b , adonque etiam alli quadrati delle due linee $a, e, \& c, b$ toliti insieme, la qual cosa essendo così seguita anchora che el doppio della superficie de a, e, in, e, b sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee $a, e, \& c, b$ toliti insieme & questo era da demostrar. Le due linee lequale insegna de trouare questa trigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane e detta la linea laqual giunta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema.xxiiii. propositione.xxxv.

30 Se seranno due linee rationale solamente potenzialmente commu-
36 nicante, & siano congiunte direttamente in lungo, tutta la linea com-
posita da quelle sera irrationale, & e detta binomio.

Siano le due linee, a, b, & b, c, rationale solamente in potentia communicante congiunte in continuo & diretto (lequale tu le trouerai per la, 11. & vigesima 2.) dico che tutta la linea, a, c, composta da quelle esser irrationale & essa e detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de, a, c, e quale al li quadrati delle due linee a, b, & b, c, & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale (per el presupposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la vigesima terza) adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurable alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la terza decima) el quadrato de, a, c, e incommensurable alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme per laqual cosa e irrationale (per la diffinitione) conchiosa che quelli duoi quadrati fanno superficie rationale, & pero el suo lato tetragonico (el quale e, a, c,) e anchora irrationale (per la diffinitione) adonque e manifesto el proposito.

Theorema. xxv. Propositione. xxxvi.

31 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-
tinenti superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la li-
nea composta da queste sera irrationale, & sera detta bimedial primo

Siano le due linee, a, b, & b, c, eo aggiunte in continuo & direttamente (quale vien poitto) lequal trouarai per la, vigesima nona & trigesima) dico tutta la linea, a, c, esser irrationale & chiamata bimedial primo, perche el doppio della superficie de, a, b, & b, c, e rationale (per el presupposito) & li duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme fanno mediale, conchiosa che l'uno e l'altro quadrato sia mediale (per el presupposito) & vno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de vna di quelle in l'altra e incommensurable alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie de li duoi quadrati (& questo e il quadrato de tutta la, a, c, per la quarta del secondo) e incommensurable al doppio della superficie de vna di quelle in l'altra (per la terza decima di questo) conchiosa adonque che el doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a, c, sera irrationale & pero etiam la linea, a, c, che e el proposito.

A dimostrare el medesimo altramente, sia la linea, d, e, rationale in lunghezza sopra alla quale ha aggiunto ouer poitto la superficie, d, f, eguale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, & questa superficie, d, f, sera mediale conchiosa che l'uno e l'altro di duoi quadrati sia mediale (per el presupposito) & l'uno di quelli e communicante all'altro per laqual cosa (per la vigesima quarta) la linea, d, g, e rationale solamente in potentia, non communicante in lunghezza alla linea, d, e, vna altra poita sopra alla linea, f, g, (laquale e eguale alla, d, e,) sia aggiunto ouer poitto la superficie, g, h, eguale al doppio della superficie della, a, b, & b, c, & la detta superficie, f, h, sera rationale (per el presupposito) per laqual cosa (per la vigesima quinta) la linea, g, h, sera rationale in lunghezza adonque le due linee d, g, & g, h, sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, laquale e d, h, e binomio di irrationale, per laqual cosa (per la vigesima (per destrumion del consequente) la superficie, e, h, e irrationale & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella e la linea, a, c, laquale sera irrationale (per la diffinitione) & aqual cosa bisognaua dimostrare.

Il Traduttore.

Il medesimo seguirà tolendo la linea, d, e, rationale solamente in potentia, cioe che non necessita a esser rationale in lunghezza perche argumentando come nell'altra se trouera la linea, d, h, esser medesimamente binomio.



Theorema. xxyi. Propositione. xxxvii.

³⁷ Se due linee mediali solamente potenzialmente comunicante &
³⁸ continente superficie mediale sian congiunte direttamente, tutta la linea sera irrationale & sera detta bimedral secondo,

Siano le due linee, a.b. & b.c. mediale congiunte in continuo & diretto come se propone lequale (per la .31.) accade esser trouate, dico tutta la linea, a. c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedral secondo, & per dimostrar questo sia la linea, d.e. rationale in lunghezza sopra alla quale sia posta ouer agionta la superficie, d.f. eguale alli doi quadrati delle due linee, a.b. & b.c. tolti insieme, & pche (dal supposito) quelli doi quadrati sono comunicante (che l'un e l'altro e mediale) la superficie, d.f. sera mediale, plaqual cosa (p la .24.) la linea, d.g. (la qle e el secondo lato di quella) e rationale solamente in potentia & incommensurable in lunghezza alla linea, d.e. vn'altra volta sia agiosto alla linea g.f. (la qle e egale alla linea, d.e.) la superficie, f.h. egi al doppio della superficie de a.b. in, b.c. & sera etiam la superficie, f.h. mediale, perche (per el supposito) la superficie de a.b. in, b.c. era mediale, adonq el doppio di quella (al quale e eguale la, f.h.) sera mediale (per la .24.) adonq la linea, g.h. e rationale in potentia solamente & incommensurable in lunghezza alla linea, g.f. & pche, a.b. & b.c. son solamente in potentia comunicante (per la prima del 6. & per la seconda parte della .14. de questo) la superficie dell'una in l'altra sera incommensurable al quadrato dell'una & dell'altra, ma pche li quadrati de quelle comunicano (per el presupposito) sera la detta superficie (per laqual cosa) & el doppio di quella sera incommensurable alli doi quadrati de quelle tolti insieme, adonq le due superficie d.f. & f.h. sono incommensurabili, adonque (per la prima del 6. & per la seconda parte della .14. de questo) la linea, d.g. sera incommensurable alla linea, g.h. laqua le conosciu che la sia rationale in poteria (per la trigesima quinta) tutta la linea d.h. sera binomio & irrationale adonque (per la vigesima dalla destruzione del consequente) la superficie, e.h. sera irrationale, & pche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea, a.c. seguita (per la diffinitione) che la linea, a.c. sia irrationale che era el proposito da dimostrare,

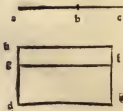
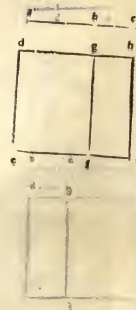
Il Traduttore,

Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a stor la linea, d.e. rationale in lunghezza anzi basta a torla (largo modo) rationale & arguendo come di sopra seguita medesimamente la linea, d.h. esser binomio.

Theorema. xxvii. Propositione. xxxviii.

³³ Quando seranno congiunte due linee potenzialmente incommen-
³⁹ surabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui i quadrati tolti insieme siano rationale, tutta la linea sera irrationale et quella sera detta linea maggiore.

Siano le due linee, a.b. & b.c. congiunte in continuo & diretto si come se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) dico la, a.c. de quelle composta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche conosciu che amb i quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el presupposito) plaqual cosa etiam el doppio di quella sera mediale, el tutto di doi quadrati tolti insieme sera incommensurable, al doppio della superficie dell'una in l'altra, adonque tutto lo aggregato dalli doi quadrati & dal doppio della superficie & questo e eguale al quadrato de, a.c. per la qra del secondo sera (per la terza decima de questo) incommensurable alli doi quadrati delle due linee, a.b. & b.c. tolti insieme, adonque (per la diffinitione) el quadrato della linea, a.c. e irrationale etiam la linea, a.c. irrationale, che e el proposito, a dimostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea, d.e. (laquale sia rationale solamente in lunghezza) sia agionta



fia agionta la superficie d.f. la q^l fia eguale alli doi quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme, & f^{ra} rationale (per el p^{ri}supposito) per la qual cosa (per la 20.) el secondo lato di quella elqual e.d.g. f^{ra} anchora rationale in longezza, & cōmunicante alla linea d.e. anchor sopra alla linea f.g. fia agionta la superficie f.h. eguale al doppio della superficie de a.b. in b.c. & f^{ra} mediale (per el p^{ri}supposito) per la qual cosa (per la 24.) la linea g.h. la q^l e el secondo lato di quella e rationale (solamēte in potentia adonque (per la 35.) la linea d.h. e binomio d'irrationale, & pero (per la 20. dalla destruttione dei consequente) la superficie e.h. e irrationale per la qual cosa lo lato tetragonico di q^{lla}, elqual (p^{er} la 4. del 2. e la linea a.c.) e irrationale (per la diffinitione) la qual cosa voleuano dimostrar.

Il Tradottore.

Medemamēte come nelle altre e st^{ato} detto el nō e necessario in questa a tor la linea d.e. rationale in longezza, ma basta che sia rationale e concludes^e a^{nti} c^o medetto.

Theorema.xxviii. propositione.xxix.

34 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile, & continenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati rolti insieme siano mediale tutta la linea f^{ra} irrationale & f^{ra} detta potente in rationale e mediale.

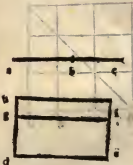
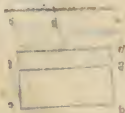
Si ano cōe in la precedente due linee a.b. & b.c. in cōtinuo & diretto congiunte come le propone & queste sono da esser trouate (per la 33.) dico che tutta la linea a.c. (da quelle composta) f^{ra} irrationale & quella e chiamata linea potente in rationale e mediale, perche condisia che ha superficie de a.b. in b.c. fia rationale (per el p^{ri}supposito) & pero etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita (per la 4. del 2. cōd^o & per la terza decina de questo li come in la p^{re}cedente) che li quadrato di tutta la a.c. fia incommunicante al doppio della superficie de a.b. in b.c. adonque (per la diffinitione) quello e irrationale & la linea a.c. irrationale che e el p^{ri}supposito, a demostrar el medesimo per unaltro modo, fia come in la p^{re}cedente la linea d.e. rationale in longezza, & a q^{lla} fia agionta la superficie d.f. eguale alli doi quadrati delle due linee a. b. & b.c. tolti insieme & f^{ra} mediale (dal p^{ri}supposito) adonque per la 24. la linea d.g. f^{ra} rationale solamēte in potentia, non cōmunicante in longezza alla linea d.e. u^l fia la superficie f.h. agionta alla linea g.f. equal al doppio della superficie de a.b. in b.c. & f^{ra} rationale (per el p^{ri}supposito) & pero (per la 20.) lo secondo lato di quella (elqual e.g.h.) f^{ra} rationale in longezza per la qual cosa (per la 34.) la linea d.h. e binomio d' irrationale, & la superficie e.h. (per la 20. dalla destruttione dei consequente) e irrationale adonque condisia che la linea a.c. fia il lato tetragonico di quella per la 4. del 2. seguita che la a.c. fia irrationale, & per la diffinitione adonque e manifesto il p^{ri}supposito.

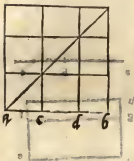
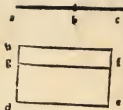
Il Tradottore.

Quel medesimo che e detto della linea d.e. sopra le passate il medesimo fi debbe intendere in questa & nella seguente.

Theorema.xxix. propositione.xl.

35 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabili et continenti superficie mediale delle quale ambi li quadrati rolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea f^{ra} irrationale et f^{ra} detta potente in due mediale.





Sian anchor le due linee a.b.&b.e. in continuo & direttamente pglonte, come si propone (lequale sono da esser tolte per la 34.) dico che la linea a.c. composta da quelle, e irrationale & quella e detta potente in due mediale & per dimostrare questo sia aglonto alla linea d.e. (laqual sia rationale in longezza) la superficie d.f. eguale alli duoi quadrati delle due linee a.b.&b.e. c. tolti insieme & sera mediale (p el presupposito) plaqualcosa per la 14. la linea d.g. sera rationale in potentia solamente, & incömensurable alla linea d.e. rationale in longezza, vn'altra uolta alla linea g.f. laquale e eguale alla d.e. sia aglonto la superficie f.h. la qual sia eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra, sera anchor dal presupposito, mediale plaqualcosa (per la 14.) la linea g.h. sera rationale solamente in potentia, ma pche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incömensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d.f. sia incömensurable al f.h. per la qcosa (per la prima del 6. & per la seconda parte della 14. de questo) la linea d.g. e incömensurable alla g.h. adonq (per la 35.) la linea d.h. e binoimo & irrationale, adonque la superficie e.h. sera irrationale & similmente lo lato tetragonico di quella elqual e a.c. come in la pcedente per la qcosa e manifesto el pposito, ma sel doppio della superficie della a.b. in b.c. n. sulle incömensurable a ambidui li quadrati tolti insieme, sera la linea a.c. mediale, pche la superficie d.f. sera cömensurable alla f.h. e pero & la linea d.g. alta linea g.h. adonq tutta la d.h. sera rationale solamente in potentia & incömensurable in longezza alla linea d.e. adonque per la 24. la superficie e.h. sera mediale & lo lato tetragonico di quella elquale e la a.c. sera linea mediale che e il proposito & accioche la dottrina delle cose che seguitano si faccia piu facile haueuo pensato de dimostrare prima dai antecedenti dellui quali e il primo e questo.

Antecedente primo.

³⁶ Se alcuna linea sia diuisa in due parti inequali li quadrati de ambe le sectioni tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie dell'una in l'altra quãto e il quadrato de quella linea in laquale fa maggiore eccede la minore.

HOr sia la linea a.b. diuisa in due parti in equali in poto. c. & sia la pte maggiore c.b. dalla quale sia tolto la c.d. eguale alla a.c. Dico che li quadrati delle due linee a.c. &c.b. sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d.b. pche qlo che vien fatto dalla a.c. in la c.b. due volte, con li quadrati delle due linee a.c. &c.b. e eguale a quello che vien fatto dal a.c. in c.b. quattro volte, con el qdrato della d.b. impoche l'una e l'altra de que sti sume sono eguale al quadrato della linea a.b. el primo (per la 4. del secödo) & lo secondo (p la ottaua del medesimo) adonque leuado uia dall'una e dall'altra suma cose eguale, cioe quello che vien fatto dal a.c. in c.b. due volte si residui liquali sono del primo, li quadrati delle due linee a.c. &c.b. & del socondo qlo che uien fatto dal a.c. in c.b. due volte con el quadrato della d.b. faranno eqli per la qcosa e manifesto el pposito, adonq da qsto e manifesto che se alcuna linea sera diuisa in due parti inequali li qdrati de ambe le parti tolti insieme seranno piu del doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo haueuo proposto.

³⁶ Se alcuna linea sia diuisa in due parti ineqli, & anchora in altre due pti ineqli li duoi quadrati delle due pti piu ineqli tolti insieme son tãto piu dellui duoi quadrati delle due parti, men inequali tolti insieme quãto e el doppio del quadrato de quella linea laquale e fra l'una el'altra

e l'altra ſeſt one, & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla medefima linea in quella che e' tra'l ponto della ſeſtione delle parti men ineguali & il poto che diuide tutta la linea in due parti equali

Sia la linea $a.b.$ diuiſa in due parti ineguali in ponto e , & anchora in altre due parti ineguali in ponto d , & vn'altra volta in due parti equali in ponto e , di co che li quadrati delle due parti piu ineguale (lequale ſono $a.c.$ & $e.b.$) ſono rati ſo piu deli duoi quadrati delle due linee meno ineguali (lequale ſono $a.d.$ & $d.b.$) quanto e il doppio del quadrato della linea $c.d.$ & lo quadruppio de queio che vien fatto dalla $c.d.$ in la $d.e.$ pche per la 9. del ſecondo i quadrati delle due linee $a.c.$ & $e.b.$ tolti inſieme ſono doppo alli quadrati delle due linee $b.e.$ & $e.c.$ tolti inſieme, & (per la medefima 9. del ſecondo) i quadrati delle due linee $a.d.$ & $d.b.$ tolti inſieme ſono doppo alli quadrati delle due linee $b.e.$ & $e.c.$ tolti inſieme, adonque li quadrati delle due linee $a.c.$ & $e.b.$ tolti inſieme, eccedeno li quadrati delle due linee $a.d.$ & $d.b.$ tolti inſieme in quello che il doppio del quadrato della linea $c.e.$ eccede el doppio del quadrato della linea $d.e.$ & quello (per la quarta del ſecondo) e' tanto quanto che e' il doppio del quadrato della linea $c.d.$ & lo quadruppio de quello che vien fatto dalla $c.d.$ in la $d.e.$ gliaqualcoſa e' manifeſto il propoſito, per queſto e' manifeſto che quato piu ſeranno le ſeſtione de alcuna linea ineguale, tato piu ſeranno maggiori li quadrati di quelle tolti inſieme & queſto e' quello periquale hauemo premeſſo queſto.

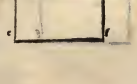
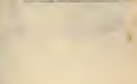
Il Traduttore.

Che la differentia del doppio del quadrato della $c.e.$ al doppio del quadrato della $d.e.$ ſia rati quato il doppio del quadrato della $a.c.$ & il quadruppio del quadrato della $c.d.$ in la $c.e.$ (per la 4. del 2.) e' manifeſta in queſto mo ſo pche viu ſoi quadrato della $c.e.$ e' maggiore d'uno qdrato della $d.e.$ in un quadrato dell'altra parte, & el doppio del quadrato della $c.d.$ in la $d.e.$ adonq duplicando l'uno e' l'altro quadrato ſe duplicara la lor differentia, cioe che li duoi quadrati della $c.e.$ eccederanno li duoi qdrati della $d.e.$ nel doppio del quadrato dell'altra parte $c.d.$ & nel quadruppio della ſupficie della $d.e.$ in la $d.e.$ come di ſo pra ſi concluda che e' il propoſito.

Theorema. xxx. Propoſitione. xli.

36 Eglic impoſſibile eſſer diuiſo un binomio in altre due linee ſotto el 4. termine, di quelle, dalle quale e' congiunto, & nominato.

Sia la linea $a.b.$ binomio & (p la 35.) ſera compoſta da due linee in potentia ſolamete rationale comunicante, lequale ſiano $a.c.$ & $c.b.$ dico che eglic impoſſibile quella eſſer diuiſa in altre due linee ſotto queſta diſtintione, cioe che eſſe ſiano rationale & in potentia ſolamete comunicante, pche eglic poſſibile (p l'aduerſario) ſia diuiſa in $a.d.$ & $d.b.$ lele ſiano rationale ſolamete in potentia comunicante ſia anchora la linea $c.f.$ rationale in longezza alla quale ſia agiunta la ſupficie $e.g.$ laqual ſia eguale alli quadrati delle due linee $a.c.$ & $c.b.$ toute inſieme, & la ſupficie $f.h.$ laqual ſia eguale al quadrato della linea $a.b.$ & la ſupficie $c.g.$ ſera rationale impoche l'uno e' l'altro di quadrati delle linee $a.c.$ & $c.b.$ tolti inſieme e' rationale (per el preimpoſito) et la ſupficie $g.h.$ ſera mediale (per la 23.) perche eſſa e' eguale al doppio della ſupficie della $a.c.$ in la $c.b.$ (p la 4. del 2.) adonq ſia vn'altra volta la ſupficie $f.k.$ eguale alli quadrati delle due linee $a.d.$ & $d.b.$ tolti inſieme, liquali poſſono che ſiano diuerſe dalle due linee $a.c.$ & $c.b.$ (p lo 2. di antecedeni anan demottrati) la ſupficie $f.k.$ ſera diuerſa dalla ſupficie $e.g.$ adonq la differentia de quelle ſia $k.h.$ & (per la quarta del ſecondo) o eccelſo della ſupficie $f.h.$ ſopra la $f.k.$ (laqual ſia $k.b.$) ſera eguale al doppio de





quello che vien fatto dalla $a, d, i, n, d, b, \&$ per questo etiam la superficie, f, k, l , sera rationale, & la superficie, K, l , sera mediale, adouque la superficie, K, g , (conciostia che la sia la differentia delle due superficie rationali) lequale sono $e, g, \& f, K$, sera rationale per che la rationale non e differente dal rationale se non in quantita rationale, & questo dico dalla diffinitione & dalla duodecima di questo, lequale confirmano questo, anchora la medesima, concioia che quella sia la differentia delle due superficie mediale, lequale sono $g, h, \& K, l$, (per la vigesima sesta) sera irrationale, laqualcosa e impossibile.

Theorema, xxxi. Propositione, xlii.

²⁷ La bimediale prima, diuisa (secondo el suo termine) in due linee mediale, le impossibile a diuidere la medesima in altre due mediale, se non el termine di quelle.

Si anchora in questo luoco la linea, a, b , bimediale prima diuisa in due linee mediale solamente in potentia communicante, & che contengano superficie rationale (dalle quale la trigesima sesta affirm a qlla esser còposto) lequale siano $a, c, \& c, b$. Dico che e impossibile quella esser diuisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle, laqualcosa, se sera possibile (per l'aduersario) diuidere quella in ponto, d , & tolta la linea e, f , rationale & sia aggiunto a quella la superficie, e, g , eguale alli duoi quadrati delle due linee $a, c, \& c, b$, & la superficie, f, h , eguale al quadrato della a, b , & la superficie, f, K , eguale alli quadrati delle due linee $a, d, \& d, b$, & (per la quarta del secondo) la superficie, g, h , sera eguale al doppio della superficie della a, c , in c, b , & (per la medesima) la superficie, K, l , sera eguale al doppio della superficie della a, d in d, b , (per el presupposito) anchora l'una e l'altra delle due superficie, $e, g, \& K, f$, sera mediale & l'una e l'altra delle due, $g, h, \& K, l$, sera rationale, & questo e impossibile, perche per el primo la superficie, K, g , le sia irrationale (per la vigesima sitta) & per el secondo, la medesima sera rationale (per la diffinitione & per la duodecima) laqualcosa e inconueniente.

Theorema, xxxii. Propositione, xliii.

³⁸ El bimediale secondo, non puol esser diuiso, se non solamente in le due linee sotto el suo termine.

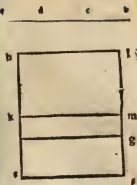


Si a come per auanti la linea, a, b , bimediale secondo diuisa in le due linee, $a, c, \& c, b$, mediale, solamente in potentia communicante, & continenti superficie mediale, dalle quale (la trigesima settima propone quella esser composta) Dico che eglie impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in d , & siano come per auanti la superficie, $e, g, f, h, \& f, K$, aggiunte alle linee, e, f , rationale & (per lo presupposito) le superficie, $e, g, \& g, h$, l'una e l'altra sera mediale, per la qualcosa (per la vigesima quarta) l'una e l'altra delle due linee, $f, g, \& g, l$, sera rationale in potentia solamente non communicante in longezza alla linea, e, f , ma perche le due linee, $a, c, \& c, b$, erano incommensurabile in longhezza seguita (per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'uno e l'altro di quadrati delle linee, $a, c, \& c, b$, sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra concioia che li detti quadrati communicano (dal presupposito) seguita che ambidui li quadrati tolti insieme sian incommensurabili alla superficie dell'una in l'altra e pero etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie, e, g , e incommensurabile alla superficie, g, h , & la linea, g, f , alla linea, g, l , (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) & adouque per la trigesima, quinta la linea, f, l , bi; omio diuisa secondo el suo termine in

mine in ponto, g. & per el medesimo modo se approuera quella esser binomio, (per mezzo delle superficie. e.m. & m.h.) diuisa secondo el suo termine in ponto, n. la qual cosa e impossibile (per la quadragesima prima) perche et non puo esser detto che la linea. f. sia diuisa alli duoi ponti. g. & n. in parti consimili, perche essendo cosi seria la linea. f.m. eguale alla. g.l. ma quella e maggiore della linea. m.l. come e manifesto dal primo di premissi antecedenti de queste (& per la prima del sesto) con cosa che la superficie. e.m. sia maggiore della superficie. h.m. & il modo della demonstratione di questa puo esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.

Theorema. xxxiii. Propositione. xliiii.

²⁹ La linea maggiore se non solamente in le due linee dalle quale e
⁴⁵ composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.



Sia anchora questa linea maggiore. a.b. diuisa in ponto. c. in due linee potentemente incommensurabili continenti superficie mediale delle quale ambouli quadrati tolli insieme siano ratio tale, perche da tale linee e composta come afferma la trigesima ottaua, dico che egale impossibile ad altro ponto esser diuisa qlla in altre due linee, sotto qlla diuisione & se quello e possibile, sia diuisa al ponto. d. rimangano sotto a questa la medesima figura & li medesimi presuppositi come per auanti & arguisse (come in la quadragesima prima) la superficie. g.k. esser rationale & irrationale laqual cosa e impossibile.

Theorema. xxxiiii. propositione. xlv.

⁴⁰ La linea potente in rationale & mediale, non se diuide sotto el suo
⁴⁶ termine, se non solamente in le sue due linee.

Ancora questa quadragesima quinta stante la prima figura & positione: cetero che detta linea. a.b. sia diuisa in ponto. c. in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approua sicome in la quadragesima seconda, & essendo altrimenti di quello che l'propone, sera la superficie. k.g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema. xxxv. propositione. xlyi.

⁴¹ La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due li
⁴⁷ nee sotto el termine di quelle dalle quale e congiunta, ma solamente e diuisibile in le sue due dalle quale e composta.



Perche questa quadragesima sesta diuisa linea. a.b. al ponto. c. in quelle linee dalle quale la quadragesima dinottra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima laqual cosa e impossibile.

Seconde definitioni.

Se la parte piu longa del binomio, sera piu potente della piu breue per accrescimento del quadrato d'una linea communicante in lunghezza alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima par

te piu longa, sera communicante a una linea posta rationale, quello se chiamara binomio primo, Ma se sera la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dira binomio secondo & se nel l'una ne l'altra delle dette parti di quello communichara co la detta linea posta rationale se chiamara binomio terzo.

Il Traduttore.

In le soprascritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'autore ne da a cognoscere le specie di binomi lequale sono sei & in questa prima parte sono breuita ne diffinisse il primo secondo & terzo, & perche le due linee che componeno el binomio in genere (per la trigesima quinta) sono rationale & solamente in potentia communicante, onde seguita che caduna di quelle (per lo conuerso della quinta diffinitione della seconda traduxione) a tortone sera comunicabile in potentia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra pertica, ouer piede, o passo, o onza, ouer altra misura formata a nostro piacere con la quale se ratiocinamo) perche se quelle non comunicasseno ne in lunghezza ne in potentia con la nostra proposta rationale, le non serano rationale, che seria contra al presupposito vero e che ambedue non possono esser conueniurabile in lunghezza con detta nostra proposta rationale, pche (per la decima) serano tra loro comunicabile in lunghezza che seria contra la trigesima quinta, ma solamente vna, ouer niuna sera comunicabile in lunghezza con la detta nostra proposta rationale, anchor dico che le dette due linee che componeno el binomio in genere, ouer che la piu longa e piu potente della piu breue inel quadrato duna linea comunicabile in lunghezza con la detta parte piu longa quel tal binomio sera ouer il primo, ouer il secondo ouer il terzo, perche ouer che vna delle dette parti (ouer linee) sera communicante in lunghezza con la nostra proposta misura rationale, ouer niuna, se gli ne sera una ouer che sera la piu longa, ouer la piu corta, se la sera la piu longa sera detto binomio primo, se la sera la piu corta sera chiamato binomio secondo & se niune di quelle sera communicante in lunghezza alla detta nostra misura sera nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che sera comunicante in lunghezza con la nostra misura sera numerabile in lunghezza, cioe che la sera vn numero, di quella misura che operatouo sia passo, o piede, altra misura formata a nostro piacere, & quella parte che non sera communicante in lunghezza con la detta nostra misura non sera numerabile in lunghezza, cioe che la sua lunghezza non si potra dar ne assignare per numero, ma solamente la sua potenza cioe il suo quadrato sera rationale, & queste tale da pratici sono dette radici sordie (come tu detto sopra la quinta diffinitione tratta dalla seconda traduxione) niente di meno tal quantita essendo linee, come piu volte e itato detto, sono chiamare rationale per esser la sua potenza rationale, vero e che le tali radici, ouer quantita seranno superficie ben seranno dette irrationale per la vigesima terza & chiamarse superficie mediale & isto credo sera passante per la dichiaratione del primo, secondo, & terzo, binomio, hor vegniamo alla seconda parte.

Diffinitioni succellue alle precedenti.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto e il quadrato de alcuna linea incomensurable in lunghezza alla detta parte piu longa, & se la piu longa poi delle dette parti sera communicante in lunghezza a una posta rationale quella se chiamara binomio quarto. Ma se sera la piu breue che communichi in longez

za con

za con la detta posta rationale se nominare binomio quinto, & se fera che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello comunichi con la detta posta rationale sera detto binomio sexto.

Il Traduttore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta disgiunta da l'precedente tu habiterai a intendere congiunta con la prima successiuamente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componenti el binomio in genere) sera piu potente della piu breue inel quadrato de alcuna linea incommensurable in lunghezza a detta linea piu longa quel tal binomio sera, ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sexto, perche ouero vna delle due linee componente quello sera communicante in lunghezza con la nostra presuppota misura, ouer niuna se gli ne sera vna, ouer che la sera la piu longa, ouer che la sera piu breue, se la sera la piu longa sera detto binomio quarto, se la sera la piu corta sera chiamato binomio quinto, & se niuna sera detto binomio sexto, si vede adoque che el primo binomio non e differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sexto, saluo che la linea piu longa (delle due componente quello) piu potente della piu corta inel quadrato de alcuna linea communicante in lunghezza a detta linea piu longa & questo credo, sia bastante a delucidatione delle sopracritte diffinitioni.

Problema. xii. Propositione. xlvii.

41 Puotemo trouare el primo binomio.

48 Sia la linea. a. la posta rationale, & sia tolti duoi numeri quadrati. b. & c. di qua
 Si. c. sia diuisibile in vn numero quadrato (qual sia. d.) & in vno non quadrato (qual sia. e.) & sia posto la proportion del quadrato della linea. a. al quadrato della linea. f. g. li come del numero. b. al numero. c. & (per la seconda parte della noua la linea. f. g. sera communicante alla linea. a. (posta rationale) in lunghezza sopra a quella adoque sia lineato el mezzo cerchio. f. g. h. si come del. c. al. d. & sia ditta la linea. g. h. dico adoque le due linee. f. g. & g. h. congiunte direttamente (componere el binomio primo perche la linea. f. g. laquale e la piu longa) e piu potente della linea. g. h. (laquale e la piu corta) inel quadrato della linea. f. h. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea. f. h. comunica alla linea. f. g. in lunghezza (per la seconda parte della nona) concio sia che la proportion di quadrati de dette. f. g. & f. h. sia si come di duoi numeri quadrati liquali sono. c. & d. & la linea. g. h. te conuenue esser rationale in potenza solamente non communicante alla linea. f. g. in lunghezza e perone edo am alla linea. a. posta rationale, perche conciosia che el quadrato della linea. f. g. al quadrato della linea. f. h. sia si come el numero. c. al numero. d. (per la euclia proportionalita) el quadrato della linea. f. g. al quadrato della linea. g. h. sera si come el numero. c. al numero. e. conciosia adoque che. c. sia numero quadrato & non quadrato, seguita per la vltima parte della nona) che la linea. g. h. sia in commensurable alla linea. f. g. in lunghezza rimane adoque essa linea. g. h. esser rationale solamente in potentia & (per la diffinitione) le linee. f. g. & g. h. congiunte binomio primo che era da trouare.

Il Traduttore.

S' per caso la nostra misura. a. su te quella che se chiama perica d'illa in piedi si el & che il numero. b. fusse quatro & il numero. c. sedeci diuiso in. d. & e. & c. sia noue & c. sette la linea. f. g. veria a esser piedi duodeci & la linea. f. h. pie.

di noue & la linea, h. g. veria a effer la radice quadrata de sefanta tre piedi super
ficiali cioe che il quadrato della detta h. g. seria sefanta tre piedi superficiali cioe
sefanta tre quadrati dun pie per fazza come fu detto sopra la prima diffinitio
ne del fecondo adonque la linea, f. g. gionta con la, g. h. da pratici se diftenuera
in questa forma, 12. piu 9. 6 3. & quello composto sera binomio primo per la dif
finitione del binomio primo. Et questo effempio lo ho pofto per aprirti li occhi
al redur queste cose alla pratica li in questa come nelle fequente fi che notala
bene perche per l'aduenire piu non aduro effempio in numeri per non con
fondere lo intelletto ma per te medefimo fupponendo la linea, a. diuifa fe condo
che ti parera per fchluar rotte, & bilogna notare che fi potea lenza trouare la li
nea, f. h. trouar prima la, h. g. cioe che il quadrato della, f. g. al quadrato dalla, h.
fia fi come il numero, c. al numero, e.

Problema. xiii. Propositione. xlyiii.

⁴³
⁴⁹ Puotemo inuestigare el fecondo binomio.

Sia come per auanti la linea pofta rationale, a. & lo numero, b. quadrato & c.
fia numero non quadrato diuifibile in, d. non quadrato & in, e. quadrato, ta
men in tal modo che la proportione de tutto el, c. (el quale e numero non qua
drato) al, d. (el quale e anchora numero non quadrato) fia fi come duoi numeri
quadrati, & tal numero, e. 12. & 48. perche ei, 12. e diuifibile in, 9. (numero qua
drato) & in, 3. numero non quadrato & la proportione de, 12. & 3. e li come, 16. &
4. di quali l'uno e l'altro e numero quadrato (per lo medefimo modo, 48. e di
uifibile in, 36. & 12. & tal numeri cofi li trouera. Sia, a. numero quadrato & fia an
chora, b. minore de vna vnita del ditto, a. el quadrato del quale fia, c. & dal, b. in
a. peruenga, d. & (per la prima dell incidenti la feftadecima del nouo) el numero
b. fera la differentia del, d. al, c. fia dutto el medefimo, a. in, c. & peruenga, e. & (per
la prima parte del correlario della feconda del nouo) e. fera quadrato impero
che l'uno e l'altro di numeri, a. & c. e quadrato (per el prefupposito) fia fatto vna
altra volta, f. dal, a. in, d. & f. fera quello el qual cerchamo perche (pla vltima par
te del ditto correlario) lo numero, f. fera non quadrato imperoche lo numero, d.
fie non quadrato, perche fel numero, d. fuffe quadrato anchora el, b. seria qua
drato (per la feconda parte del medefimo co: relario della feconda del nouo &
per la vigefimaterza del ottauo) & perche, a. e numero quadrato caccaria (per la
decima prima del medefimo) v. terzo continuamente p roportionale fra, a. &
b. laqual cosa e impoffibile co: ciofia che fono dilanti per vna folta vnita adonq
el, d. non e quadrato per laqual cosa ne etiam, f. e quadrato, & f. e eguale al, d. &
al, e. perche co: ciofia che, b. fia la differentia del, d. al, c. (come e manifefto per
le cose precedenti) fera (per la prima dell incidenti sopra la feftadecima del no
uo) quello che vien fatto del, a. in, d. e eguale a quelli duoi prodotti che venga
no fatti dal, a. in, b. & in, c. & perche dal, a. in, b. vien fatto el, d. & in, c. vien fatto,
e. fequira che, d. fia la differentia del, f. al, e. & perche (per la decima ottau del
feftimo) del, f. al, e. e fi come del, d. al, c. premutatamente del, f. al, d. fera fi come
del, e. al, c. & co: ciofia che l'uno e l'altro di duoi numeri, e. & c. fia quadrato e
manifefto lo numero, f. effer tal qual volemo, perche e numero non quadrato
diuifibile in, d. non quadrato & in, e. quadrato, la proportione de quello al, d. e fi
come de quadrato a quadrato cioe come del, e. al, c. tutte le altre cose fiano co
me per auanti. Dico che le linee, f. g. & g. h. componeno el fecondo binomio per
che co: ciofia che el quadrato de, a. al quadrato de, f. g. fia fi come del, b. al, c. &
vna ltra volta lo quadrato de, f. g. al quadrato de, g. h. fia fi come del, c. al, e. (per
la equa proportiona) el quadrato de, a. al quadrato de, g. h. fera fi come el, b.
al, e. adonque co: ciofia che l'uno e l'altro di duoi numeri, b. & e. fia quadrato
(per la feconda parte della nona) & la linea, g. h. fera communicante in longhez

za alla

za alla linea.a. posta rationale, & della linea.f.g.e manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea.a. posta rationale in lunghezza (per la vltima parte della nona) la quale conciosia che la sia più potente della linea.g.h.inel quadrato della linea.f.h. (per la trigesima prima del terzo) & per la penultima del primo) & la linea.f.h.communichi alla linea. f. g.in lunghezza (per la seconda parte della nona) la; peroche li loro quadrati sono in la proportion de li numeri.c.&.d.la proportion de quali si come di duoi numeri quadrati (per el presupposito) e manifesto il proposito. A dimostrare el medesimo altramente, sia la linea.g.h.comunicante alla linea.a.(posta rationale in lunghezza) la quale e facile de trouare & sia.c.numero quadrato diuisibile in d.quadrato & in.e.non quadrato, & sia la proportion de quadrato della linea.g.h.al quadrato della linea.f.g.si come el numero.e.al numero.c.& la.f.g. sera incommensurabile alla linea.g.h.in lunghezza (per la vltima parte della nona) & più potente di quella inel quadrato della linea.f.h. (alla qual comunica in lunghezza primamente per la conuersa dapoì per la euerfa proportionalita & per la seconda parte della nona) adonque (per la diuisione) le linee.f.g.&.g.h.componeno el secondo binomio.

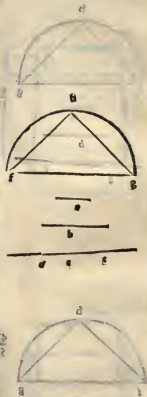
Problema.xiiii. pro positione.xlix.

44
sol Puotemo inuestigare, el terzo binomio.

A Nchora el terzo binomio così se ritroua, posta (come per auanti) la linea.a. rationale in lunghezza sia el.b.numero primo, & .c.numero quadrato diuisibile in d.quadrato & in.e.non quadrato tutte le altre cose siano come per auanti. Dico che le due linee.f.g. &.g.h.componeno el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle e commensurabile in lunghezza alla linea.a. posta rationale, ma l'una e l'altra gli e commensurabile in lunghezza la.f.g.(per la vltima parte della nona propositione) & la.h.g.(per la equa proportionalita) & per la vltima parte della nona) perche (per la equa proportionalita) el quadrato della linea.a.al quadrato della linea.g.h.e si come lo numero.b.al numero.e. l'una per mezzo del quadrato della linea.f.g.& l'altro per mezzo del numero. c. & li numeri. b. & .e. non sono in proportion de alcuni numeri quadrati conciosia che.b. sia numero primo, perche se i fusseno in, la proportion de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del octauo) & per la ottaua del medesimo fra quelli star vno terzo in continua proportionalita adonque (per la decima ottaua del medesimo) el numero.b. seria superficiale laqualcosa e impossibile, conciosia che quel sia primo (del presupposito) adonque la linea.g.h.e incommensurabile alla linea.a. posta rationale (per la vltima parte della nona) adonque perche la linea.f.g.e più potente della linea.g.h.inel quadrato della linea.f.h.(per la trigesima prima del terzo) & per la penultima del primo) laqual comunica a quella in lunghezza (per la seconda parte della nona propositione) & per la euerfa proportionalita, & per la diuisione del terzo binomio, e manifesto la nostra intentione.

Il Traduttore.

N ella esposizione di questa soprascritta propositione il commentatore le ingana grandemente si nel proceder come nella dimostratione perche di noua necessita che la proportion de li numeri.b. (quantunque sia numero primo) al numero.e. non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abbondare in parole aduremo solamente la superfluita per testimonio perche se'l detto numero.b.fusse.s. (che e numero primo) & lo numero.e.trenta sei & il numero.d. sedeci & lo numero.e.vinti si vede chiaramente che la proportion de cinque & vinti e come de numero quadrato a na



mero quadrato cioè quadrupla, perche si vede che anchora se inganna a dire che li numeri primi non sono superficiali anzi sono superficiali (per la decima extra del ottavo) ma volendo concludere la sopra scritta propositione senza oppositione bisogna tor il detto numero. b. di tal conditione, prima che non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero. e. non sia come di numero quadrato a numero quadrato (laquale cosa e facile) dapoi arguire come di sopra e fatto,

Problema. xv. propositione. i.

⁴⁵/₁₅ Puotemo ritrouare il quarto binomio.

Nella inuentione del quarto binomio le da procedere per il medesimo modo si come nella inuentione del primo eccetto che el numero quadrato, e sia diuiso in duoi numeri non quadrati liquali siano. d. & e. tutte le altre cose in questo luoco sono da esser negotiate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negotio dalla diffinitione del primo binomio.

problema. xvi. propositione. li.

⁴⁶/₅₂ Puotemo recercare el quinto binomio.

La inuentione di questo e si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero. c. (non quadrato) se diuide in. d. non quadrato, & in. e. quadrato tale men in tal modo che la proportione de. c. al. d. non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose dimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco sono ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ouero pone che la linea. g. h. sia communicante alla linea. a. posta rationale in lunghezza, & mette el numero. c. quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati quali siano. d. & e. adonque mette la proportione del quadrato della linea. g. h. al quadrato della. f. g. si come del numero. e. al numero. c. da poi conclude il proposito per la vltima parte della nona & per li presenti presupposti, & per la conuersa & eueria proportionalita, & un'altra uolta per la vltima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.

Problema. xvii. propositione. lii.

⁴⁷/₅₃ Puotemo finalmente trouare el sesto binomio.

El sesto binomio e da trouar si come el terzo & tamen in questo lo numero. c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati. d. & e. & tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componono le due linee. f. g. & g. h. congiunte fra loro direttamente seza binomio sesto che e il proposito de trouare.

Il Traduttore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire di quello che sia detto sopra la inuentione del terzo cioè che non bisogna foudar se atore semplicemente

ſimilmente il numero. b. numero primo, poſte tal iſtruzione e falſa. anzi biſo-
gna torto ſecondo che ſopra la inuention del terzo ſu detto cioè coſi condutto
nato che'l non ſia quadrato & che la proportion di quello al numero. c. non ſia
come de nũero quadrato a nũero quadrato poi ſegua come nelle altre le ſauo.

Lemma.

o Siano li duoi quadrati. a. b. & b. c. & ſiano aſſettati, ouer poſti (per la
14 decima quarta del primo): almente che il lato. d. b. al lato. b. e. ſia in
retta linea, adonque & lo lato. f. b. al lato. b. g. ſera in retta linea, & ſia
compito lo paralellogrammo. a. c. dico che a. c. e quadrato, & che,
d. g. delli detti quadrati. a. b. & b. c. e medio proportionale, & oltre
di queſto il. d. c. delli duoi quadrati. a. c. c. b. e medio proportionale,
perche. b. d. e eguale a. b. f. & b. e. a. b. g. adonque tutto il. d. e. ſera
eguale a tutto lo. f. g. & d. e. e eguale all'uno e l'altro delli duoi lati.
a. b. k. c. & g. f. e eguale all'uno e l'altro delli duoi lati. a. k. c. h. & l'un
e l'altro adonque delli duoi. a. k. k. c. e eguale all'uno e l'altro delli
duoi lati. a. h. h. c. adonque (per la trigefima terza del primo) lo para-
llogrammo. a. c. e equilatero & anchora e rettangolo, adonque lo
detto paralellogrammo. a. c. (per la quadrageſima ſeſta del primo)
e quadrato & perche ſi come del. f. b. a. b. g. coſi e del. d. b. a. b. e. & ſi
come del. f. b. a. b. g. (per la prima del ſeſto) coſi e del. a. b. a. d. g. &
ſi come del. d. b. a. b. e. coſi e del. d. g. a. b. c. adonque & ſi come del. a.
b. a. d. g. coſi e del. d. g. a. b. c. adonque. d. g. e medio proportionale
delli duoi quadrati. a. b. b. c. ſimilmente dico che anchora. d. c. e me-
dio proportionale delli duoi quadrati. a. c. c. b. perche ſi come del. a.
d. a. d. k. coſi e del. k. g. a. l. g. c. perche l'una e eguale all'altra adonq
componendoli, per la decima ottaua del quinto, ſi come. a. k. a. l. k. d.
coſi e. k. c. a. l. c. g. ma ſi cõe. a. k. a. l. k. d. coſi e. a. c. a. l. c. d. & ſi come. k. c.
a. l. c. g. per la prima del ſeſto, coſi e. d. c. a. l. c. b. adonque. d. c. e medio
proportionale fra li duoi quadrati. a. c. c. b. che e il propoſito.

Il Traduttore.

Q ueſto lemma ſe ritroua ſolamente in la ſeconda tradotione il quale e mol-
to al propoſito per le demonſtratione delle coſe ſequenti quantuq ſe di-
moſtrano etiam ſenza eſſo lemma come procedendo vederla, ma tal demonſtration
ſon piu oſcure.

Theorema. xxxvi. Propoſitione. liii.

48 Se una ſupficie ſera contenuta da un binomio primo, & da una linea
ſ4 rationale, lo lato che puo ſopra di ſſa e neceſſario eſſer binomio.

S i a la ſupficie. a. c. contenuta dalla linea. a. b. rationale & da un binomio pri-
mo elqual ſia. b. c. Dico che'l lato tetragonico della ſupficie. a. c. e binomio
e per dimoſtrare queſto ſia il ponto. d. ſi commun termine delle due portioni
del binomio primo. c. del quale la maggior parte ſia. b. d. & ſera rationale in
longhezza (per la diſtinitione) & conuenſurabile alla linea. a. b. poſta rationale
anchor a ſia diuiſa la minor portione (la qual e. d. c.) in due parte eguale al pon-
to. e. & la linea. d. b. ſia diuiſa (ſotto queſta conditione) al ponto. f. che fra le parti



di quello (laquale sono $b.f.f.f.d.$) cada $d.e.$ nel medio loco proportionale, & co
me questo si debbia far fu detto in la. 17. & fian dute le linee $e.g.d.h.f.K.$ equidi
stante alla linea $a.b.$ & perche (per la diffinitione del primo binomio) la linea $d.b.$
e piu potente della linea $d.c.$ nel quadrato duna linea a se communicante in
longhezza, seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le
due linee $b.f.f.f.d.$ siano communicante adonque (per la duodecima) l'una e l'al
tra de quelle e communicante a tutta la linea $b.d.$ per laqual cosa (per la diffini
tione) ambedue sono rationale in longhezza e pero (per la decima nona) l'una
e l'altra delle due superficie $a.f.f.f.h.$ e rationale, adonque sia descritto lo quadra
to $l.m.$ (el lato del quale $e.l.r.$) equale alla superficie $a.f.f.f.$ al quale sia circonponu
do vn gnomone protratta la dyagonale $l.m.n.$ a quella quantita che el quadra
to de esso gnomone (qual sia $m.n.$) sia equale alla superficie $f.h.$ & li duoi suppli
menti di quello siano $p.m.$ & $m.q.$ liquali e necessario esser equali alle due super
ficie $d.g.$ & $g.c.$ laqual cosa cosi se apprende, perche conciosia che la linea $d.e.$ sia
nel mezzo loco proportionale fra le linee $b.f.f.f.d.$ (per la prima del sesto) la
superficie $d.g.$ sera nel medio loco proportionale fra la superficie $a.f.f.f.$ & $f.h.$ per
la qual cosa etiam fra li duoi quadrati $l.m.$ & $m.n.$ & perche etiam lo supplemen
to $p.m.$ e anchora nel mezzo loco proportionale fra li detti duoi quadrati (per
la prima del sesto) seguita che $p.m.$ sia equale al $d.g.$ e pero etiam $m.q.$ al $g.c.$
adonque la linea $l.p.$ e el lato tetragonico della superficie $a.c.$ questa tal linea di
co esser binomio, perche essendo li duoi quadrati $l.m.$ & $m.n.$ rationali le due li
nee $l.r.$ & $r.p.$ (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la pri
ma del sesto dal $a.f.f.f.$ al $d.g.$ e si come del $b.f.f.f.$ al $d.e.$ ma la $b.f.f.f.$ e incommensurabi
le alla $d.e.$ ma perche la $b.f.f.f.$ e semplicemente rationale (come e prouato) & la
 $d.e.$ perche la communica con la $d.c.$ (rationale solamente in potentia) etiam
quella sera rationale scilicet in potentia (per la undecima) laqual cosa e mani
festa dalli presenti presupposti, adonque per la seconda parte della decima qua
ta) la superficie $a.f.f.f.$ e incommensurabile alla superficie $d.g.$ adonque & el quadra
to $l.m.$ al supplemento $p.m.$ per la qual cosa (per la prima del sesto & per la secon
da parte della decima quarta de questo) la linea $l.r.$ e incommensurabile alla li
nea $r.p.$ adonque (per la trigesima quinta) e manifesto la linea $l.p.$ esser binomio
che era da dimostrare.

Il Traduttore,

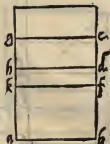
Quelle parte che con facilità si doueano concludere per lo sopra scritto le
mma (per non esser stato trouato da tal commentatore) lui arguisse per la pri
ma del sesto abenche anchor la detta prima del sesto parimente seruira tamen e
molto piu chiaro a arguire per lo sopra scritto lemma & medesimo ueniente nelle se
quente propositioni, similmente per la vltima del secondo si debbe formare vn
quadrato equale alla superficie $f.h.$ qual sia $m.n.$ & quello affettarlo nel angoso
m. di l'altro quadrato per le regole adutte nel detto lemma. Anchor bisogna no
tare qualmente la linea rationale $a.b.$ bisogna sia rationale in longhezza & que
sto medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema. xxxvii. Propositione. liiii.

49 Se una superficie sera cōtenuta da una linea rationale & da un bino
mio secōdo. Lo lato tetragonico di quella sera uno bimedial priuo.

Sia la medesima figura, & li medesimi presupposti, liquali sono in la preceden
te & (per la diffinitione del secondo binomio) sera la linea $d.e.$ rationale in
longhezza per laqual cosa (per la 9.) l'una e l'altra delle due superficie $d.g.$ & $g.c.$
& pero & li duoi supplementi $p.m.$ & $m.q.$ seranno rationali & la linea $b.d.$ sera ra
tionale solamente in potentia, & diuisa in le due linee $f.d.$ & $b.f.$ communicante
(per la

(per la diffinitione del secondo binomio & per li presupposti & per la seconda parte della decima settima) adunque (per la vigesima terza) l'una e l'altra delle due superficie. a. f. & f. h. e pero & l'uno e l'altro di quadrati. l. m. & m. n. sera mediale, adunque ambedue le linee. l. r. & r. p. sono mediale, anchora comūnicate in potentia, perche conciosia che la linea. b. f. communichi alla linea f. d. seguita che la a. f. communichi alla f. h. per laqual cosa el quadrato. l. m. al quadrato. m. n. e pero & la linea. l. r. alla linea. r. p. in potentia, ma non comunicano in longhezza, perche da vna di quelle all'altra e si come la superficie. l. m. alla m. p. adunque conciosia che la l. m. non comunichi con la m. p. imperoche l'una e mediale cioe la l. m. & l'altra e rationale cioe la m. p. seguita che la l. r. non comunichi in longhezza con la r. p. adunque perche esse contengano superficie rationale, ha q. l. e la m. p. e manifesto la linea. l. p. (per la. 36. di qsto) esser bimedral primo



Theorema. xxxviii. Propositione. ly.

50 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea 56 rationale, la linea potente in quella sera bimedral secondo.

S Tante la medesima disposizione, & li presupposti come di sopra (& da questi presupposti & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) sera cadauna delle quattro superficie (in lequale e diuisa la superficie. a. c.) mediale per laqual cosa l'uno e l'altro di duoi quadrati. l. m. & m. n. & l'uno e l'altro di duoi supplementi. p. m. & m. q. sera etiam mediale adunque l'una e l'altra delle due linee. l. r. & r. p. sera mediale, & conciosia che le due superficie. a. f. & f. h. siano comunicante imperoche le due linee. b. f. & f. d. sono comunicante (per la seconda parte della 7.) le due linee. l. r. & r. p. saranno comunicante in potentia ma non in longhezza, perche la superficie. l. m. non comunica con la superficie. m. p. imperoche ne la a. f. comunica con la d. g. perche la linea. b. f. non comunica con la d. e. conciosia adunque che esse contengano superficie mediale laquale e p. m. e manifesto (per la. 37.) la linea. l. p. esser bimedral secondo che e il proposito.

Theorema. xxxix. Propositione. lyi.

51 Se una superficie sia contenuta, da una linea rationale, & dal quarto 57 binomio, la linea che po in quella superficie e la linea maggiore.

S Tante tutte le cose come in la precedente (per el presupposto, & per la diffinitione del quarto binomio & per la. 13.) l'una e l'altra delle due superficie. d. g. & g. e. per laqual cosa & l'una e l'altra delle due. p. m. & m. q. sera mediale, & li duoi quadrati. l. m. & m. n. tolti insieme sera rationale impoche la superficie. a. d. e rationale (per la diffinitione del quarto binomio & per la. 19.) & perche la. d. b. e diuisa in due parti incommunicanti in ponto. f. (per la seconda parte della decima ottava) la superficie. a. f. sera incommensurabile alla superficie. f. h. e pero & lo quadrato. l. m. al quadrato. m. n. adunque le due linee. l. r. & r. p. sono incommensurabile in potentia, lequale conciosia che quelle contengano la superficie mediale. p. m. & ambeduoi li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto (per la. 38.) la linea. l. p. esser la linea maggiore che era il proposito.



Theorema. xl. Propositione. lyij.

58 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & da uno 58 binomio quinto, la linea laquale po in quella, el se conuenne de necessita esser la potente in rationale e mediale.

A Nchora qua in questa non e da mutar alcuna cosa della disposizione & per additione delle prime, perche da quelle tante sera (per quelle cose che son pot.

he in la diffinitione del quinto binomio & in la. 19.) l'una e l'altra delle due superficie, d. g. & g. c. onde & l'una e l'altra delle due, p. m. & m. q. rationale & tutta la. a. d. mediale, per la qual cosa & li duoi quadrati, l. m. & m. n. tolti insieme e mediale (per la. 23.) & concludo che (per la seconda parte della decima ottava) la linea, a. b. sia incommensurabile alla linea, d. e. pero & la superficie, a. f. alla superficie, f. h. & lo quadrato, l. m. al quadrato, m. n. era la linea, l. r. incommensurabile in potentia alla linea, r. p. ma perche esse contengono la superficie rationale, p. m. & ambidui li quadrati di quelle tolti insieme sono mediale se conclude (per la trigesima nona) la linea, p. effer la potente in rationale e mediale come e sta promesso da dimostrare.

Theorema. xli. Propositione. lviii.

53 Se una superficie sera contenuta dal sexto binomio, & da una linea rationale, la linea potete in qlla le appua elser la potente in duoi mediai.

In quella, s'ha non accade star a perire a tempo in depingere le figure, perche el istaia quelle che se contin in le precedente disposizion & ponno in lequa le tante e necessario (per le dette cose & per la dispositione cioe per la definitione del vltimo binomio, & per la vigesima terza) cadauna delle superficie, a. d. & d. g. & g. c. elser mediale perche & ambidui li quadrati, l. m. & m. n. tolti insieme & p. m. & m. q. e necessario elser mediale & concludo che la b. d. & d. f. per la qual cosa & la. i. f. & f. h. e pero & la. l. m. & m. n. siano incommensurabile terano le due linee, l. r. & r. p. incommensurabile in potentia, ma perche quelle contengono la superficie mediale, p. m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediale laqual linea e incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa se approua in questo che la superficie, b. h. e incommensurabile alla superficie, h. c. per questa causa che la linea, d. b. e incommensurabile alla linea, d. e. perche se regula per la. 40. la linea, l. p. effer qlla che e detta potete in duoi mediai.

Lemma.

o Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti cada dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che e compreso da que uolte sotto le dette parti inequale.

Sia la linea, a. b. & sia segata in due parti inequale in poto, c. & sia la maggior, a. c. dico che li duoi quadrati fatti dalle, a. c. & c. b. sono maggiori del rettangolo, c. che e compreso sotto della, a. c. & c. b. due uolte, & p. dimostrare qlo sia segata (per la. 10. del primo) la. a. b. in due parti egli in poto, d. adong perche la linea retta, a. b. e segata in due parti egli in poto, d. in due inequali poto, c. a. c. o. g. per la. 5. del secodo) qlo che e compreso sotto della, a. c. & c. b. insieme con el quadrato fatto dalla, c. d. e egli al quadrato che vien fatto della, a. d. & per qto el rettangolo contenuto sotto della, a. c. & c. b. e minor del quadrato della, a. d. adong li doppio del rettangolo che e compreso sotto delle due linee, a. c. & c. b. e minor del doppio del quadrato della, a. d. ma li quadrati delle due parti, a. c. & c. b. sono maggiori di quelli fatti dalle due, a. d. & c. b. adong li quadrati fatti dalle due parti, a. c. & c. b. sono maggiori del rettangolo compreso sotto delle, a. c. & c. b. due uolte che era da dimostrare.

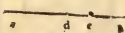
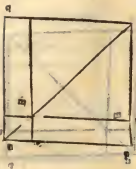
Il Traduttore.

Questo lemma se ritrova solamente in la seconda tradottione elqual (per dimostrare le propositioni seguenti) e molto al proposito ma che la suma de quadrati delle due linee, a. c. & c. b. siano maggiori del doppio del quadrato della, a. d. (elqual e tanto che li quadrati delle due linee, a. d. & c. b.) se manifesta per lo secondo de li antecedenti della quadragesima prima.

Theorema. xlii. propositione. lix.

54 Se a una linea rationale, sia aggiunto uno rettangolo eguale al quadrato de uno binomio el secodo lato di qsto conuen elser binomio primo.

Queste



Questa sei sequente propositioni son o el conuerso delle sei precedente, per ordine, & la intentione de questa, e questa sia la linea, a. b. binomio diuisa al ponto c. In le due linee a. c. & c. b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima, a. b. sia, b. d. & sia la linea c. f. rationale in longhezza alla qual sia aggiunta la superficie, e. g. eguale al quadrato, b. d. dico che l' secondo lato de questa superficie el qual e la linea, f. g. e binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato, b. d. in li duoi quadrati, b. h. & h. d. (liquali sono li quadrati delle due porzioni del binomio) & in li duoi supplementi, a. h. & b. K. liquali luno e laltro e contenuto sotto delle due porzioni del binomio & (per la diffinition del binomio la quale se ha per la trigesima quinta) l'uno e l'altro de questi quadrati sera rationale, & (per la 23.) l'uno e l'altro di dui supplementi sera mediale adonque sia tagliato dalla superficie, e. g. la superficie, e. l. eguale al quadrato, d. h. & la l. m. eguale al quadrato, h. b. & la n. p. equal all'uno di dui supplementi, a. h. ouer, h. K. & lo residuo p. g. sera eguale all'altro supplemento che resta per laqualcosa (per la prima del sesto) la linea, n. q. e eguale alla linea, q. g. & (dalle cose premesse) manifesto che l'una & l'altra delle due superficie, e. l. & l. m. e pero etiam tutta la superficie, e. n. e rationale, & l'una e l'altra delle due, n. q. & q. g. & tutta la, n. g. e mediale per laqualcosa per la vigesima luna e l'altra delle due linee, f. l. & l. n. & tutta la linea, f. n. rationale in longhezza & commensurabile alla linea, c. f. posta rationale & (per la 24.) l'una e l'altra delle due, n. q. & q. g. & tutta la, n. g. e rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea, m. n. e pero etiam alla linea, e. f. (a se eguale) & per consequente alla linea, f. n. in longhezza, adonque se la linea, f. n. (laqual e maggiore della linea, n. g. (come per lo primo di duoi antecedenti sotto giunti alla dimostrazione della quadragesima & per la prima del sesto appare (sera piu potente della linea, n. g. (minore) nel quadrato d'una linea communicante con sego in longhezza (per la diffinitione del binomi primo sera manifesto la linea f. g. esser binomio primo) & che questo sia cosi tu l'hauerai in qsto modo, sciosia che fra li duoi quadrati, d. h. & h. b. (per la prima del sesto) la superficie, a. h. sia media proportionale el se conuenue (per li primi presupposti) la superficie, m. q. esser nel mezzo loco proportionale fra la superficie, e. l. & l. m. onde (per la prima del sesto) la linea, n. q. la quale e la mita della linea, n. g. e nel mezzo loco proportionale fra le due linee, f. l. & l. n. adonque quello che vien fatto dal, f. l. in la l. n. e quanto quello che vien fatto dal, n. q. in se (per la decima settima del sesto) e per tanto (per la quarta del secondo) quaro la quarta parte del quadrato della linea, n. g. adonque (per la prima parte della 17. conciosia che la linea, f. n. sia diuisa dalla superficie a se aggiunta eguale alla quarta parte del quadrato della superficie talmente che a cōpr tutta la linea, f. n. m'ca una superficie quadrata, in due parti communicante al ponto, l. sera la, f. n. piu potente della, n. g. nel quadrato d'una linea a se cōnuicante in longhezza, adonque e manifesto el proposito.

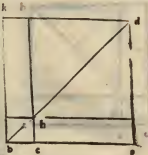
Il Traduttore.

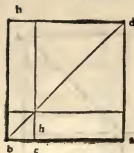
Questa parte che di sopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma auanti la quadragesima terza li medesimo se debbe ricordare nelle sequente senza che lo tel replichi

Theorema. xliii. propisione. ix.

Se a una linea rationale sera aggiunto una superficie equal al quadrato del bimediale primo, l'altro lato di quella bisognara esser el secondo binomio.

Sia la linea, a. b. la bimedial primo diuisa al ponto, c. secondo el suo termine tutte le altre cose siano come per auanti, Dico la linea, f. g. esser el secondo binomio perche la superficie, m. g. sera rationale imperoche le parti del bimedial

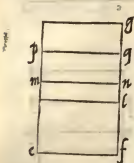




primo contengono superficie rationale & se le tre superficie, e. l. m. & tutta la. e. n. mediale comunicante imperoche le porzioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia comunicante(per la trigesima settima) adonque(per la vigesima) la linea. n. g. sera rationale in lunghezza commensurabile alla linea. e. f. posta rationale, & (per la vigesima quarta) la linea. f. n. rationale solamente in potentia (laquale concludo che la sia maggiore della linea. n. g.) per el primo di duoi antecedenti aggiunti alla dimostrazione della quadragesima (& per la prima del settimo) & piu potente di quella nel quadrato duna linea comunicante con sego in lunghezza(per la prima parte della decima settima) la linea. f. g. (per la diffinitione) sera il secondo binomio che era el proposito.

Theorema. xlii. proposizione. lxi.

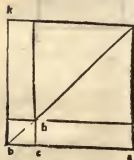
⁵⁶ Quando che a una linea rationale in lunghezza sera aggiunta una superficie rettangola eguale al quadrato del bimedial secondo, lo secondo lato di quella e necessario esser el terzo binomio.



Se la linea. a. b. sera el bimedial secondo diuisa per el suo termine al ponto. c. & tutte le altre cose siano come per auanti, sera la linea. f. g. el terzo binomio perche(per la trigesima settima & per le nostre positioni) l'una e l'altra delle superficie. e. n. & m. g. sera mediale per l'aqualcosa l'una e l'altra delle linee due. f. n. & n. g. (per la vigesima quarta) sera rationale solamente in potentia & perche le parti del bimedial secondo sono comunicante solamente in potentia, la superficie. e. l. sera comunicante alla superficie. l. m. e pero etiam la linea. l. alla linea. n. l'adonque(per la prima parte della decima settima) la linea. f. n. sera piu potente della. n. g. nel quadrato duna linea a se comunicare in lunghezza, & concludo che la superficie. a. h. & lo quadrato. h. b. siano incommensurabile imperoche le linee. a. c. & e. b. sono incommensurabile e pero etiam li duoi quadrati tolti insieme, alli duoi supplementi tolti insieme imperoche li duoi quadrati fra loro insieme comunicano(per el presupposto) li supplementi anchora, concludo che fra loro sono equali seguita che la superficie. e. n. sia incommensurabile alla superficie. m. g. e pero etiam la linea. f. n. alla linea. n. g. adonque(per la diffinitione) la linea. f. g. e binomio terzo che e el proposito.

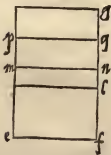
Theorema. xlv. proposizione. lxii.

⁵⁷ Se a una linea rationale sera aggiunto un rettangolo eguale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di qllo sera el quarto binomio



Se anchora questa linea. a. b. sera la linea maggiore diuisa scondo il suo termine al ponto. c. & tutte le restante cose non siano altramente che per auanti sera la linea. f. g. el quarto binomio, perche concludo che ambidui li quadrati della porzioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie. e. n. sera rationale, e pero(per la vigesima) la linea. f. n. sera rationale in lunghezza comunicante alla linea. e. f. posta rationale, & la superficie. m. g. sera mediale per quello che le porzioni della linea maggiore contengono superficie mediale, adonque(per la vigesima quarta) la linea. n. g. e rationale solamente in potentia & perche le porzioni della prefata linea. a. b. sono potenzialmente incommensurabile la superficie. e. l. sera incommensurabile alla. l. m. e pero etiam la linea. f. l. alla linea. l. n. adonque per la prima parte della decima ottava) la linea. f. n. e piu potente della linea. n. g. nel quadrato duna linea a se incommensurabile, adonque(per la diffinitione) la linea. f. g. e binomio quarto, che era el proposito.

Theorema



Theurema.xlyi. Propositione.lxiii.

58 Se a una linea rationale sia aggiunto una forma de una parte piu
64 longa, eguale al quadrato della linea potente sopra rationale, & me
diale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.

Proposta la linea, a, b, quella che po sopra la mediale & rationale diuisa sces
so la diffinitione di quella al punto, c, & non sia mutato cosa alcuna delle
passate, & seguita la linea, f, g, esser binomio quinto, perche concluda che le parti
di quella linea, a, b, contengono superficie rationale, e necessario che la superficie, g
m, e pero etiam (per la vigesima) la linea, n, g, sia rationale & concluda che am
bi li quadrati delle parti de quella linea tolti insieme siano mediale sera la super
ficie, e, n, mediale & (per la vigesima quarta) la linea, f, n, rationale solamente in
potentia & perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in poten
tia la superficie, e, m, sera incommensurabile alla superficie, m, l, e pero etiam la li
nea, f, l, alla linea, n, l, adonque (per la prima parte della decima ottava) la linea,
f, n, e piu potente della linea, n, g, nel quadrato duna linea a se incommensura
bile adonque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theurema, xlvii. Propositione, lxiiii.

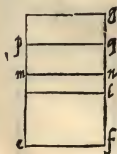
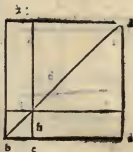
59 Ogni uolta che a una linea rationale, sera aggiunta una superficie ret
65 tangola, eguale al quadrato de una linea potente in duoi mediale,
el secondo lato della medesima superficie el se conuence esser el se
sto binomio.

In questa sexagesima quarta sia la linea, a, b, la linea potente sopra duoi me
diali, & rimangano tutte quelle positioni si come nelle altre precedenti a
questa & al presente sera la linea, f, g, el scito binomio laqualeco tu non la puoi
ignorare se tu non serai suuentiche uole delle cose premesse & di quello che pro
pone la quadragesima & co i e manifesto in questa la nostra intentione,

Theurema, xlviii. Propositione, lxy.

60 Ogni linea communicante in lunghezza a qual si uoglia di binomii
66 elie appo a quella esser binomio, sotto la medesima specie.

Sia la linea, a, vn binomio di qual specie si uoglia & sia la linea, b, a se comu
nicante in lunghezza. Dico la linea, b, esser un binomio di quella medesima
specie della quale e, a, & per dimostrar questo siano le parti binomiali della, a, c,
& d, & seranno amoe due rationale & communicante iolamente in potentia per
(la trigesima quinta) & la linea, b, sia diuisa (per la terza decima del testo) in, e, & f,
i, secondo la proportionione della parte, e, alla parte, d, & (per la congiunta, & euer)
fi, & premutata proportionalita) della, e, alla, e, & dalla, d, alla, f, si come della
a, alla, b, adonque, co i sciofia che la, a, & b, siano communicante, etiam (per la pri
ma parte della decima quarta) e, & f, & anchora, d, & f, seranno communicante
adonque se la, e, f, sera rationale iolamente in potentia etiam la, e, sera rationale
io, amente in potentia & se la sera rationale in lunghezza & etiam la, e, sera ra
tionale in lunghezza, & per lo medesimo modo se la, d, e rationale solamente in
potentia, ouer etiam in iolighezza & la, f, sera anchora similmente & (per la ses
tadecima) se la, e, e piu potente della, d, nel quadrato duna linea a se comu
nicabile in iolighezza, ouero anchora incommensurabile, sera etiam & la, e, piu po
tente della, f, nel qdrato duna linea a se commensurabile ouer etia incommensurabile

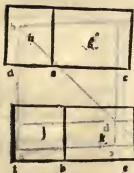




In lunghezza adunque le necessario (per la diffinitione delle sei speci e di binomil) che a. & b. siano binomil duna medesima specie. Ma se la linea b. communica con el binomio a. solamente in potentia, sera etiam la linea b. binomio et non e necessario esser de quella medesima specie, imino le impossibile che ambiduoi insieme cadano sotto la prima specie di binomil, ouer sotto alla seconda, quarta ouer quinta. Ma egli ben necessario che ambiduoi cadano sotto alle prim tre ouer alli tre vltimi, perche le impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre vltime. perche conosciuta che a. & b. communici con b. solamente in potentia anchora, c. con e. & d. con f. communicara solamente in potentia (per la decima quarta) adunque se l'una o l'altra delle due linee c. & d. seranno rationale in lunghezza, la sua comparata delle linee e. & f. non sera rationale in lunghezza. Adunque non e possibile che a. & b. cadano insieme sotto alcuna de quelle specie binomil in lequale l'una delle due portioni del binomio e rationale in lunghezza, & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche (per la decima sesta) le due linee c. & e. insieme sono piu potente delle due linee d. & f. in li quadrati de due linee a se communicanti ouer incommunicanti in lunghezza e necessario che ambiduoi li binomii a. & b. insieme cadano sotto le tre prime specie de binomil ouer insieme sotto le tre vltime (per la diffinitione di esse specie & la linea b. che tu dubiti esser binomio, perche conosciuta che c. & e. siano communicante in potentia solamente, similmente anchora, d. & f. & c. & d. siano rationale solamente in potentia communicante el se conuenze, e. & e. f. esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche communicano in lunghezza si come nelle due c. & d. proportionale a quelle esse in dubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

Theorema. xlix. Propositione. lxvi.

- 61 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra delle bimediale el
67 se conuenze de necessita esser bimedral sotto la medesima specie.



Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in lunghezza ouer in potentia, quello che detto ha in se verita. Hor sia le due linee communicante, a. & b. in qual si voglia di predirti duoi modi, & sia a. lo bimedral primo ouero il secondo. Dico che etiam b. e bimedral primo ouer se cono si come sera a. perche diuiso lo bimedral a. in le sue portioni bimediale dalle quale e composta (per la trigesima sesta & trigesima settima) lequale siano c. & d. diuisa anchora la b. in e. & f. secondo la proportion e della c. alla d. (come insegna la duodecima del sesto) & posta la superficie g. contenuta sotto della e. & della d. & la superficie k. contenuta sotto della e. & f. & posto lo quadrato h. della d. & l. della f. (per la congiunta & euersa & permutata proportionalita) sera si come in la premessa della e. alla e. & della d. alla f. si come della a. alla b. adunque (per la positione) si come a. & b. siano communicanti o sia questo in lunghezza ouer in potentia cosi c. & e. e anchor d. & f. seranno similmente communicanti ma perche c. & d. sono mediale solamente in potentia communicante, seguita (per la 25.) che e. & f. siano etiam mediale & (per la decima quarta) solamente in potentia communicanti conosciuta che esse siano proportionale (per el presupposto) come c. a. d. & conosciuta che (per la prima del sesto) sia del g. a. l. h. si come del c. a. d. & del k. a. l. si come del e. a. f. del g. a. l. h. sera si come del a. a. l. k. & prematuramente del g. a. l. k. si come del h. a. l. adunque perche h. e communicante al l. imperoche li duoi lati de quelli liquali sono d. & f. communicano in lunghezza ouer in potentia, secondo che a. & b. communicano in l'uno ouer in l'altro seguita (per la decima quarta) che anchora g. & k. communicano fra loro insieme adunque k. sera rationale ouer mediale si come sera g. (per la diffinitione della superficie rationale ouer (per la vigesima quinta) perche solamente in questo

In questo e differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le porzioni del omedial primo (In lequale vien diuiso secondo effo' et termin) contengono superficie rationale, & quelle del bimedial secondo mediale, adonque se, a. sera bimedial primo la superficie, g. ser. rationale per la qualesoia etiam la superficie ch. K. e pero b. sera etiam bimedial primo (p la trigesima sesta) ma se, a. sera bimedial secondo la superficie, g. sera mediale & p questo etia. K. adonque, b. (per la trigesima settima) sera bimedial secondo, per la qualesoia etiam la superficie, A. dimostrer el medesimo aliteramente, alla linea .c.d. rationale (supposto, a. l'un o l'altro di duoi bimediali & la .b.a. se comunicante in lunghezza, ouer in potenza) sia aggiunta la superficie .c.e. eguale al quadrato de .a. & la .f.g. eguale al quadrato de .b. & le superficie .c.e. & .f.g. sera uno comunicante, impoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee .a. & .b.) sono comunicanti (dal presupposto) adonque (per la prima del sesto & per la decima quarta di questo) le due linee .d.e. & .e.g. e necessario esser comunicante, & perche se la .a. sera bimedial primo la linea .d.e. sera el secondo binomio (per la sexagesima) e pero etiam la .e.g. sera secondo binomio (per la precedente) per la qualesoia lo lato tetragonico della superficie .f.g. (el qual e .b.) e bimedial primo (per la quinta quagesima quarta) ma se .a. sera bimedial secondo la linea .d.e. sera binomio terzo (per la sexagesima prima) e pero & la .e.g. e binomio terzo (per la precedente) per la qualesoia el lato tetragonico della superficie .f.g. (& quello e la linea .b.) sera bimedial secondo, adonque e manifesto esser el vero quello che e proposto.

Theorema. I. Propositione. lxyii.

61
68 Ogni linea comunicante alla linea maggiore, e linea maggiore.

A Nchora questa (se alcuna linea sera comunicante in qual modo si voglia) alla linea maggiore se verifica, hor sia .a. la linea maggiore, & la linea .b. a quella comunicante in qual modo si voglia. Dico che la .b. sera linea maggiore, imperoche diuisa .a. in quelle porzioni dalle quale e composta (per la trigesima octaua) lequale siano .c. & .d. & la .b. (secondo la proportion de quelle) .j. u. e .f. & poito che la .g. sia la superficie contenuta sotto della .c. & della .d. & la .K. sotto della .e. & .f. & .m. & .h. sia no li quadrati della .c. & della .d. & li quadrati .n. & .l. della .e. & della .f. sera del quadrato .m. al quadrato .h. si come del quadrato .n. al quadrato .l. (per la seconda parte della decima octaua, del sesto) & congiuntamente del .m. & .h. al .h. si come del .n. & .l. al .l. & premutatamente del .m. & .h. al .n. & .l. sera si come del .h. al .l. adonque perche .h. comunica con .l. (impero che che .d. comunica con .f. ouer in lunghezza ouer in potenza) si come che .a. comunica con .b. seguita che ambidui li quadrati .m. & .h. tolti insieme comunicano con ambidui li quadrati .n. & .l. tolti insieme, adonq con cio sia che duoi primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima octaua) etiam li duoi ultimi saranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie .K. e necessario esser mediale si come la .g. (per la vigesima quinta) & le linee .e. & .f. esser inconueniurabili in potenza (come la .c. & .d.) (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima octaua) la linea .b. esser la linea la quale e detta maggiore che el proposito. A dimostrare el medesimo aliteramente, conciosia che .a. sia la linea maggiore, alla qual comunica la linea .b. ouer essendo questo in lunghezza ouer in potenza toita vna linea rationale (laqual sia .c.d.) sia aggiunto a quella la superficie .c.e. eguale al quadrato della linea .a. & dappoi la .f.g. eguale al quadrato della linea .b. adonque conciosia che li quadrati delle due linee .a. & .b. siano comunicanti (per el presupposto) la superficie .c.e. sera comunicante alla superficie .f.g. e pero (per la prima del sesto & per la prima parte della decima quarta de questo) etiam la linea .d.e. alla linea .e.g. in lunghezza, & perche (per la sexagesima seconda) la linea .d.e. e binomio quarto anchora (per la sexagesima quinta) la linea .e.g. e binomio quarto, adonq (per la quinta quagesima sesta) la linea .b. potente in la superficie .f.g. e la linea maggiore che el .p. poito.



63 Se alcuna linea communicara alla linea potente in rationale & mediale elle approua quella esser potente in rationale & mediale.

Anchora e il vero che a qualunq[ue] modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouero solamente in potentia anchora quella e vna linea potente in rationale e mediale, laqualcosa si come per auanti in duoi modi se proua, & e necessario inquanto al primo modo che si come le due linee. c. & d. siano in potentia incommensurabili così fiano anchora le due linee. e. & f. (per la decima quarta) & si come la. g. e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) così etiam. K. (per la diffinitione) sia rationale, & si come li duoi quadrati. m. & h. tolti insieme sono mediale, così anchora (per la vigesima quinta) li duoi quadrati. n. & l. tolti insieme seranno mediale, adunque la linea. b. (per la trigesima nona) e potente in rationale e mediale, ma quanto al secondo modo, le necessario (per la sexagesima terza) che la linea. d. e. sia binomio quinto, e pero anchora (per la sexagesima quinta) la linea. e. g. e binomio quinto (per laqualcosa) per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie. f. g. (elquale. e. b.) sera vna linea potente in rationale & mediale che e el proposito.

Theorema. lii. Proposizione. lxxix.

64 Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale anchora quella e potente in duoi mediale.

Anchora questa (stante le medesime disposizioni & positioni) si come in la precedente in duoi modi se approua esser vera o comunicchi la linea. b. con la linea. a. potente in due mediale in longhezza; ouero in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie. g. sera mediale e pero etiam. K. (per la Vigesima quinta) conciosia che l comunicchi a quella anchora li duoi quadrati. m. & h. tolti insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e pero etiam li duoi. n. & l. tolti insieme (per la vigesima quinta) & perche li duoi quadrati. m. & h. tolti insieme (per la predetta quadragesima) sono incommensurabili al doppio della superficie. g. seguita (per la decima quarta & per le nostre positioni) che anchora li duoi. l. & n. tolti insieme fiano incommensurabili al doppio della superficie. K. adunque conciosia che e. & f. fiano incommensurabili in potentia si come la. c. & d. (per la quadragesima) la linea. b. sera potente in due mediale, ma quanto al secondo modo della solita argumentatione (per la sexagesima quarta) la. d. e. sera binomio sesto e pero etiam la linea. e. g. (per la sexagesima quinta) sera binomio sesto, per laqualcosa (per la quinquagesima ottava) lo lato tetragonico della superficie. f. g. elquale. e. b. sera potente in duoi mediale che e el proposito.

Theorema. liii. Proposizione. lxxx.

65 Se seranno congiunte due superficie delle quale l una sia rationale & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, sera una delle quattro linee irrationale, cioe ouero binomio ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale,

come

Come se la, a, sia superficie rationale & la, b, mediale. La linea potente in questa superficie, a, b, sera alcuna delle pretere quattro linee, laqualcosa se dimostra in questo modo, sia la linea, c, d, rationale alla quale sia aggiunta la superficie, c, e, e quale alla, a, & la, f, g, eguale alla, b, & (per la vigesima proposizione) la linea, d, e, sera rationale in lunghezza comunicante alla linea, c, d, posta rationale & per la vigesima quarta proposizione) la linea, e, g, sera rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea, d, g, sera binomio del quale conciosia che l'una delle portioni binomiali (la quale e la, d, e,) sia rationale in lunghezza comunicante alla linea posta rationale (la quale e la, c, d,) quella sera, za, (per la diffinitione delle specie di binomii) ouero binomio primo, ouero sescondo, ouero quarto, ouero quinto, ma el non sera ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza, quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima proposizione) la linea potente in tutta la, c, g, (laquale e eguale alle due, a, & b, insieme) sera, ouero binomio, ouero bimediale primo, ouero linea maggiore, ouero potente in rationale & mediale, che e el proposito, certamente la non sera la bimediale secondo, ouero la potente in duoi mediale, perche se la fusse la bimediale secondo (per la sexagesima prima proposizione) la linea, d, g, sera binomio terzo & se la fusse la potente in duoi mediale (per la sexagesima quarta) la linea, a, d, g, sera binomio scito & non era alcuna di quella perliche e manifesta la nostra intentione.

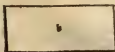
Il Traduttore.

Sia la superficie rationale, a, sera maggiore della superficie mediale, b, la linea, d, g, sera ouero binomio primo, ouero quarto, & la linea potente nella superficie, c, g, sera (per la quinquagesima terza & quinquagesima sesta proposizione) ouero binomio, ouero linea maggiore, ma se la superficie rationale, a, sera minore della superficie mediale, b, la linea, d, g, sera ouero binomio secondo ouero binomio, & la linea potente nella superficie, a, g, sera (per la quinquagesima quarta & quinquagesima settima) ouero la bimediale primo, ouero la potente in rationale & mediale.

Theorema, liii. proposizione, lxxi.

66 Quando seran congiunte due superficie mediale incommensurabile, la linea potente in tutta la superficie, sera o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioe ouero lo bimediale secondo, ouero la potente in duoi mediale.

Come verbi gratia se, a, & b, sian due superficie mediale incommensurabili, perche se quelle fusseno commensurabili la superficie composta da quelle sera mediale (per la duodecima & vigesima quinta) per laqualcosa & la linea potente in quella sera mediale (per la vigesima terza) dico che la linea potente in la superficie composta da quelle due, sera ouero bimediale secondo, ouero potente in duoi mediale, sia la linea, c, d, rationale, & la superficie, c, e, giunta a quella sia eguale alla, a, & la superficie, f, g, eguale alla, b, & (per la vigesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, sera rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie, c, e, & f, g, sian incommensurabili si come, a, & b, (a quelle eguale) pero etiam le linee, d, e, & e, g, (per la prima del sesto & per la decima quarta proposizione de questo) la linea, d, g, (per la trigesima quinta) sera binomio del quale conciosia che l'una e l'altra delle portioni binomiali (laquale sono, d, e, & e, g, sian incommensurabili alla linea posta rationale (laquale e la, c, d,) (per la diffinitione) esso sera binomio terzo, ouero sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie, c, g, (eguale al composto della, a, & b,) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottava) sera ouero bimediale secondo, ouero



potente in duoi mediale che e el propofito

Theorema. ly. propofitione. lxxii

Quando fera poſta vna linea binomiale o altre delle irrationale che cheſeguitano quella alcuna di quelle non fera ſotto al termine dell'altra.

E Luol che ſe alcuna linea (verbi gratia come a.) ſera vna delle ſei linee irrationale hauute per auanti (le quali ſono el binomio, & le cinque compagne di quello) quella non fera alcuna delle altre, perche ſe alla linea. b. c. rationale ſia aggiunta vna ſuperficie eguale al quadrato di quella laquale ſia la. b. d. certaſimente ſe a. ſera binomio (per la quinquageſima nona propofitione) la linea. c. d. ſera binomio primo, & ſe la ſera la binomial primo la. c. d. (per la ſexageſima) ſera binomio ſecondo & ſe la ſera lo binomial ſecondo (per la ſexageſima prima propofitione) la. c. d. ſera binomio terzo & ſe la ſera la linea maggiore la. c. d. (per la ſexageſima ſeconda propofitione) ſera binomio quarto, & ſe la ſera la potente in rationale e mediale, ouer la potente in duoi mediale (per la ſexageſima terza propofitione) la. c. d. ſera binomio quinto ouer (per la ſexageſima quarta propofitione) ſera binomio ſeſto, & perche le impoſſibile eſſer la. c. d. inſieme ſotto le diuerſe ſpecie de binomil (per la diſtinctione) e impoſſibile eſſer la. c. d. inſieme ſotto de diuerſe ſpecie, delle ſei linee irrationale hauute per auanti, etiam della linea mediale e manifeſto anchora che eſſa non ſia alcuna delle ſei ſequenti cioe ne binomio ne alcuna delle compagne di quello, perche concioſia che eſſendo aggiunto a vna linea rationale vna ſuperficie eguale al quadrato della linea mediale, lo ſecondo lato di quella e rationale in potenza (per la vigeſima quarta) & concioſia che la ſuperficie eguale al quadrato del binomio, ouer de alcuna delle ſue compagne lo ſecondo lato di quella e vn binomio ouer el primo, ouer el ſecondo & colli delle altre (per la quinquageſima nona propofitione & le cinque ſequenti) per laqualcoſa quello e irrationale e in lunghezza & in potenza (per la trigeſima quinta) adonque concioſia che le impoſſibile vna medefima linea eſſer rational in potenza etiam irrationale ſi ſi in lunghezza come in potenza, pur troppo e impoſſibile vna linea mediale eſſer binomiale ouer alcuna delle cinque ſue compagne.

Il Traduttore

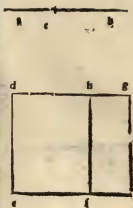
Q Veſta propofitione nella ſeconda tradortion non vi e ſo ſmarita a propofitione, ma bene in fine della ſexageſima ſeconda il medefimo in ſoltantia ſe conchiude, ouer dimoſtra, il che mi da a credere che Euclide ſia ſtato antiquamente deſregolato & trasbalzato come interuene o per conto di guerte, ouer altra ſimile occaſione & che da li a uno tempo ſia dalli dilettranti ſtato recercato & reaſſettato ſecondo che di lui hanno trouato, & cadauno vi ha aggiunto quello che a lui pareo che vi ſe conuegnere e peto molti propofitioni ſe attribuiſcono li commentatori eſſere da loro aggiunte, che ſono pur di medefimo author e come ogniuno puo conſiderare ſi nella ſopraſcritta propofitione ma in infiniti altri luoghi ſi della prima come della ſeconda tradortione.

Theorema. ly. Propofitione. lxxii

Se ſera tagliata vna linea de vn'altra linea & ſaranno ambedue rationale ſolamente ſe ſolamente commenſurabile potentialemente, la linea rimante ſera irrationale & ſera detta reſiduo.

Sia tagliata

Si tagliata la linea $b.c.$ dalla linea $a.b.$ & siano ambedue rationale solamente in potentia communicante (quale insegna di trouare la vigesima prima & vigesima seconda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente $a.c.$ e irrationale & quella se chiama residuo, perche e manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ tolti insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) & (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duodecima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della $a.b.$ in la $b.c.$ con el quadrato della $a.c.$ & conciosia che (per la vigesima terza) la superficie della $a.b.$ in la $b.c.$ sia mediale e pero etiam el doppio di quella e mediale (per la vigesima quinta propositione) e pero e irrationale (per la vigesima terza) seguita che ambedui li quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie della luna di quelle in l'altra per la qual cosa (per la terzadecima propositione) & al quadrato della linea $a.c.$ (per la diffinitione) adunque lo quadrato della linea $a.c.$ e irrationale conciosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioe alli doi quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ tolti insieme adunque per la diffinitione etiam la linea $a.c.$ e irrationale che e il proposito. Esempialmente in figura sia la superficie $e.g.$ eguale alli doi quadrati delle due linee $a.b.$ & $b.c.$ tolti insieme & sera rationale & similmente sia la superficie $d.f.$ eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la vigesima terza propositione) sera mediale & (per la settima del secondo) la superficie $f.g.$ sera eguale al quadrato della linea $a.c.$ & conciosia che la superficie $e.g.$ sia incommensurabile alla superficie $d.f.$ (per la terzadecima propositione) la medesima sera incommensurabile alla $f.g.$ per la qual cosa la $f.g.$ e irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual seza la linea $a.c.$) sera medesimamente irrationale che e il proposito.

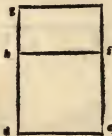


Theorema. lvi. Propositione. lxxiii.

69 Se sera tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue mediale
74 solamente potencialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente sera irrationale & sera detta residuo medial primo.



Si tagliata la linea $b.c.$ dalla linea $a.b.$ & siano ambedue come se propone (le quale per la vigesima nona & trigesima) tu le troua et & queste sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea $a.c.$ che rimane sera irrationale & quella e detta residuo bimedial primo, perche ambedui li quadrati de quelle tolti insieme seran medial, & el doppio della superficie dell'una in l'altra sera rationale e per tanto ambedui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra adunque perche ambedui li quadrati tolti insieme se componeno dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea $a.c.$ seguita (per la terzadecima propositione) che el quadrato della linea $a.c.$ sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per la qual cosa cosi esso quadrato (come la $a.c.$ lato di quello) e irrationale (per la diffinitione) adunque el proposito e manifesto, la qual cosa parendoti tu la puoi dichiarare esempialmente in figura si come la precedent. A dimostrar la anchora per un altro modo.

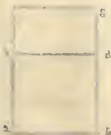
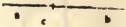


Sia la linea $d.e.$ rationale in lunghezza alla quale sia aggiunta la superficie $d.f.$ eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie $e.g.$ eguale a ambedui li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie $f.g.$ sera eguale al quadrato della linea $a.c.$ & conciosia adunque che (per el presupposito) ossia la superficie $e.g.$ sia mediale (per la vigesima a quarta propositione) la linea $d.g.$ sera rationale solamente in potentia, & conciosia che la detta super

ficile e h. fia rationale (per el presupposito) la linea d. h. (per la vigesima) sera rationale in longhezza, adonque (per la settuagesima terza) la linea g. h. e resti duo & irrationale e pero (per la vigesima per la destruzione del consequente) la superficie f. g. e irrationale & lo lato tetragonico di quella (elqual e a. c.) e irrationale & cosi e manifesto il proposito.

Theorema. lvii. propositione. lxxv.

2o Se una linea sera segata de una linea, & serano ambedue mediale, communicante solamente potenzialmente, & che contengono superficie mediale, la linea restante sera irrationale & sera detta residuo medial secondo.



Si anchora in questa tagliata la linea b. c. dalla linea a. b. & luna e l'altra delle dette a. b. & b. c. siano come se propone (& quelle se ritrovano per la trigesima prima) & sono quelle che componeno lo bimedial secondo, dico che la linea restata (laqual e la a. c.) e irrationale & quella e detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla vigesima quinta) ambidui li quadrati delle due linee a. b. & b. c. tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio della superficie dell'una in l'altra e mediale concludo adonque che per (la vigesima sesta) vna mediale non e differente da un'altra mediale se non in vna superficie irrationale, sera lo quadrato della linea a. c. (nelquale per la settima del secondo) i duoi quadrati delle due linee a. b. & b. c. tolti insieme eccedeno, el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqualcosa eti in la linea a. c. sera irrationale, anchora per esempio figurale tu puoi deuidare questo come per auanti perche se sera la superficie e. g. eguale a ambidui li quadrati della a. b. & b. c. insieme & la d. f. al doppio della superficie dell'una in l'altra, la superficie f. g. (per la settima del secondo) sera eguale al quadrato della a. c. laqual concludo che la sia la differentia dell'una mediale e. g. la superficie mediale d. f. quella e irrationale (per la vigesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (elquale e la a. c.) e irrationale che e il proposito. A dimostrare il medesimo altramente, sia la linea d. e. rationale alla quale sia aggiunto la superficie d. f. eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la e. g. eguale a ambidui li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la f. g. sera eguale al quadrato della a. c. & perche la e. g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea d. g. sera rationale solamente in potentia, similmente anchora concludo che la e. h. fra mediale (per la undecima) la linea d. h. sera rationale similmente in potentia & perche la a. b. & la b. c. sono incommensurable in longhezza e pero etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, & per questo ambidui li quadrati tolti insieme, liquali (per el presupposito) communicano sono anchora incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra, seguita che la e. g. sia incommensurable alla h. e. per laquale & la linea d. g. alla linea d. h. adonque (per la settuagesima terza) la linea g. h. e residuo & irrationale e per etiam (per la vigesima propositione dalla destruzione del consequente) la superficie e. h. e irrationale & la a. c. lato tetragonico di quella e irrationale.

Theorema. lviii. propositione. lxxvi.

3o Se una linea sera detratta da una linea & serano ambedue potenzialmente incommensurable, & continete superficie mediale, & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale, la restante linea sera irrationale & se chiamara linea minore.

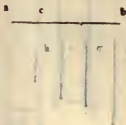
Se saranno



Se faranno la. a. b. & b. c. quale se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea. a. c. sera irrationale & lei e quella laquale e detta linea minore, laqual cosa che firmamente nera le positioni della precedente, & diligentemente attendera in diui modi quella facilmente approuera si come la antecedente.

Theorema. lix. Propositioni. lxxvii.

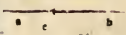
Se una linea sera cauada fora de una ltra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continete superficie ratiionale: & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanera sera irrationale & sera detta la gionta con ratiionale componente el tutto mediale.



Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni saluo se non te seranno viste di memoria, perche poste le due linee. a. b. & b. c. come se propone (lequale se trouano per la trigesima terza) & componeno la linea potente in ratiionale, & mediale & cosi la rimanente. a. c. sera irrationale, & quella vien detta quella che gionta con ratiionale compone il tutto mediale.

Theorema. lx. propositione. lxxviii.

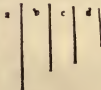
Se una linea sera detratta de una ltra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continete superficie mediale, & ambidui li quadrati di quelle tolti insieme seranno mediale incommensurabile al doppio della superficie delluna in l'altra, la linea che rimanera sera irrationale & sera detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.



Siano anchora in questa la. a. b. & b. c. quale vien proposte lequale (per la trigesima quarta) se trouaranno & quelle sono che componeno la linea potente in duoi mediale & la rimanente. a. c. sera irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, laquale accioche facilmente tu la concludi te ammonisco che tu attendi diligentemente al processo delle due argumentationi della settuagesima quinta. Ma egli da antiponere in questo luogo vno antecedente alle dimostrazioni delle sequente necessario che e il proposito.

Antecedente.

Se seranno quattro quantita delle quale la differentia della prima alla seconda, sia si come della terza alla quarta, sera premutamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.



Questo si de intendere delle quantita resserte per un medesimo modo, cioe che quando la prima sera maggiore della seconda cosi anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la sera minore sia etia minore, expleti gratia sia la differentia del. a. al. b. si come del. c. al. d. dico qd differentia sera del. a. al. c. rala sera del. b. al. d. peche p qta pectio de aio la differentia dell extremi e composta delle

differentie de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differentia del. a. a. e e composta di quella che e dal. a. a. b. & de quella che e dal. b. a. c. & quella che e dal. b. a. d. (per la medema pectiō) e composta de quella che e dal. b. a. c. & de quella che e dal. c. a. d. & perche (per el presupposito) la differentia del. a. a. b. e si come dal. c. a. d. & quella che e dal. b. a. c. e communā seguita (per communā scientia) che e la differentia del. a. a. c. sia si come dal. b. a. d. che e il proposito

Il Traduttore.

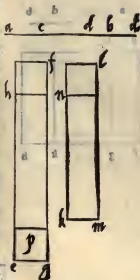
Questo antecedente se ritrova solamente in la tradottione del Campano & molti hanno applicado alle quattro linee. a. b. c. d. quattro numeri proportionali (cioe a. a. 12. & a. b. 8. a. c. 6. a. d. 4.) & voleno che le dette differentie si intendano geometriche & questo afferma medesimamente Erase Luca dal Borgo sopra questa medema antecedente, & lo dico tutto al contrario cioe che le dette differentie si debeno intendere arithmetice & non geometriche & che'l sia il vero (oltre che nelle l'opositiōe del detto antecedente le esplica chiaramente) nela le argumentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma questi tali se sono inganati in questo, che loro non hanno ben appreso la demonstratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella communā concettione del animo, laqual in vero non e così communā come lo commentatore la fa quantunque el sia la verita, cioe che la differentia delli estremi e composta delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che a. sia quindici & b. duodeci (la differentia di quali e tre) & c. sette & d. quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del. a. a. b.) hor dico che la differentia del. a. a. c. (qual e otto) e quanto quella che e dal. b. a. d. (laqual e pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta communā concettione cioe che la differentia delli duoi estremi a. & c. antecedenti (laqual e tre) e composta da le due differentie de detti duoi estremi a. b. (le quale differentie l'una e tre e l'altra e cinque che in somma fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli duoi estremi b. & d. consequenti (laqual e pur otto) e pur composta delle due differentie de detti estremi b. & d. al termine di mezzo (cioe a. c.) lequal differentie l'una e cinque l'altra e tre che giointe insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del. a. a. b. e quanto quella (che e dal. c. a. d. per el presupposito) giointo communamente all'una e l'altra la differentia che e dal. b. a. c. le dette due somme de dette due e due differentie (per communā scientia) seranno eguale lequale due somme l'una vien a esser la differentia che e dal. a. a. c. l'altra quella che e dal. b. a. d. che e il proposito.

Theorema. lxi. propositione. lxxix.

21 Nulla linea (saluo una solamente) po esser congiunta al residuo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano auanti la separatione.

Sia la linea. a. c. residuo laquale sia rimasta tagliata la. b. c. dalla. a. b. & a. b. & b. c. seranno rationale solamente communicante in potentia (per la. 73.) Dico che la detta linea. a. c. a niuna altra linea che alla. b. c. (sotto questa divisione) po esser composta ne a una maggiore della. b. c. ne a una minore della detta. b. c. & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia composta con la. c. d. indifferente mente maggiore, ouero minore che la. c. b. & per questo ambedue le linee. a. d. & d. c. seranno rationale communicante solamente in potentia, a dunque perche (per la settima del secondo) li quadrati de ambedue le linee. a. b. & b. c. totti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra io lo quas drato della. a. c. similmete anchora li quadrati delle due linee. a. d. & d. c. totti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di que in l'altra nel quadrato de la

della medesima, a.e. seguita (per lo premesso antecedente) che la differenza di doi quadrati delle due linee, a.b. & b.c. tolti insieme, alli doi quadrati delle due linee, a.d. & d.c. tolti insieme, sia si come la differenza del doppio della superficie della a.b. in la b.c. al doppio della superficie della a.d. in la d.c. & consi cosa che li doi quadrati dell'una e dell'altra sezione tolti insieme siano razionale (dal presupposto) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra dell'una e dell'altra sezione) siano mediale (per el presupposto & per la vigesima terza) era vna medesima differenza delle due superficie razionale, & delle due mediale & questo e impossibile, perche le superficie razionale non son differente l'una dall'altra saluo che in superficie razionale come e manifesto per la divisione delle superficie razionale (& per la duodecima) & la superficie mediale, non po esser differente da un'altra mediale (per la vigesima settima) saluo che in vna superficie irrazionale, & questo se fa piu manifesto in figura cioe in questo modo sia aggiunta la superficie e.f. alla linea a.g. & equali alli doi quadrati delle due linee a.b. & b.c. tolti insieme, & la g.h. sia equali al doppio della superficie de l'una in l'altra, & la f.h. sera equali al quadrato della linea, a. c. (per la settima del secondo) similmente anchora sia aggiunta la k.l. alla linea, k. m. equali alli doi quadrati delle due linee, a.d. & d.c. tolti insieme & la m. n. sia equali al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie n.l. (per la settima del secondo) sera equali al quadrato della linea, a. c. e pero e etiam equali alla, h. f. a dunque la differenza della, e.f. alla, g.h. e si come della, k.l. alla m.n. per la quale cosa (per lo premesso antecedente) premutatamente la differenza della, e.f. alla, k.l. (& quella sia la, p.) sera si come della, g.h. alla, m. n. & perche l'una e l'altra delle due superficie, e.f. & k.l. e razionale & l'una e l'altra delle due superficie, g. h. & m. n. e mediale seguita lo impossibile cioe la superficie, p. esser razionale, & irrazionale.



Theorema, lxii. Propositione, lxxx.

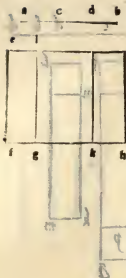
Niuna linea se non solamente una po esser congiunta al residuo mediale primo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erano auanti la separatione.

Anchora questa se approuera per simil modo che fu approuata la passata, perche essendo ambedu li quadrati tolti insieme in l'una e l'altra sezione mediale, & perche como prima, la medesima differenza di quadrati dell'una sezione alli quadrati dell'altra, che e del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differenza delle due superficie mediale & delle due razionale sera vna medesima superficie laqual cosa e impossibile.

Theorema, lxiii. Propositione, lxxxi.

Niuna linea e congiungibile al residuo medial secondo che siano sotto al termine di quelle se non solamente quella dalla quale era separata auanti.

Hor sia la, a. c. el residuo medial secondo (la quale fu el residuo) tagliata la, b. e dalla, a. b. & (per la settuagesima quinta) le due linee, a.b. & b.c. seranno mediale solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che essa linea, a. c. non po esser congiunta ad alcuna altra linea che alla, c. b. sotto questa distinctione, & se questo fusse possibile (per l'auersario) sia congiunta alla linea, c. d. & sia la linea, e. f. razionale in lunghezza, alla quale sia congiunta la superficie, e. h. equali alli quadrati delle due linee, a. b. & b. c. tolti insieme, & la, e. k. equali alli quadrati delle due linee, a. d. & d. c. tolti



infieme della quale fia tagliata la e.g. eguale al quadrato della linea a.c. & la superficie a.h. (per la settima del secondo) fera eguale al doppio della superficie della a.b. in la b.c. & la superficie l.k. (per la medesima settima del secondo) fera eguale al doppio della superficie della a.d. in la d. c. perche adunque li quadrati d' ambedue le parti della prima sectione sono mediali, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme (la qual cosa lo diligente geometra elqual seruera diligentemente le positioni non potra ignorare) fera la superficie e. h. mediale conciofia che essa sia eguale alli duoi quadrati tolti insieme, etiam la superficie l. h. fera mediale conciofia che quella sia eguale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la vigesima quarta) adunque l'una e l'altra delle due linee f.h. & g.h. e rationale solamente in potentia, & perche l'una e incommensurabile all'altra imperoche la superficie e. h. e incommensurabile alla superficie l. h. li si come li duoi quadrati al doppio della superficie (per la settagesima terza) la linea a.f.g. fera residuo, per la qual cosa la linea f.g. che e residuo se compone alla linea g.h. accioche siano ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la separatione, similmente anchora tu aprouera la medesima f.g. componerle con la linea g.k. con la medesima conditione (per mezzo delle superficie e. k. & k. l. delle quale la prima e eguale alli quadrati delle due linee a.d. & d. c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra, la qual cosa e impossibile (per la settagesima nona) & questo modo de demonstratione puo esser commune alla ottuagesima & alle altre quattro che seguitano quella.

Theorema. lxi. propositione. lxxii.

77 Niuna linea e congiungibile alla minore che siano sotto al suo termino, se non solamente quella laquale gli era congiunta auanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu e ch'hai desinentato recorriti alla settagesima sesta, & senza alcuna difficulta tu concluderai el proposito procedendo si come in la settagesima nona & se te apparera tu poterai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema. lxi. propositione. lxxiii.

78 La linea che e congiunta con rationale f.a. e el tutto mediale, non puo esser congiunta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine di quelle.

He cosa sia la linea che se propone tu l'hai hauuto nella settagesima settima adunque quando de quella vorai dimostrare quello che per questa ottuagesima terza e detto non te destore in cosa alcuna del processo della ottuagesima tua se sia te delecteral per acuire lo ingegno tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema. lxi. propositione. lxxiiii.

79 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non puo esser aggiunto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano auanti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settagesima ottava e maistra della quale (quello che questa ottuagesima quarta

ta colli

ta così propone seral costretto concludere si come concluditi del residuo media] secondo el qual per (la ottuagesima prima) è stato enontato.

Terze diffinitioni.

Poste due linee l'una rationale, & l'altra residuo, & aggiunta alcuna linea a esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composto di tal agiongimento, sera piu potente della linea aggiunta, inel quadrato d'una linea communicante in longhezza a esso tutto d'apoi lo medesimo tutto sera commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto, sera detto residuo primo. Ma se l'era che la linea aggiunta comunichi in longhezza alla linea posta rationale, sera detto residuo secondo, & se l'una e l'altra sera incommensurabile in longhezza alla posta rationale sechia para residuo terzo.

Il Tradottore.

Per le soprascritte tre diffinitioni se manifesta in sostantia che quelle due linee che congiunte compongono el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sottrahendo la minore dalla maggiore la parte restante formano el primo secondo & terzo residuo; cioe che quelle due che congiunte formano el primo binomio, quelle medesime disgiunte causano el primo residuo, cioe che la linea restante di tal sottrattione e detta residuo prio così seguita nelli altri due.

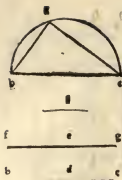
Se tutta la linea sera piu potente della linea aggiunta inel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta comunichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamara residuo quarto, & se l'era che la linea aggiunta comunichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamara residuo quinto. Ma se l'una e l'altra sera incommensurabile alla linea posta rationale se adimandara residuo sexto.

Il Tradottore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgiunte dalle tre precedenti, le si debbeno intendere a quelle congiunte successivamente, nelle quale similmente se manifesta in sostantia (si come nelle precedenti tre) che quelle medesime due linee che congiunte formano el quarto, quinto, & sexto binomio, quelle medesime disgiunte (cioe sottratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sexto residuo, cioe che quella parte de linea che restara di tal sottrattione se chiamara binomio quarto, ouer quinto ouer sexto cioe hane le conditione dette, se la summa delle due linee, sera communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioe alla nostra misura) tal residuo sera detto quarto ma se per caso sera che la linea aggiunta (e non la summa) sia communicante alla detta misura, sera detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra sera detto residuo sexto.

Problema. xviii. propositione. lxxv.

Quotemo inuestigare el primo residuo.



La inuentione per ordine de tutte le specie de binomiali ne assolu facilmente dalla inuentione de tutte le specie de residui perche in qual si voglia specie de binomiali se la minor portione sera tagliata dalla maggiore la linea restante, sera el residuo de simile specie come e manifesto (per le diffinitioni) si di binomiali come di residui, tamen non se partendo dalle proprie inuentioni di residui in questo modo inuestigamo el primo, sia la linea a; posta rationale alla qual sia tolta la b, e, commensurabile in lunghezza, & sia, e, numero quadrato diuiso in f, non quadrato & in g, quadrato & sia la proportion de quadrato della linea b, e, al quadrato della linea, c, d, si come del, e, al, f, & (per la vltima parte della nona) la, c, d, sera rationale solamente in potentia, adonque conosciu a che la, c, b, sia piu potente della, c, d, inel quadrato duna linea a se commensurabile in lunghezza laqualcosa e manifesta si come in la spianatione del primo binomio (per la diffinitione) se manifesta la linea, b, d, esser residuo primo.

Il Traduttore.

In quanto alla operatione di questo problema (per la linea, b, c, se debbe intendere quella sopra laquale e descritto el mezzo cerchio, si come fu fatto nella inuentione del primo binomio, tal che giogendo la linea, d, e, direttamente alla linea, b, c, tutta la linea cosi composta sera binomio primo, ma in quanto alla conclusione si debbe intendere per la linea, c, b, la linea, c, b, inferiore (tamen pero e quale alla prima cioe a quella doue descritto sopra el mezzo cerchio) & di quella sottrazione la detta, c, d, la parte rimanente cioe la, d, b, (per la diffinitione) sera residuo primo.

Problema. xix. propositione. lxxxvi.

81
86 **E**gli e possibile a esplicare el secondo residuo.

Aloet hauer el secondo residuo sia la linea, a, posta rationale & la, c, d, a quella commensurabile in lunghezza, & sia del quadrato della, c, d, al quadrato della, b, c, si come della, f, alla, e, & la, b, d, (per la diffinitione) sera el secondo residuo, se tu dubiti, ouero che tu non serui li presupposti posti per auanti, ouero che tu hai de bisogno della repetitione del secondo binomio,

Problema. xx. propositione. lxxxvii.

82 **P**uotemo inuestigare il terzo residuo.

87 **E**l terzo residuo se trouera in questo modo, sia posta come prima la linea, a, rationale, & lo numero, e, quadrato diuiso in, f, non quadrato & in, g, quadrato & tolto lo, h, numero primo, & lo quadrato della linea, a, al quadrato della linea, b, c, si come del, h, al, e, & sia el quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea, c, d, si come del, e, al, f, & (per la diffinitione) la linea, d, b, sera el terzo residuo della qualcosa se tu dubiti consigliarai li con el terzo binomio,

Il Traduttore.

In la inuentione di questo terzo residuo bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del terzo binomio cioe che l non satia a tor il numero, h, numero primo, anzi bisogna tolto con le conditioni dette (del numero b,) sopra la detta inuentione del terzo binomio cioe che l non sia quadrato, & che la proportion de quello al numero, f, non sia come di numero quadrato a numero quadrato

Problema

Problema.xxi. proposizione.lxxxviii.

83 Puotemo ritrouare el quarto residuo.

88 Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea .b.c. commu-
nicante alla linea .a. posta rationale ma lo numero .e. quadrato sia diuiso in .f.
& .g. di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea .b. c. al
quadrato della linea .d. c. si come de .e. al .f. & (per la diffinitione) si per la linea
d. b. esser el quarto residuo, se tu non serai inuenticheno le de quelle cose che tu
operasti in la inuentione del quarto binomio.

problema.xxii. proposizione.lxxxix.

84 Puotemo dimostrare el quinto residuo.

89 Vando uorai trouar el quinto residuo la linea .c. d. sera communicante
alla linea .a. posta rationale in longhezza (si come era in la inuentione
del secondo) & lo numero quadrato .e. sera diuiso in .f. & in .g. di quali ne l'uno ne
l'altro sera quadrato (si come in la precedente) & lo quadrato della linea .c. d. al
quadrato della linea .a. b. c. sera si come del numero .f. a numero .e. dalle quale per
la diffinitione tu conchiuderai la linea .d. b. esser el quinto residuo hauendo ame-
moria la inuentione del quinto binomio.

problema.xxiii. proposizione.xc.

85 Finalmente uoglio ritrouare el sesto residuo.

90 El sesto residuo se ritroua in questo modo, sera come prima la linea .a. posta
rationale & lo numero .e. quadrato diuiso in .f. & .g. no quadrati, & .h. sera nu-
mero primo, & lo quadrato della linea .a. al quadrato della linea .c. b. si come lo
numero .h. al numero .e. & lo quadrato della .b. c. al quadrato della .c. d. come lo
numero .e. al numero .f. & (per la diffinitione) la linea .d. b. sera residuo sesto, alla
qual l'el'animo tuo non assentira plenariamente, te conuiene esserciarne in la in-
uentione del sesto binomio.

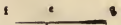
Il Traduttore,

Similmente nella inuentione di questo sesto residuo bisogna aduertire di quel-
lo che fu detto sopra la inuentione del sesto binomio cioe che l'non satisfa a
tor il numero .h. semplicemente numero primo ma bisogna che habbia le due co-
dizioni dette sopra la inuentione del terzo residuo id eo & c.

Theorema.lxyii. proposizione.xci.

86 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & da un re-
siduo primo, lo lato tetragonico di quella e necessario esser residuo

Sia la superficie .a. c. contenuta dalla linea .a. b. rationale & dalla .b. c. residuo
primo. Dico lo lato tetragonico della super. c. a. c. esser residuo, & per dimo-
strar questo sia aggiunto alla linea .b. c. la linea .c. d. & sia quella per la tetradico-
ne della quale la .b. c. fu residuo primo & (per la diffinitione) la .b. d. sera rationa-
le in longhezza & la .c. d. solamente in potentia, anchora la .b. d. sera piu potente
della .c. d. nel quadrato duna linea communicante con sego in longhezza, adon-
que sia diuisa la .d. c. in due parti equali in punto e & tutta la .b. d. sia diuisa inque
sia conditione in punto, che sia la .a. b. & la .e. d. sia la .e. d. nel medio loco pro-



portionale & per la seconda parte della decima settima) la. b. f. sera com-
munkante in longhezza alla. f. d. adonque (per la duodecima) l'una e l'altra de
quelle comunica con tutta la linea. b. d. per la qual cosa (per la diffinitione) an-
bedue sono rationale in longhezza e per tanto san tutte le linee. f. g. e. h. & c. K.
equidistanti alla. a. b. & (per la decima nona) l'una e l'altra delle due superficie.
a. f. & g. d. sera rationale adonque sia il quadrato. l. m. e quale alla superficie. a. f.
& sera rationale & lo lato di quello sera rationale in potentia, protratta dentro
la linea. l. m. diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato. l. n. e quale
alla superficie. g. d. & quel sera rationale & lo lato di quello sera rationale in po-
tentia, & san protratte le due linee. n. p. q. n. equidistanti a tutti i lati del total
quadrato. Dico adonque lo qua drato. p. r. esser equale alla superficie. a. c. & lo la-
to di quello (el quale e. n. p.) esser residuo, perche cōciosi a che la linea. d. e. sia (dal
presupposito) nel medio luoco proportionale fra la. b. f. & la. f. d. (per la prima
del sesto) la superficie. d. h. sera nel luoco medio proportionale fra le due su-
perficie. a. f. & g. d. e pero etiam & fra li duoi quadrati. l. m. & n. l' & cōciosi a che
(per la prima del sesto) la superficie. l. p. sia nel medio luoco proportionale fra li
medesimi duoi quadrati sera la superficie. l. p. equale alla. d. h. etiam alla. h. c. &
perche lo qdrato. l. n. e egale alla. g. d. sera la. t. r. egale alla. g. e. adonque tutto el quomone
circoscritto al qdrato. m. n. e egale alla. c. g. & perche lo qdrato. l. m. era egale alla. a. f.
rimanera lo. m. n. equale alla. a. c. & che la. n. p. (lato del qdrato. m. n.) sia residuo
cosi se apprende perche l'una e l'altra delle due linee. p. t. & t. n. e rationale in po-
tentia imperoche l'uno e l'altro quadrato. l. m. & n. e rationale & l'una di quel-
le e incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la decima quarto di
questo) imperoche lo quadrato. l. m. e incommensurabile alla superficie. l. r. si co-
me la superficie. a. f. alla superficie. h. d. delle quale e manifesto che quelli sono in-
commensurabile, perche (per la prima del sesto) una di quelle all'altra e si come
la linea. b. f. (laquale e rationale in longhezza) alla linea. d. e laquale e rationale
solamente in potentia. Adonque (per la settuagesima terza) la linea. p. n. laquale
po in la superficie. a. c. e residuo & questo e quello che intendemo di dimostrare.

Il Traduttore.

IN la maggior parte doue di sopra se arguisse per la prima del sesto si puo ar-
guire (& con maggior intelligentia) per lo lemma posto auanti alla quinquas-
gesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo esposi-
tore non trouo lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, &
similmente nelle sequente.

Theorema. lxxiii. Propositione. xcii.

37 Se alcuna superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal se-
condo residuo la linea potente in quella medesima superficie sera re-
siduo medial primo.

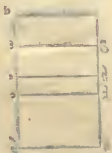
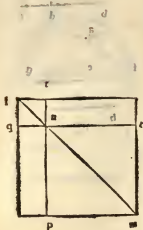
ANchora In questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del
secondo residuo & per la seconda parte della. 17. & 1. 2. & 13. & 19. & 7. 4.

Theorema. lxi. Propositione. xciii.

38 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal terzo
residuo, la linea potente sopra di quella sera residuo medial secundo

Seguita alla prima dimostrazione, & facilmente concluderal il proposito, per
la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima settima
& per la duodecima & vigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema



Theorema.lxx. propositione.xciii.

89 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo: la linea potente sopra di quella sera la linea minore.

Anchora in questa non proceder altramente che prima, perche a te lera facile concludere el proposito, se non tharai scordato la precedente (per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & per la vigesima terza & per la decima nona & settuagesima settima & cosi sera manifesto il proposito.

Theorema.lxxi. propositione.xcv.

90 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella sera la giunta con rationale componente mediale.

Armata nella premissa argumentatione (per la diffinition del quinto residuo & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza & decima nona & settuagesima settima) che el proposito da concludere,

Theorema.lxxii. propositione.xcvi.

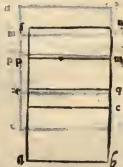
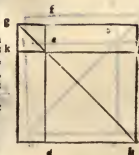
91 Se una superficie sera contenuta da una linea rationale & dal sesto residuo, lo lato tetragonico che po sopra di quella, el se proua esser la linea che giunta con mediale costituisce il tutto mediale.

Al presente anchora quello che vltimamente per questo e detto sia diligente di concludere (per la diffinition del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottava & per la duodecima & vigesima terza & settuagesima ottava, & niuna cosa potra offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparera: & in memoria tenera, & anchora quel che la suppone prudentemente attendera, & se p caso occorre se qualche dubbio nel quadrato l.m. a te sera necessario con el tuo ingegno de ricorrere al suo eguale in la superficie, a.d. & seranno manifesti.

Theorema.lxxiii. propositione.xcvi.

92 Se a una linea rationale sera applicada una superficie eguale al quadrato dun residuo, l'altro lato e necessario esser un residuo primo.

Queste sei sequente propositioni, sono le conuerse delle sei precedenti per ordine & la intentione di questa prima e questa che se la superficie a.c. ag giunta alla linea rationale, a.b. equal al quadrato dun residuo elqual sia la linea d.e. lo secondo lato di quella (elqual e la b.c.) sera necessariamente residuo primo, perche sia aggiunto alla linea, d.e. (laquale se propone esser residuo) la linea per la incisione della quale essa sera residuo & sia la aggiunta a quella la, e.f. & (per la settuagesima terza) una e l'altra delle due linee, d.f. & f.e. sera rationale in potenza & una di quelle incommensurabile all'altra in lunghezza, & adunque sia descritto lo quadrato della linea, f.e. (elqual sia, e.g.) & lo quadrato della d.e. laqual e posta esser residuo (elqual sia, e.h.) & sean aggiunti li supplementi, d.f. & f.e. & lo quadrato, g.h. sera si come lo quadrato della linea, d.f. & lo quadrato, g.h. sera si come la superficie, a.c. etiam uno e l'altro di quadrati, g.b. & e.g. sera ra-



tionale, sia adunque aggiunta la superficie a. m. alla linea, a. b. e quale al quadrato, g. h. & per questo sera rationale, per la qual cosa (per la vigesima) la linea, m. b. sera rationale in lunghezza, & la superficie, p. n. sia eguale al quadrato, e. g. la quale etiam per questo sera rationale & (per la vigesima) la linea, m. n. sera rationale in lunghezza, adunque tutta la linea, b. n. sera rationale (per la duodecima) hor sia diuisa la, c. n. in due parti eguale in po. ito. q. & sia ducta la, q. r. equidistanti alla, a. b. & (per la prima del setto) la superficie, c. r. sera eguale alla, r. n. & e manifestato che quando tutta la superficie, a. n. sia eguale alli duoi quadrati, g. h. & e. g. tolti insieme (liquali sono li quadrati delle due linee, d. f. & e. f. e.) & la superficie, a. c. sia eguale al quadrato della linea, d. e. laquale e, e. h. (per la settima del secondo) la superficie residua della, a. n. (laquale e la, c. s.) sera eguale al doppio della superficie della, d. f. in la, f. e. per la qual cosa & la mita di quelle lequale sono, r. n. & d. g. e necessario esser eguale & conciosia adunque che (per la prima del setto) la superficie, d. g. sia nel medio luoco proportionale fra li duoi quadrati, g. h. & e. g. & la superficie, r. n. sera nel medio luoco proportionale fra le due superficie, a. m. & p. n. e pero (p. la prima del 6.) etiam la linea, q. n. sera nel luoco medio proportionale fra le due linee, b. m. & n. n. & conciosia che la, q. n. sia la mita della linea, n. c. & la linea, b. n. sia diuisa in ponto, m. in due parti communicante fra le quale cade la, q. n. nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea, b. n. sia piu potente della linea, n. c. in quadrato duna linea communicante con sego in lunghezza adunque perche la superficie, d. g. e mediale (per la vigesima terza) & la superficie, c. r. e quella eguale (dal presupposito) e mediale & la linea, c. q. rationale solamente in potentia (per la vigesima quarta) e pero etiam el doppio di quella (elquale e la linea, m. c.) e rationale solamente in potentia, adunque perche la, b. n. e rationale in lunghezza communicante alla linea, a. b. posta rationale & piu potente della, n. c. in quadrato duna linea a se communicante in lunghezza se guita (per la duodecima) la linea, b. c. esser residuo primo che e el proposito.

Theorema, lxxiii. Propositione, xcviij.

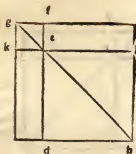
Quando che a una linea rationale sera aggiunta una superficie eguale al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella sera uno residuo secondo.

Quia la linea, d. e. sera residuo medial primo, & la linea, e. f. sera quella per tagliamento della quale la, d. e. era stata residuo medial primo, dico che la b. c. sera residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiti & pigli ben in pratica la dimostrazione della precedente & che vigilantemente tu habbiterai antequali linee bisognino esser la, d. f. & f. e. della qual cosa se tu dubbiterai in alcuna reuedrai la settuagesima quarta.

Theorema, lxxv. Propositione, xcix.

Se a una linea rationale sera applicata una superficie eguale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conuenir esser residuo terzo.

Quia anchora sera la linea, d. e. lo residuo medial secondo & seguitara che la, c. b. sia uno terzo residuo laqual cosa accioche facilmente la concludi seguitarai alla dimostrazione della prima & quale linee conuenir esser la, d. f. & f. e. accogliete



se. recoglielo dalla settuagesima quinta.

Theorema. lxxvi. Propositione. c.

Quando che a una linea rationale sera aggiunta una superficie e
100 quale al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella se
ra uno residuo quarto.

Se la, d. e. sera una linea minore come propone questa centesima. Dico che la
b. c. sera vn quarto residuo, & qui linee sia necessario esser la, d. f. & la, f. e.
(quando che la, d. e. sera una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima
setta & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, eccetto che la
questa & in le due seque e necessario diuiderse la linea, b. n. al ponto, m. in due
parti incommensurabile, lequale in le tre precedente necessariamente se diuidera
ua in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee, d. f. &, f. e.
erano state comunicante in potentia, e pero etiam li quadrati di quelle erano
stati comunicanti, per laqual cosa & le superficie, a. m. &, p. n. equale alli quadra
ti de quelle erano state comunicante, per laqual causa & etiam le due linee, b.
m. & m. n. e pero etiam in le tre precedente la linea, b. n. fu piu potente della li
nea, n. c. inel quadrato d'una linea communicate con sego in lunghezza, per la
prima parte della, 17. Ma in queste & in le due sequente le due linee, d. f. & f.
e. sono incommensurabile in potentia come appare (la settuagesima setta settuages
sima settima & settuagesima ottava) e pero etiam li quadrati di quelle per laqual
cosa etiam le superficie, a. m. & p. n. sono incommensurabili per laqual cosa etiam
le due linee b. m. & m. n. sono incommensurabile, e pero (per la prima parte del
la decima ottava) si in questa come in le due sequente e necessario la linea, b. n.
esser piu potente della linea, n. c. in el quadrato d'una linea a se incommensura
bile in lunghezza, tutte le altre cose cerca come per auanti.

Il Traduttore.

Questa & la precedente si seruiro della figura della nonagesima settima &
nonagesima ottava cioe che nel dire se riferisce a quella, il medesimo fa
le altre duoi sequente.

Theorema. lxxvii. Propositione. ci.

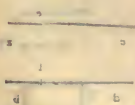
Se a una linea rationale sia aggiunta una superficie equale al qua
101 drato della linea con rationale costituente mediale lo lato secondo
di quella sera residuo quinto.

Similmente quiui pone la linea, d. e. esser quella che gionta con rationale co
pone el tutto mediale, & quale linee bisogni esser la, d. f. & la, f. e. attende al
la settuagesima settima & concluderai senza alcun impedimento la linea, b. c. e.
ser residuo quinto se tu seguirai le necessarie demonstrationi habute per auanti

Theorema. lxxviii. propositione. cii.

Se a una linea rationale sia aggiunto una superficie equale al qua
102 drato della linea con mediale componente mediale l'altro lato di
quella sera residuo sexto.

Hor in ultimo la linea, d. e. conuien esser quella laquale gionta con mediale
componne el tutto mediale alla qual giontoni la linea, e. f. (laqual sia quella



per il tagliamento della qual la linea, d. e. era stata quella che se propone) & qual linea bilogni esser la d. f. & f. e, tu lo intenderai dalla settuagesima ottaua le la prima argumentatione firmamente tener al senza oppositione, similmente potrai concludere la linea, b. c. esser residuo sexto, & se per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato, g. h. confirrallo con la superficie, a. n. a lui equale & così se manifestara el proposito nostro.

Theorema, lxxviii. propositione, ciii.

28 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella in termini, & ordine e el medesimo residuo.

Quello che proposse la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello questa, 103. & le quattro che seguitano proponeno esser el vero del residuo & delle sue cinque compagne, che hauera dato opera a quelle per fina che le habbia ben in memoria non potera ignorare queste, y et amente ogni cosa che e deno in quelle de communicante in longhezza, & solamente in potentia il medesimo bilogna intendere anchora in queste, perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, ouero solamente in potentia, essa anchora e residuo & se quella communica in longhezza, non solamente quella e residuo, ma etiam e residuo de quella medesima specie, verbi gratia la linea communicante in longhezza al residuo primo e residuo primo, & quella che e communicante al secondo e secondo, & così anchora degli altri ma quando la linea communica a uno residuo solamente in potentia quella anchora e necessario esser residuo ma non della medesima specie and le impossibile che vna linea communicante solamente in potentia a vn residuo primo, ouer secondo, ouer terzo, ouer quarto, ouer quinto caschi insieme co quello sotto la medesima specie ma ben e necessario che ambe cada: o l'altre sono alle tre prime specie ouer ambe insieme sono alle tre vltime. e per tanto sia la linea, a. e residuo alla qual communici la linea, b. in longhezza, dico che la linea, b. sera residuo de quella medesima specie con la, a. sia aggiunta la linea, c. alla linea, a. & sia quella per la abscissione della quale la linea, a. u residuo & alla b. ne sia aggiunta un'altra, la quale sia la, d. alla quale così gli sia la, b. si come la, a. alla, c. & con la composta della, a. & c. sia la, e. & la composta della, b. & d. sia la, f. & (per la premutata proportionalita) a. a. la b. sera si come la, c. alla, d. & (per la terzadecima del quinto) la, e. alla, f. si come la, a. alla, b. ouer si come la, c. alla, d. con cio sia adonche che la, a. communici con la, b. (per la decima quarta) la c. sera communicante con la, d. & e anchora sera communicante con la, f. & perche anchora e necessario (per la premutata proportionalita) della, e. alla, c. esser si come della, f. alla, d. seguita (per la sedadecima) che se la, c. sera piu potente della, e. nel quadrato duna linea a se communicante in longhezza, ouero se la fusse per auentura incommensurabile, sera similmente la, f. piu potente della, d. ma perche ogni linea communicante in longhezza a vna linea rationale, quella similmente rationale, similmente dico, perche ambedue, seranno rationale in longhezza, ouer ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione di residui) che la, b. sia residuo della medesima specie che e a. ma se la, b. communica con, a. solamente in potentia, essa anchora sera residuo tamen necessariamente non sera de quella medesima specie, ma sera si come e detto la demonstratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio e da esser raccolta.

Theorema, lxxx. propositione, ciii.

29 Ogni linea communicante a qual si uoglia residuo mediale e residuo mediale

mediale sotto el termine & ordine di quello,

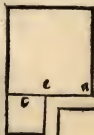
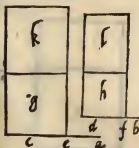
VNa linea,ouer comunicchi cō qual si voglia residuo mediale in longhez-
za,ouer in potentia, eglie el vero quello che se dice,hor sia la, a, quale vo-
glia residuo mediale alla quale comunicchi la, b. in longhezza ouer in poten-
tia: Dico che la, b. e etiam residuo mediale tal qual s'era la, a. hor sia agglionta la
linea, c. alla linea, a. & sia la, c. per la incisione della quale la, a. fu residuo mediale
& alla, b. ne sia agglionta vn'altra laqual sia, d. & sia della boulla, d. si cōueniente
a, alla, c. & tutta la composta della, a. & c. sia la, e. & della, b. & d. sia la, f. & si
adonque li quadrati della, c. & della, d. liquali siano, g. & h. & la superficie dele
in, c. & la, a. & del, f. & del, h. & perche eglie come prima del, e, a. & del, g. & h. si
come della, a. & b. & la, e. & a. sono mediale solamente in potentia: & comunicante
(per la. 74. & 75.) seguita (per la. 25.) che la, e. & d. (a quelle comunicante) siano
etiam mediale solamente in potentia: & comunicante & e manifesto (per la prima
del sesto) che la, K. a. ila, g. sia si come la, e. & la, a. & la, h. si come la, f. & la, d. &
perche eglie dalla, e. alla, c. si come dalla, f. alla, d. seguita che dalla, K. alla, g. si
come dalla, h. alla, h. & permutamente dalla, K. alla, h. si come dalla, g. alla, h. &
adonque che la, g. comunicchi cō la, h. seguita che la, K. comunicchi cō la
l. adonque se la, l. s'era rationale (che e el residuo medial primo) etiam la, l. (per
la diffinitione) s'era rationale, per la qual cosa (per la. 74.) s'era la, b. e. residuo me-
dial primo, & se la, l. s'era mediale (che e nel residuo medial secondo) etiam la, f. p
(la. 25.) s'era mediale, & pero etiam la, b. (per la. 75.) s'era residuo medial secondo,
per la qual cosa e manifesto el proposito. A demōstrat el medesimo altramente se la
linea, b. comunicchi cō la linea, a. (laqual e qual si uoglia residuo mediale) in lo-
ghezza ouer in potentia, sia agglionta alla linea, e. d. rationale la superficie, e. & e,
quale al quadrato della, a. & la superficie, f. g. eguale al quadrato della, b. & e per
questo la, e. & f. g. s'eranno comunicante si come etia li quadrati delle linee, a. &
b. a quēle equali, adonque (per la prima del sesto) & per la decimaquarta di que-
sto) a. d. e. & g. sono comunicante in longhezza & perche se la, a. e. residuo me-
dial primo, & la linea, d. e. s'era el secondo residuo (per la. 99.) & se la, a. e. residuo
medial secondo la linea, d. e. residuo terzo (per la. 99.) ma quando la linea, d. e.
& residuo secondo la linea, e. g. e etiam residuo secondo & quando quētre el terzo
similmente & questa e el terzo (per la. 103.) seguita adonque (per la. 97. & 99.) che
la, b. sia el residuo medial primo ouer el secondo si come s'era la, a. che'l pposito

Theorema. lxxxi. Propositione. cv.

**Se alcuna linea communicara alla linea minore anchora quella
s'era linea minore.**

Eglie facile a prouare questa per dai modi si come la pcedente, ouero sia che
alcuna linea comunicchi cō la linea minore in longhezza ouer in potentia
& posto questo quato al primo modo che quando sia della, f. alla, d. si come de la,
e. alla, c. (per la prima parte della. 21. del sesto) lo qdrato della, f. al quadrato del
d. s'era si come lo quadrato della, e. al quadrato della, c. & cōgiuntemente li qua-
drati delle due linee, f. & d. al quadrato della, d. s'era si come li quadrati delle due
linee, e. & c. al quadrato della, c. & permutamente li quadrati delle due linee, f. &
d. al quadrati delle due linee, e. & c. s'era si come lo quadrato della, d. al quadrato
della, c. & lo quadrato della, d. cōmunicano al quadrato della, c. adonque li dūoi
quadrati delle due linee, f. & d. & d. & d. insieme cōmunicano cō li dūoi quadrati del
le due linee, e. & c. & c. & c. & pche (per la. 76.) li quadrati delle due linee, e. &
c. & c. & c. & c. sono rationale & (per la diffinitione) etiam li dūoi qdrati delle due
linee, f. & d. & d. & d. insieme s'era rationale, & quando la superficie, K. ha mediale tal
la, l. a. qlla comunicante, s'era mediale, adonque (per la. 76.) la, b. e. linea minore ma
in quato al scōdo modo (per la. 100.) la linea, d. e. s'era residuo qrtto & pero etiam
(per la. 103.) la linea, e. g. s'era etiam residuo quarto & pero etiam (per la nonage
sima quarta) la linea, b. e. linea minore.

Le superficie, K. & l. f. debbe intendere si come nella figura della pcedent



te cioè la superficie. K. se piglia per la superficie della. e. in la. c. & per la superficie. l. se intende per la superficie della. f. nella. d. & similmente per il secondo modo se arguisse sopra la seconda figura della precedente ideo aduerte.

Theorema. lxxii. Proposizione. cvi.

101 Ogni linea comunicante alla linea con rationale cōponente me
106 diale, e con rationale componente mediale.

Anchora questa non e difficile approuare al predetto modo p due vi e ouer sia intesa della comunicanda in lunghezza, ouer della cōmunicanda in potentia solamente, ma quanto al primo modo li doi quadrati delle due linee. f. & d. tolti insieme seranno mediale (per la vigesima quinta) si come sono li doi quadrati delle due linee. e. & c. et tolti insieme (per la settuagesima settima) alle quale esse cōmunicano & la superficie. l. sera rationale (per la diffinitione) si come e la superficie. K. (per la settuagesima settima) cōmunicante con quella, adò que (per la. 77.) la. b. e con rationale cōponente mediale, quanto al secōdo modo la. d. e sera residuo quinto (per la. 74.) e pero etiam la. e. g. (per la. 101.) per la qual cosa la. b. e con rationale componente mediale (per la nonagesima quinta)

Il Traduttore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedenti propositione el secōdo modo parla ouer se ferma sopra la seconda figura della anciana alla precedente.

Theorema. lxxxi. Proposizione. cvii.

101 Ogni linea cōmensurabile alla linea con mediale costituente
107 mediale e con mediale costituente mediale.

Anchora in questa suppone alcuna linea cōmunicare con quella che cō mediale cōpone mediale, indifferente in lunghezza ouer solamente in potentia come vorai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficulta concluderai anchor quella esser cō mediale cōponente mediale, quanto al primo modo la superficie. l. sera anchora mediale si come etia la. K. & anchora li doi quadrati delle due linee. f. & d. tolti insieme seran mediale si come etiam li doi quadrati delle due linee. e. & c. & perche anchora li doi delle due linee. e. & c. al la. K. si come li doi delle due. f. & d. alla. l. & perche anchora li doi primi nō cōmunicano con el doppio della. k. (per la settuagesima ottaua) ne li doi secōdi cōmunicano cō el doppio della. l. (per la. 14.) adonq (per la. 78.) la. b. e cō mediale cōponente mediale, ma quito al secōdo modo la. d. e sera residuo scito (per la. 101.) e pero etia la. e. g. (per la. 101.) per la qual cosa la. b. e con mediale componente mediale (per la nonagesima sesta).

Il Traduttore.

Similmente questa si come le altre due passate se ferma nel arguire sopra le figure della ppositione. 104. & della. 105. & po a qlla reccorri pmo esempio.

Theorema. lxxxiii. Proposizione. cviii.

101 Se da una superficie rationale sera tagliata uua superficie, mediale,
108 la linea potente in la superficie restante, sera l'una delle due linee irrationale ouero residuo, ouero minore.

Si a tutta la superficie composta dalla. a. & b. rationale, dalla quale sia detratta la. b. la quale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante a. e ouero residuo

residuo ouero linea minore, sia adonque la linea. e. d. rationale & la superficie, e. a quella aggiunta sia tanto quanto la. a. & la. f. g. tanto come la. b. & tutta la. c. g. sera li come tutta la. a. b. & la. c. g. sera rationale e pero etiam la linea. d. g. (per la vigesima propositione) sera rationale in lunghezza & la. e. g. sera mediale e pero (per la vigesima quarta propositione) etiam la. e. g. sera rationale solamente in potentia, adonque la linea. d. e. (per la diffinitione) e residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & la nonagesima quarta) la linea potente in la superficie. e. e. e pero etiam in la superficie. a. (a quella eguale) e residuo ouer linea minore, e che e il proposito.

Theorema, lxxxv. Propositione, cix.

¹⁰⁴ Se de una superficie mediale sera detratta una superficie rationale
¹⁰⁹ la linea potente in la superficie restante sera l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la com rationale, componente mediale.

A Nchora questa si approua si con la precedente perche se tutta la. a. b. sera mediale, & la. b. rationale, Dico che la linea potente in la restante superficie a. ouero el residuo mediale primo, ouer com rationale componente mediale, perche conchioua che la. c. g. sia eguale alla. a. b. (per la vigesima quarta) la linea. d. g. sera rationale solamente in potentia, & conchioua che la. f. g. sia eguale alla. b. per (la vigesima) la linea. e. g. sera rationale in lunghezza, adonque (per la diffinitione) la linea. d. e. sera el residuo secondo, ouero el quinto per laqual cosa (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) o lato rettangolo della superficie, e. e. e pero etiam della superficie. a. e residuo mediale primo, ouero com rationale componente mediale, che e il proposito nostro.

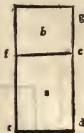
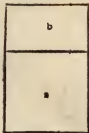
Il Traduttore.

Q uesta insieme con la sequente nel arguire se riferiscono alla figura della precedente.

Theorema, lxxxvi. Propositione, cx.

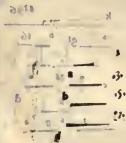
¹⁰⁴ Se una superficie mediale sera detratta da una superficie mediale,
¹⁰⁹ & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante sera l'una o l'altra delle due irrationale, cioe ouero el residuo mediale secondo, ouer la com mediale componente mediale.

S E tu non te destorai dalla dimostrazione delle due precedente senza diffidare a concluderai el proposito, hor sia tutta la. a. b. & la. b. mediale & sia la restante. a. incommensurabile al tutto, perche essendo altrimenti la. a. sera mediale (per la vigesima quinta) & lo lato rettangolo di quella sera mediale (per la vigesima terza) il presente dico che la linea potente in la. a. e residuo mediale secondo ouer la com mediale componente mediale, perche conchioua che la. c. g. sia eguale alla. a. b. (per la vigesima quarta) la linea. d. g. sera rationale solamente in potentia anchora (per la medesima) conchioua che la. f. g. sia eguale alla. b. etiam la. e. g. sera rationale solamente in potentia, & conchioua che la. a. sia incommensurabile a tutta la. a. b. la. f. g. sera incommensurabile alla. e. g. e pero (per la prima del libro 3 per la decima quarta de questo) la. e. g. sera etiam incommensurabile alla. d. g. adonque (per la diffinitione) la linea. d. e. sera residuo terzo ouero



to al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drio al binomio, & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia possibile esser prodotto in infinito non e possibile alcuna di quelle conuenire in termine & ordine con quella che precedera.

El vole per questa proposizione che le tredese linee irrationale delle quale in questo decimo e stato dimostrato & queste sonola linea mediale, el binomio, & le sue cinque compagne, el residuo de le cinque compagne di quello, siano fra loro differente a una per una in specie, & che niuna linea, vna possi essere insieme sotto a due, ouero a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possono esser prodotte in infinito dellequale niuna conuien con l'altra in diffinitione e ordine, & che queste tredese linee (cioe la mediale, el binomio & le cinque compagne di quello, el residuo & le cinque compagne di quello) sian irrationale aricordare che e glie stato dimostrato di sopra della mediale in la vigesima quinta & in le cinque che seguitano quella, & del residuo & delle sue, & compagne in la settuagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che nida di queste tredese linee irrationale possi conuenire in specie con alcuna delle altre linee in questo modo se apprende, poniamo che a una medesima linea rationale in longhezza, siano aggiunte le superficie eguale alli quadrati delle predette tredese linee irrationale secondo che seguitano fra loro per ordine & (per la vigesima quarta) lo lato secondo della prima di queste tredese superficie sera rationale solamente in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredese superficie de delle cinque che seguitano quella, serano tutte le specie di binomii per ordine cioe el binomio primo, secondo & da li in drio per fina al sesto & questo se ben te aricordi fu dimostrato in la quinquagesima nona & in le cinque che seguitano drio a quella, & li secondi lati della terza superficie & delle cin que che seguitano quella, sono le specie di residui per ordine, cioe el residuo primo, & lo residuo secondo, & da li in drio per fina al sesto la qualcosa lo haueiti (dalla nonagesima settima) & dalle cinque che seguitano quella) conciosia adunque che detta linea rationale solamente in potentia non conuenga con alcuna specie di binomii ouero con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la settuagesima terza) e linea irrationale e in longhezza e in potentia, & conciosia che niuna specie di residui conuenga con alcuna specie de binomii (per la seconda parte della precedente) seguita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie, siano fra loro diuerse e pero (per la prima del sesto) etiam quelle tredese superficie sono diuerse conciosia che la altezza de ognuna di quelle sia vna medesima per la qualcosa etiam esse tredese linee irrationale possono sono a vna per vna diuerse, ma le specie di queste tredese linee irrationale le possono esser prodotte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono finite, anchora infinite quelle di binomii, & cosi de grado in grado la qualcosa si manifesta in questo modo, sia la linea, a, mediale & sia tolta la vnita & qual si voglia numeri primi come, 3, 5, e, 7, & siano attante le linee, b, c, d, quanto sono li numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee, b, c, d, al quadrato della a, si come li numeri primi alla vnita & (per la vigesima quinta) le linee, b, c, d, serano mediale, perche esse comunicano in potentia con la linea, a, mediale, ma tutte seranno diuerse dalla, a, in longhezza etiam fra loro (per la vltima parte della nona) perche la proportion de niuno de questi numeri alla vnita, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decimasettima & ottaua & per el correlario della seconda del ottauo & per lo presente presupposio) e si come de numero quadrato a numero quadrato, adunque la, a, & cadauna a quella comunicante in longhezza sera sotto la prima specie delle linee mediale, & la, b, & cadauna a se esse comunicante in longhezza sera sotto alla seconda & la, c, & tutte le comunicante ouero comensurabile a quella medema sera sotto alla terza, anchora la, d, & tutte quelle che sono a lei comunicante in longhezza sera sotto alla quarta, & peche li suoi



a, e, b, continuamente proporzionali in la proportion che e dal, e, a, l, d, conelo
 sia adonque che dal, a, in, b, sia fatto, k, seguita etiam che dal, e, in le medesimo
 sia fatto, k, per la qual cosa, e, e el lato tetragonico de, k, adonq, e manifesto el propo-
 sito. Reita adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la super-
 ficie, a, rationale detta da vno numero che non sia quadrato (come, 5, &c) sia la li-
 nea, a, el lato tetragonico di quella & siano tolte quante linee si vogliun rationa-
 le in longhezza lequale siano, b, c, d, e, & siano dette da numeri di quali ciascun
 precedente sia el lato tetragonico del proximo seguente, come se b, sia, duoi el c,
 sia quattro el d, sedeci & lo e, ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in
 longhezza sia aggonzoua superficie eguale alla, a, & li secondi lati di cadauna
 seranno rationali in longhezza (per la vigesima) come lo secondo della, b, e
 duoi e mezzo lo secondo della, c, e vno e uno quarto, & lo secondo della, d, e vno
 e un quarto e vno sedecesimo (cioe un e cinque sedecesimi) & lo secondo lato del
 la superficie, e, sera vno, 64, efimo & uno, 256 efimo, (cioe in somma cin-
 que, 256 efimi) sia adonque, il lato tetragonico della, b, & la g, sia el lato tetra-
 gonico del secondo lato della detta superficie, b, & (per lo premesso antecedente)
 sera che dal, f, in, g, sia fatto, a, vn'altra volta sia la, h, lo lato tetragonico del sec-
 do lato della superficie, c, & sia anchora, k, el lato tetragonico de, n, & per lo pre-
 detto antecedente sera che dal, b, in, h, sia fatto, a, & dal, i, in, k, sia fatto el lato tetra-
 gonico de, a, qual sia, l, sia da reauo, m, lo lato tetragonico del secondo lato
 della superficie, d, & quando che, n, sia el lato tetragonico de, m, & p, el lato tetra-
 gonico de, n, & p lo predetto antecedente sera che dal, o, in, m, sia fatto, a, & dal
 b, in, n, sia fatto, l, & dal, i, in, p, sia fatto el lato tetragonico de, l, (qual sia, q,) ma
 piu sia, r, el lato tetragonico del secondo lato della superficie, e, anchora sia, s, lo
 lato tetragonico de, r, & t, lo lato tetragonico de, s, & u, sia lo lato tetragonico
 de, t, & seguita per lo detto antecedente che dal, d, in, r, sia fatto, a, & dal, c, in, s,
 sia fatto, l, & dal, b, in, t, sia fatto, q, & etiam dal, f, in, u, sia fatto el lato tetragonico
 de, q, (qual sia, x) & cosi in innitio. Dico adonque queste linee, a, l, q, x, (de le qua-
 le la, a, e come radical principio) esser irrationale la, a, solamente in longhezza,
 tutte le altre in longhezza & in potentia, & dico che niuna di quelle conuen con
 alcuna altra in diffinitione ouer in ordine. perche conciosia che dal, f, in, g, & k,
 vengono fatti, a, & l, sera dal, a, al, l, si come dal, g, al, k, & perche (come e manifeste
 ho dalli detti presupposti) g, & k, sono incommensurabili in longhezza & in po-
 tentia, seguita etiam che, a, & l, siano incommensurabili in longhezza & in poten-
 tia & per la medesima ragione etiam, a, & q, perche dal, a, al, q, e si come dal, g, al
 p, & per la medesima caua etiam, a, & x, conciosia che siano ti come, g, & u, &
 per questa via anchora e necessario che, l, & q, siano similmente incommensura-
 bili ti in potentia quanto in longhezza, perche conciosia che dal, f, in, k, & p, sia-
 no fatti, l, & q, sera del, l, al, q, come del, k, al, p, ma, k, e, p, non sono commensura-
 bili in longhezza ne in potentia, perche essendo commensurabili, h, & n, seriano
 commensurabili & non sono, anchora, l, & x, e necessario esser incommensurabi-
 li in l'uno e l'altro modo perche dal, l, al, x, e si come dal, k, al, u, imperoche dal, f,
 in, k, & u, lo fatto, l, & x, & k, & u, sono incommensurabile in l'uno e l'altro mo-
 do, perche pouendo che fussero per l'aduersario seguiria, r, & h, esser commensu-
 rabili che e inconueniente.

Ma che q, & x, siano anchora incommensurabili in potetia & in longhezza da
 questo e manifesto che dal, q, al, x, e si come dal, p, al, u, e manifesto che, p, & u,
 sono incommensurabili, perche se non sono, n, & t, seranno commensurabili
 pero etiam, m, & s, & non lo so, adonque e manifesto dalla linea a, rationale sola-
 mente in potentia esser produte infinite linee irrationale, incommensurabile in
 longhezza & in potentia pero etiam differ ente in diffinitione e in specie, ma
 al presente ne reita a dimostrare che tutte le linee irrationale che siano genera-
 te per questa via da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diuerse si
 in longhezza come in potetia da tutte quelle lequale sian generate per questa
 via medesima da qualunque altra linea rationale solamente in potentia, el qua-



drato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano. a. & b. rationali solamente in potentia communicanti, ouero siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in la proportion de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa yla dalla a. siano c. d. e. & quelle che procedeno dalla b. siano f. g. h. dico che niuna delle linee c. d. e. communica in longhezza ouer in potentia con alcuna delle linee f. g. h. perche conciosia che, c. & f. sian li lati tetragonici de a. & b. & d. & g. sian li lati tetragonici de c. & f. & e. & h. sian li lati tetragonici de d. & g. non e possibile che alcuna de queste c. d. e. communichi con la sua comparata delle f. g. h. ouer in longhezza, ouer in potentia, perche posto che, e. communichi o in l'uno o l'altro modo con, h. seguita che d. communichi con, g. & c. con, f. per la qual cosa & etiam a. con, b. in longhezza che contra al presupposito, & e vniueralmente vero dire qual se voglia de queste esser incommensurabile in l'uno e l'altro modo a qual si voglia de queste, impercho dato che d. communichi co h. etiam in potentia solamente, seguita che anchor, c. communichi con, g. & a. con, f. la qual cosa non e possibile, ma bisogna aduertire che quando dico el lato del lato non intendo altro che el lato d'una superficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea a. chiamo quella linea che po in la superficie detta ouer denominata dalla linea a. & tal superficie e quella laquale e contenuta dalla linea a. & da vna linea rationale in longhezza detta ouero denominata da uno, adonche sel te pare de trouare el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea a. della quale uoglio trouare el lato tetragonico & sia b vna linea rationale in longhezza denominata dalla vniua (& quella e la minima de tutte le linee rationale numerate da intregli) & la c. sia nel medio luoco proportionale fra quelle adonche, c. (per la settadecima del libro) e el lato tetragonico de a. perche dal a. in b. & dal c. in f. vien fatto vna medesima superficie. & la superficie fatta dal a. in b. e detta dal a. perche cadauna quantita laquale sia prodotta da qual si voglia quantita detta i uno e denominata da quella che moltiplica vno, & nota che quando, c. ferra el lato tetragonico della linea a. indifferente la linea c. accade esser maggiore & minore della linea a. si come ferra etiam b, maggiore ouer minore.

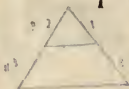
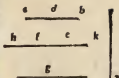
Il Traduttore.

Questa sopra scritta propositione in la prima tradottione e la vltima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguirano per fin in vltimo de questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamente in la seconda tradottione, anchora bisogna notare che lo ispositor sopra la seconda parte co parole assai oscuramente il prime il suo concetto ma in sostantia non vol inferire altro saluo che sel ferra vna linea rationale solamente in potentia (che da pratici se chiamano radice forde) poniamo a. laqual sia radice quadra di duodeci piedi di superficiali & di questa a. essendo trouato el lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea a. & di un'altra linea longa vn piede) laqual superficie vera e esser pur la radice di duodeci cioe torni vn'altra volta la radice quala sia b. elqual b. (parlando praticamente) ferra la radice della radice di duodeci aqual vera e esser una linea mediale incommensurabile alla a. in longhezza & in potentia, & diuersa da quella in diffinitione, hor tolendo vn'altra volta la radice dice di b. (per il detto modo) qual sia c. elqual ferra detto duodeci & questo c. ferra differente in diffinitione dal a. & dal b. & cosi, procedendo cioe tolendo la 4. del c. quala sia d. & cosi se potra procedere in infinito il medesimo legitima tolendo la a. vna delle 3. linee irrationale e procedere come di sopra e detto.

Theorema. lxxxix. propositione. cxiii.

Posta una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella

di quella sera un residuo, li nomi del quale saranno commensurabili
alli nomi di quel binomio & in una medesima proportionē, & oltre
di questo quello che uien prodotto dal detto residuo ha uera un me
demo ordine, a quello che uien prodotto dal detto binomio.



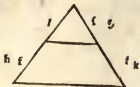
Si la la linea, a, rationale & la .b. e, sia vno binomio, el nome maggiore
dell quale sia .d.e. & o restan zo che se contiene sotto delle due linee, b.e. & f
sia quale al quadrato della .a. hor dico che la detta, e, f, e vno residuo li nomi
del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alli detti .c.d. & .d.b. &
in vna medesima proportionē, & oltre di questo la .e. f, ha vna medesima pro
portionē alla detta .b.c. per dimostrar questo sia un'altra volta quello che e con
tenuto sotto della .b.d. & della .g. eguale al quadrato della .a, adonque quello che
contenuto sotto delle .b.c. & .e. f, e eguale a quello che contenuto sotto delle .b.d.
& .g, adonque (per la seconda parte della sedicesima del sexto) si come e la .e, b,
alla .b, d, cosi e la .g, alla .e, f, & la .c, b, e maggior della .b, d, adonque (per la deci
ma quarta del quinto) & la .g, e maggior della .e, f, sia la .e, h, eguale alla .g, adon
que (per la sena & vndecima del quinto) si come e la .e, b, alla .b, d, cosi e la .h,
e, alla .e, f, adonque per la decima settima del quinto) e manifesto che si come la
c, d, alla .d, b, cosi e la .h, f, alla .e, f, & si come la .h, f, alla .e, e, cosi sia fatta la .f, k, alla
K, e, adonque tutta la .h, K, (per la terzadecima del quinto) a tutta la .K, f, e si co
me la .f, K, alla .K, e, perche si come uno de antecedenti a vno di consequenti, cosi
e tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la vndecima del quinto) si co
me la .f, K, alla .K, e, cosi e la .c, d, alla .d, b, adonque per la detta vndecima del quin
to) & si come la .h, k, alla .k, f, cosi e la .c, d, alla .d, b, & lo quadrato della .c, d, e com
mensurabile a quello della .b, d, adonque (per la decima quarta de questo) & lo
quadrato della .h, K, e commensurabile a quello della .f, k, & (p la decima ottaua
del sexto) si come e lo quadrato della .h, K, a quello della .K, f, cosi e la .h, K, alla,
K, e, perche quelle tre linee, h, k, f, &, K, e, sono continuamente proportionale,
adonque (per la decima quarta de questo) la .h, K, e commensurabile in longhez
za alla .K, e, per la qual cosa (per la duodecima di questo) & la .h, e, e commensu
rabile alla .e, K, in longhezza, & perche (dal preliupposito) lo quadrato de .a, e
quale a quello che contenuto sotto delle due linee .c, h, b, d, & lo quadrato de .a, e
rationale & e posta sopra a quella .b, d, rationale, adonque etiam la .e, h, e rationa
le & commensurabile in longhezza alla detta .b, d, per la qual cosa la .e, K, (i quel
la commensurabile) e rationale e commensurabile alla medesima, b, d, in lon
ghezza, adonque perche si come e la .c, d, alla .d, b, cosi e la .f, k, alla, K, e, & le dette
c, d, d, b, sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette, f,
K, K, e, (per la decima quarta de questo) sono commensurabili solamente in po
tentia, etiam la .K, e, e rationale & commensurabile in longhezza alla .b, d, adon
que la .k, f, e rationale & alla .c, d, commensurabile in longhezza, adonque le due, f, k,
K, e, sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima qua
ta di questo) adonque la .f, e, e vno residuo & e certo che la .c, d, e piu potente del
a, d, b, ouer inel quadrato d'una linea a se commensurabile ouero a se incommen
surabile, certamente se la .c, d, po piu della .d, b, inel quadrato d'una linea a se co
mensurabile etiam la .f, K, (per la sedicesima de questo) po piu della .K, e, ine
quadrato d'una linea a se commensurabile, & se la .e, d, e commensurabile al
vna posta rationale in longhezza etiam la .f, k, & se la sera la .d, b, etiam la .K, e, & se
ne l'una ne l'altra delle dette .c, d, & .d, b, etiam ne l'una ne l'altra delle dette, f, k,
K, e, ma se la .c, d, po piu de effa, b, d, inel quadrato d'una linea a se incommen
surabile, etiam la .f, k, po piu de effa, k, e, inel quadrato d'una linea a se inco
mensurabile & se la .c, d, e commensurabile in longhezza a vna proposta rationale &
similmente la .f, k, & se la .b, d, & la .K, e, & se ne l'una ne l'altra delle, c, d, d, b, etia
ne l'una ne l'altra delle, f, k, k, e, per la qual cosa la detta, f, e, residuo della quale
li nomi, f, k, k, e, sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe



a effi.e.d.d.b.& in la medesima proportionē, & ha el medesimo ordine a esso.b
che era da dimostrare.

Il Traduttore,

Per trouar la linea.f.K. che sia in proportionē al.e.k. come e la.h.f. al.f.e.cauz.
ralta.f.e.dalla.h.f.(perche la.h.f.e maggiore della.f.e.perche etiam la.o.d.
e maggiore della.d.b.per el presupposito) & toral la differētia de detti.h.f.&.f.
e. qual poniamo sia.l.poi si come la.l. alla. h.f. trouerai la quarta in quella pro-
portionē al.f.e. qual pongo sia.f.K. dal qual ue cauaremo la.f.e. restara. e. K. per
l'uo consequente come vedi in figura.

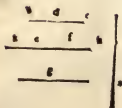


Anchora bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte
della propoitione cioe che il prodotto del residuo in se hauere uno medesimo
ordine al prodotto del binomio in la qualcosa facilmente dimostrati in que-
sto n.o. 10. ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & lo secon-
do lato di l'uo(per la quinquagesima nona) sera binomio primo & di l'altro (p-
la nonagesima settima) sera residuo primo, & perche li nomi del binomio & del
residuo nauerano vno medesimo ordine fra loro perche(per la prima del ses-
sto) e loro superficie haueranno il medesimo ordine che e il propoito.

Theorema.xc. Propositione.cxxiii.

Metteno una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza
forma uno binomio, li nomi del quale sono commensurabili a li no-
mi di esso residuo & in una medesima proportionē & oltre di questo
quello che e generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a
quello che generato dal residuo.

Si la rationale, a. & lo residuo sia la.b.d. & al quadrato della. a. sia eguale a
quello che se contiene sotto delle.b.d.&.k.h.(acciocche quella superficie ra-
tionale fatta dalla.a.posta sopra a essa.b.d.(residuo) a larghezza di quella fac-
cia la detta.k.h. dico che la.k.h. e vno binomio li nomi del quale sono commen-
surabili alli nomi del detto.b.d.& in una medesima proportionē, & che la mede-
sima.k.h.hauera uno medesimo ordine alla.b.d. sia la. d.c. la linea conueniente
alla.b.d.(per la settuagesima nona di questo) adunque le due linee.b.c. &.d. (p-
la settuagesima terza di questo) sono rationali commensurabili solamente in po-
tentia & a quella superficie fatta dal.a.in se sia eguale a quella che contenuta sot-
to delle due linee.b.c.&.g.& posta sopra alla.b.c.rationale a donque(per la vi-
gesima de questo) sia.g.e rationale & commensurabile in longhezza alla detta.b.
ciado ique perche quello che contenuto sotto delle due linee.b.c.&.g.& e eguale
a quello che contenuto sotto delle due.b.d.&.k.h.(per la sesta decima del sesto)
sono proportionate cioe si come la.b.c. alla.b.d. cosi e la.k.h. alla.g.& la.b.c. e mag-
giore della.b.d. adunque etiam la.k.h. e maggiore della.g. sia tosta ouero taglia-
ta la.k.e. eguale alla.g. adonque la.k.e. e commensurabile alla.b.c. in longhezza
& perche si come e la.c.b. alla.b.d. cosi e la.h.k. alla.a. & e commensurando adonque
(per lo correlario della decima nona del quinto) si come e la.b.c. alla.c.d. cosi e
la.k.h. alla.h.e. hor si come la.k.h. alla.h.e. & o si fatta la.h.f. alla.f.e. adonque &
la rimanente.k.f. alla.h.i. e si come la.k.h. alla.h.e. & questo e si come la.b.c. alla.
c.d. & le dette.c.d. &.e. sono commensurabili solamente in potentia, adonque
(per la decima quarta de questo) e dette due.k.f. &.f. h. sono commensurabile
solamente in potentia, & perche si come la.k.h. alla.h.e. cosi e la.k.f. alla.h.f. ma si
come la.k.h. alla.h.e. cosi e la.h.f. alla.f.e. & adonque(per la vndecima del quinto)
etiam si come la.k.f. alla.f.h. cosi e la.h.f. alla.f.e. per la qualcosa(per el correlario
della decima nona del sesto) si come la prima alla terza & cosi e el quadrato della
prima



prima al quadrato della seconda adunque (per la undecima del quinto) & si come la K , falla f , h , & la h , falla f , e così e el quadrato della K , f , al quadrato della f , h , & lo quadrato della K , f , e commensurabile al quadrato della f , h , perche le dette K , f , & f , h , sono commensurabile in potentia, adunque (per la decima quarta de questo) la K , f , e commensurabile alla f , e in lunghezza, per la quale cosa etiam la e , k , (per la duodecima di questo) e commensurabile in lunghezza alla f , e & (per la decima di questo) la K , f , e rationale & commensurabile in lunghezza alla b , c , & perche si come la b , c , alla e , d , così e la K , f , alla f , h , anchora precium tamente (per la settima decima del quinto) si come e la b , c , alla k , f , così e la d , e , alla f , h , & la b , c , e commensurabile alla k , f , adunque etiam la f , h , e commensurabile alla e , d , & esse b , c , e , d , sono rationale commensurabile solamente in potentia, adunque etiam esse k , f , & f , h , sono rationale commensurabile solamente in potentia, adunque la k , h , e vno binomio, adunque (per la settadecima di questo) e la b , c , e piu potente della b , d , nel quadrato duna linea a se commensurabile etiam la k , f , sera piu potente della f , h , nel quadrato duna linea a se commensurabile & se la b , c , e commensurabile in lunghezza a vna posta rationale & la f , h , anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due, b , c , & e , d , etiam ne l'una ne l'altra delle due k , f , & f , h , ma se la b , c , e piu potente della e , d , nel quadrato duna linea a se incommensurabile, similmente la k , f , sera piu potente della f , h , nel quadrato duna linea a se incommensurabile, & se la b , c , e commensurabile in lunghezza a vna posta rationale, similmente etiam la k , f , & se la e , d , etia la f , h , & se ne l'una ne l'altra delle due, b , c , e , d , similmente ne l'una ne l'altra delle due k , f , h , adunque la f , h , e vno binomio del quale li nomi k , f , f , h , sono commensurabili alle due, b , c , e , d , nomi del detto residuo & in una medesima proportion & oltra di questo la k , h , alla b , c , hauera vn medemo ordine che era da mostrar.

Il Traduttore.

Doue che di sopra dice (per la undecima del quinto) & si come la k , f , alla f , h , & la f , h , alla f , e , così e il quadrato della k , f , al quadrato della f , h , vol inferire che quelle due proportioni che giaceno fra quelle tre linee continue proportionale, in somma sono quanto che quella sola proportion che e del quadrato della k , f , al quadrato della f , h , (per la undecima del quinto) Anchora doue che di sopra conchiude che (per la decima di questo) la k , f , e rationale & commensurabile alla b , c , in lunghezza tal conclusion e se veruica in questo modo, perche di sopra fu dimostrato che la k , f , era rationale (per esser eguale alla g ,) & commensurabile alla b , c , in lunghezza & la k , f , vien a esser commensurabile alla medesima k , e , (per la duodecima di questo) adunque (per la decima di questo) le due linee b , c , & k , f , vengono a esser commensurabili & perche la b , c , e rationale (largo modo) etiam la k , f , sera rationale (pur largo modo) cioe in lunghezza, ouer solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a voler trouare la h , f , alla f , e , si come la h , k , alla h , e, bisogna (per la terza decima del sesto) far della h , e , due tal parti proportionali come e anchora la h , k , alla h , e , laqual se pone che la sia le e , f , & f , h , & la f , h , alla f , e , sera si come la h , k , alla h , e , poite in longo luna dietro all'altro.

Anchora bisogna notare che pare che la disposizione non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si conuenga a quella seconda parte della propositione (come fu detto anchora nella precedente) cioe doue che l' dice che quello che vien generato, ouero prodotto dal binomio, ordine vno medesimo ordine a quello che vien generato, ouer prodotto dal residuo laqual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'uno di tal prodotti e denominato secondo la denominazione e ordine del binomio primo, & l'altra secondo la denominazione & ordine del residuo primo, liquali ordini sono simili ideo, &c.

Theorema.xci. Propositione cxv.

^b
¹¹⁴ Se una area sera compresa sotto a uno residuo & a uno binomio, de l quale li nomi siano commensurabili alla nomi del detto residuo & in una medesima proportion, la linea potente in detta superficie sera rationale.



Si a compresa una area sotto al residuo, a, b, & al binomio, c, d. & siano li nomi de quel binomio, c, e, d, per la, 113, questo commensurabile alli nomi, a, b, de quel residuo & in una medesima proportion & sia la, g, la linea potente in quella superficie contenuta sotto delle, a, b, c, d, dico che la detta linea, g, e rationale perche essendo posta tora la linea, h, rationale & sia posta sopra alla linea, c, d, una superficie eguale al quadrato della, h, la qual faccia la larghezza, K, adonque la, K, l, e vno residuo per la, 113, di questo li nomi del quale siano, k, m, m, l, commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono le, c, e, &, e, d, & in una medesima proportion per laqual cosa & le medesime, K, m, l, m, (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a, f, f, b, & in una medesima proportion, adonque si come e la, a, f, alla, f, b, cosi e la, K, m, alla, m, l, l'una e l'altra adonque (per la istadecima del quinto) e si come la, a, f, alla, k, m, cosi e la, b, f, alla, l, m, adonque etiam la restante, a, b, (per la decima nona del quinto) alla restante, K, l, e si come la, a, f, alla, K, m, & la, a, f, e commensurabile alla, k, m, adonque (per la decima quarta de questo) etiam la, a, b, e commensurabile alla, K, l, & per la costruzione si come e la, a, b, alla, K, l, cosi e quello che e contenuto sotto delle, c, d, & a, b, a quello che contenuto sotto delle, c, d, & K, l, adonque etiam quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, e commensurabile a quello che contenuto sotto delle, c, d, & K, l, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, & K, l, e eguale al quadrato de, h, adonque quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, e commensurabile al quadrato de, h, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, e eguale al quadrato de la, g, adonque etiam lo quadrato de la, g, e commensurabile al quadrato de, h, & lo quadrato de, h, e rationale adonque etiam lo quadrato de, g, adonque (per la definitione de questo) la linea, g, e rationale & quella e la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c, d, & a, b, adonque se una area sera compresa sotto a vno residuo, & lo restante che seguita che era da dimostrare

Il Traduttore.

Che la superficie contenuta sotto delle due linee, a, b, & c, d, alla superficie contenuta sotto delle due, k, l, & c, d, sia si come la linea, a, b, alla linea, K, l, facilmente se verifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno vna medesima altezza la quale e la linea, c, d.

Correlario.

o Per laqual cosa a noi e fatto manifesto che eglie possibile una area irrationale esser contenuta sotto de linee rette irrationale.

Theorema.xcii. Propositione, cxvi

o Infinite linee irrationale, uengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile ouer medesima a niuna di quelle che erano per auanti.

Se la, a, una linea mediale, dico che dalla, a, uengono fatte infinite irrationale & niuna e simile ad alcuna delle prime, sia posta fora la linea, b, rationale & a quello



& a quello che e contenuto sotto delle due, a, b, (per la decima quarta del secondo) sia eguale al quadrato della c, adunque la linea, c, e irrationale & quello che contenuto sotto a una linea irrationale & a una rationale (per la lemma del la vigesima terza de questo) e irrationale & non e simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a una rationale la larghezza fara una mediale, hor sia un'altra volta quello che contenuto sotto delle due, b, c, eguale al quadrato della, d, adunque el quadrato della, d, e irrationale & similmente la, d, & non e simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a vna rationale la larghezza di quella sera simile alla, c, similmente anchora seguitara questo ordine, procedendo in infinito: adunque e manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle e simile ad alcune delle prime.

Il Traduttore.

IL procedere di questa isposizione ouero propositione e simile a quello per noi posto sopra la. 112. propositione & e un procedere schietto e chiaro el qual si puo applicare a cadauna altra delle. 13. irrationale.

A dimostrare il medesimo altramente.

Si a la linea, a, c, mediale. Dico che dalla a, a, c, vengono fatte infinite linee irrationale & niuna e simile ad alcuna delle prime, sia estratta la linea, a, b, a' angoli retti (per la vndecima del primo) sopra alla, a, c, & la, a, b, sia rationale & sia compito lo rettangolo, b, c, adunque il detto rettangolo, b, c, (per la vigesima terza di questo) e irrationale & la linea potente in quello e irrationale, anchora per la lemma auanti la (vigesima terza di questo) la potente in quello sia la, c, d, adunque la, c, d, e irrationale & non e simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rationale fara per larghezza una linea mediale vnaltra volta sia compito lo rettangolo, e, d, adunque lo detto rettangolo, e, d, e irrationale & la linea potente in quello e irrationale & la detta potente in quello la, d, f, adunque la, d, f, e irrationale, & non e simile ad alcuna delle prime perche essendo posto el quadrato de alcuna di quelle: cioe d'una simile sopra vna rationale fara la larghezza vna simile alla, c, d, adunque da vna linea mediale vengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da dimostrare.

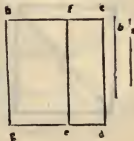
Il Traduttore.

Con questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si puol dimostrare che dal binomio vengono fatte infinite altre linee irrationale de le quale niuna di quelle sera simile ad alcuna delle antiche il medesimo le approuera de residuo & di cadauna altra delle sue compagne.

Theorema. xciii. Propositione. cxvii.

Ogni linea commensurabile alla linea minore e linea minore.

Si a, vna linea minore & a questa, a, sia commensurabile la, b, dico, che la, b, e vna linea minore & per dimostrare questo sia posta la, c, d, rationale & sopra quella (per la vigesima ottava del sexto) sia posta la superficie, e, e, eguale a quadrato della, a, che fa la larghezza, c, f, adunque la, e, e, vno residuo de sopra la, f, e, sia posta la, f, g, eguale al quadrato della, b, che faccia la larghezza, f, h, adunque perche la, a, e commensurabile alla, b, etiam lo quadrato della, a, e commensurabile al quadrato della, b, & al quadrato della, a, e eguale la superficie, e, e, & al quadrato della, b, e eguale la superficie, f, g, adunque la superficie, e, e, e com-



menfurabile alla, f.g. & fi come la, c.e. alla, f.g. così e la linea, c.f. alla, f.h. adonque la, c.f. e commensurabile alla, f.h. in lunghezza & la, c.f. (per la centesima di que sto) e residuo quinto; adonque etiam la, f.h. e residuo quarto (per la sexagesima quinta di questo) & la, f.e. e rationale & se una area sia cōpre sa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area e linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potèr in la detta area, f.g. e la linea, b.a. dō que la, b.e. linea minore che era da dimostrare.

Il Traduttore,

A Volere mettere sopra la linea, c.d. la superficie, c.e. eguale al quadrato della, a. a. ta p roblema non se puol esquire (per la vigesima ottau a del sesto) co me dice lo cōpositore an alle due linee, c.d. & a. bisogna (per la decima del se sto) trouarui una terza in continua proportionalita quala sia la, c.f. onde la su perficie, c.e. sera eguale al detto quadrato della, a.

Theorema, xciii. Propositione, cxviii.

Ogni linea commensurabile con la linea giōta con rationale com ponente el tutto mediale: e linea giōta con rationale compon te el tutto mediale.



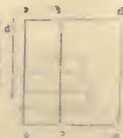
Sia, a. la linea, giōta con rationale cōnponente el tutto mediale & la, b. sia commensurabile a quella, dico che la, b.e. una linea giōta con rationale cōn ponente el tutto mediale, sia cōpōta la linea, c.d. rationale & sopra la der a. c. d. sia messa la superficie, c.e. eguale al quadrato della, a. che faccia la larghezza, a.e. f. adonque la, c.f. (per la noi di questo): residuo quinto, & sopra la, f.e. sia messa la f.g. eguale al quadrato della, b. (per la vigesimo ottau a del sesto) che faccia la lar ghezza, f.h. adonque perche la, a.e. commensurabile alla, b. adonque lo quadra to de, a.e. cōmmensurabile al quadrato de, b. & al quadrato de, a. la superficie, c. e. e eguale & al quadrato della, b. & eguale la, f.g. adonque la superficie, c.e. e cōm mensurabile alla superficie, f.g. perche la linea, c.f. e cōmmensurabile in longez za alla, f.h. & la, c.f. e residuo quinto, adonque & la, f.h. e residuo quinto & la, f.e. e rationale & se una area sia cōmpresa sotto a vna linea rationale & a vno resi duo quinto la linea potente in quella area e la linea giōta con rationale cōm ponente el tutto mediale (per la nonagesima quinta di questo) & la linea, b.e. la potente in la detta superficie, f.g. adonque, b.e. la linea giōta con rationale com ponente el tutto mediale che era da dimostrare.

Il Traduttore,

M Edessimamente quello che in questa lo cōpositore vole che se essequisse per la vigesima ottau a del sesto bilogna seruirsè della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta vigesima ottau a propositione nō e a proposito.

Theorema, xciv. Propositione, cxix.

Essendo a noi el proposito dimostrare che in le figure quadrate el diametro e incommensurabile in lunghezza al lato.



Sia el quadrato, a.b.c.d. & lo diametro di quella sia, a.e. dico che lo diametro a.e. e incommensurabile in lunghezza al lato, a.b. perche se eglie possibile (p raderfarlo che sia commensurabile, dico che aduenira che el numero parō, & lodisparō

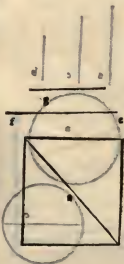
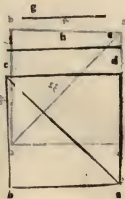
lo disparo seranno un medesimo, certamente egli è manifesto (per la penultima del primo) che el quadrato del. a. c. e doppio al quadrato del. a. b. & perche la. c. a. e commensurabile alla. a. b. adunque la. a. c. alla. a. b. ha proportion come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quella che ha lo numero. e. f. al numero. g. & fianc. a. f. & g. li minimi numeri che habbino la medesima proportion de quelli adunque. e. f. non e la vnita perche se. e. f. e la vnita & ha la proportion al. g. che ha la. a. c. alla. a. b. & la. a. c. e maggiore della. a. b. adunque la vnita. e. f. e maggiore del numero. g. che e impossibile, adunque e. f. non e la vnita, adunque e numero, & perche e si come la. a. c. alla. a. b. cosi e e. f. al. g. adunque (per la vndecima del quinto) si come lo quadrato del. c. a. al quadrato del. a. b. cosi e el quadrato del. e. f. al quadrato de. g. & lo quadrato de. a. c. e doppio al quadrato de. a. b. adunque etiam lo quadrato de. e. f. e doppio al quadrato de. g. adunque al quadrato de. e. f. e numero paro per la qual cosa etiam e. f. e paro perche se fusse disparo el suo quadrato seria disparo (per la vigesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la moltitudine sia disparo, etiam el tutto sera disparo, adunque. e. f. e paro sia segato (p. a. decima del primo) e. f. in due parti equali in ponto. h. & perche li suoi numeri. e. f. sono li minimi de quelli che habbino la medesima proportion (per la vigesima terza del settimo) sono fra loro primi, & lo. e. f. e paro, adunque. g. e disparo, perche se fusse paro lo numero binario misurarla tutti duoi. e. f. & g. & perche el numero paro ha le parti medesime primi fra loro la qual cosa e impossibile, adunque. g. non e numero paro & perche. e. f. e doppio de. e. h. adunque el quadrato de. e. f. e quadruplo al quadrato de. e. h. & lo quadrato de. e. f. e doppio al quadrato de. g. adunque el quadrato de. g. e doppio al quadrato de. e. h. e adunque el quadrato de. g. e paro, adunque per le cose dette el. g. e paro & disparo la qual cosa e impossibile e per tanto lo diametro. c. a. non e commensurabile in lunghezza al. a. b. adunque egli e come usurabile.

A dimostrare il medesimo altramente

Altramente e da esser dimostrato che el diametro del qua. d. e incommensurabile al lato, per el diametro sia. a. & per el lato sia. b. dico che. a. e incommensurabile in lunghezza al. b. perche se possibile e (per l'aduersario) sia commensurabile & sia fatto vn'altra volta si come. a. al. b. cosi sia el numero. e. f. al numero. g. & fian li detti numeri. e. f. g. li minimi di quelli che hanno la medesima proportion, adunque li detti numeri. e. f. g. sono primi fra loro, primamente dico che. g. non e la vnita perche se fusse possibile, sia la vnita & perche si come. a. al. b. cosi e. e. f. al. g. adunque (per la vndecima del quinto) etiam si come el quadrato del. a. al quadrato de. b. cosi e el quadrato de. e. f. al quadrato de. g. & lo quadrato de. a. e doppio al quadrato de. b. adunque & lo quadrato de. e. f. e doppio al quadrato de. g. & g. e la vnita adunque el numero binario e numero quadrato la qual cosa e impossibile e per tanto. g. non e la vnita adunque e numero & perche e si come el quadrato de. a. al quadrato de. b. cosi e el quadrato de. e. f. al quadrato de. g. vn'altra volta si come el quadrato de. b. al quadrato de. a. cosi e el quadrato de. g. al quadrato de. e. f. & lo quadrato de. b. misura el quadrato de. a. & lo quadrato de. g. misura el quadrato de. e. f. & per esser sup. oloso l'aduersario che el lato del quadrato de. b. cioe. b. sia commensurabile al lato del quadrato de. a. cioe. al. a. pla qual cosa etiam lo lato del medesimo. g. misura lo lato de. e. f. etiam. g. misura se medesimo, adunque. g. misura ambidui. e. f. g. li quali son pri fra loro la qual cosa e impossibile e per tanto. a. non e commensurabile al. b. adunque e incommensurabile, che bisogna uia dimostrare.

Il Traduttore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona la qual non e la prima in la prima tradotto ne.



Le infra-scritte sono alcune postille oter li pianationi sopra la precedente,



Si a el quadrato, a, b, c, d, & lo diametro di quello sia a, e, & te manifesto che lo triangolo, c, d, a, e isoscelo cioè che quello ha lo lato, d, a, & eguale al lato, d, c, & similmente lo triangolo, a, b, c, e isoscelo, sia adunque el lato d, a, de quattro vñtra, ouer de quattro piedi, & sia etiam c, d, quattro, per la qual cosa è manifesto che el quadrato de, d, a, e, l, 6, vñtra ouer, 16, piedi & così etiam el quadrato de, c, d, e sedeci vñtra ouer piedi ma perche el quadrato de, a, e, è eguale a quell duol quadrati de, d, a, & c, d, il come è stato dimostrar in la penultima del primo & emanifesto che el quadrato de, a, e, & doppio al quadrato de, d, a, & lo quadrato de, d, a, e sedeci vñtra adonq el quadrato del diametro sera trenta duoi cioè sera el doppio, ma perche le liuee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantita li misura li quadrati delle quale hanno la proportioni come numero quadrato a numero quadrato, ma facendo, 32, alcuna quantita non lo misura per liato ne etiam li quadrati di quelle hanno proportioni come numero quadrato a numero quadrato, perche nūn numero quadrato è doppio d'uno alio, adonq,ue lo diametro è inco amensurabile in longhezza allato i perche quello che fa trenta duoi el lato de vñtra & de minuti, xxx, lequale cinque vñtra e mita, trentatre noue e quattro non hantio alcuna communa misura per la qual cosa trenta duoi a sedeci h come detto h, ha proportioni, come de numero quadrato a numero quadrato,

Il Tridottore

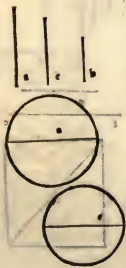
La soprascritta dimostrazione è assai confusa & massime doue che el lato del quadrato di trenta doi & cinque vinita, 39. minuti, tequale cinque vinita & uenta noue minuti & quattro vinita non hanno alcuna comunanza, iustira che laqual parte mi pare fora de propoſito in due cole la prima che io fo doue lui trouou che el lato del quadrato di trenta doi & Ba cinque vinita, & uenta noue minuti & ſe pur fuſſi coſi (laqual coſa non e) el detto lato de cinque vinita & trenta noue minuti ſeria commenſurabile alle quattro vinita & de la ſomma de lor coſa ſe ſeria nouo minuto laqualcoſa & fora del propoſito, idco &c.

Al presente delle trouste rette linee, a. b. incommensurable in lunghezza, piu altre sorte quantita ouero grandezze per le due diuisione vengono trouate, alio delle supericie incommensurable fra loro, perche se trouaremo la. c. media proportionale fra le due rette linee. a. b. adonque si, come e la. a. alla. b. cosi e qualunque specie de supericie descrita sopra la. a. a vnaira simile descrita sopra la. c. o hano quadrati, ouer altre figure rette linee simile, ouero etiam cerchi attorno alli diametri. a. & c. x. perche certamente li cerchi fra loro sono si come li quadrati dellil loro diametri; adonque sono trouate supericie piane fra loro incommensurable.

I | Traduttore.

Anchora in questa altra sopra scritta dispositione tal commentatore preterissi alquanto l'ordine dell'autore malime in quella parte dove dice che le cerchi fra loro sono si come li quadrati dellor diametri, inqual cosa per le cose dette si dimostra per fin a questo luogo non habbiano notitia alcuna di tal cosa, vero che nel adunire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non e licito a parlar in questo in oco di quelle cose che non sene ha hauuto notitia ne a vir di quello che propone il testo.

E Per tanto per le demonstrate differenti di due divisioni delle superficie Incommensurabili, dimostreremo quelle speculationi che sono per li solidi: guaiamente li solidi sono tra loro commensurabili & incommensurabili, perchè
si sopra



si sopra quelli qua drati de .a. & .b. costitueremo solidi de superficie equidistanti de equal altezze ouero pyramide, ouer prismi, seranno li detti corpi costituiti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili & se dalli duoi proposti cerchi descriveremo con ouero cylindri de equal altezze, seranto fra loro si come le base, cioe u come li cerchi .a. b. & se essi cerchi sono commensurabili, similmente & essi con e cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchi seranno incommensurabili, anchora li con e cylindri seranno incommensurabili, & a noi e fatto manifesto che non solamente in le linee, & in li superficie sono commensurabili & incommensurabili, ma questo se ritroua anchora in le figure & solidi.

Il Traduttore.

Similmente le soprascripte cose sono fora de ordine, cioe a voler parlar de corpi, con cylindri, auanti la diffinitione de quelli lequal figure se diffiniscono nel seguente libro.

Fine del libro decimo de Euclide.

INCOMINTIA

LO VNDECIMO LIBRO D'EVCLIDE

DI CORPI IN GENERE DA NICOLÒ TAR

talea Brisiano reintegrato secondo le due tradottioni,
& per commun utilita dal latin in volgare trar
dotto con disposizioni chiare sopra a
tutte le diffinitioni & altri
passi oscuri.

Diffinitione prima.

1 El corpo e quello, che ha lunghezza, larghezza, & altezza, li termini diil quale sono superficie.

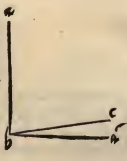
Il Traduttore.

Questa prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la pongo.

Diffinitione .ii.

2 La linea eretta sopra una superficie e quella che fa li angoli retti, cō cada una delle linee a se conterminale che se ispanzano in quella superficie, & questa linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.

Si a intesa in la linea .a. b. eleuatie sopra el piano talmente che'l pontora, sia immaginato in aere & bjo piano & dal ponto .b. sian date piu linee nel



medesimo piano, come la. b. c. & b. d. & quante altre si voglia, a dunque se sera così che la linea. a. b. con la linea. b. c. & con la linea. b. d. & con qualunque altra linea protratta dal punto. b. in quel piano contenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quelle superficie in la quale sono protratte quelle linee cioè. b. c. & b. d. & altre con le quale quella è posta contenere angolo retto.

Diffinitione. iiii.

Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta che da uno medesimo punto, della linea che è comun termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale continenti angolo retto lequale siano sita in quelle superficie.

Verbi gratia sia immaginata la superficie. a. b. c. d. elicuata in aere & la superficie. c. d. e. f. giacere in piano & intendemo la linea. c. d. esser el comun termine de ambedue, per tanto in quella sia signato el punto. g. dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea. c. d. cioè qua in la superficie. c. d. e. f. laqual sia la. g. K. & l'altra in la superficie. a. b. c. d. la qual sia la. g. h. se adunque l'angolo che còtien queste due linee perpendicolari cioè. g. h. & g. K. sera retto la superficie. a. b. c. d. è detta orthogonalmente eretta sopra la superficie. c. d. e. f.

Diffinitione. iiii.

La inclinazione d'un piano a un piano e la comprehensione de l'angolo accuro sotto a quelle linee che sono dette ad angoli retti sopra al commun segmento a uno medesimo punto in l'uno e l'altro di quelli piani.

Il Traduttore.

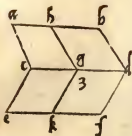
La sopra scritta diffinitione ne aduertisse (per le cose che seguita) che cosa uo gli si dire, ouer che cosa sia la inclinazione d'una superficie a vna superficie la qual inclinazione non è altro che la comprehensione dell'angolo accuro sotto a quelle due linee. k. g. & h. g. della figura della precedente, cioè se le dette due linee conteneranno angolo retto la superficie. a. b. c. d. sera eretta sopra alla superficie. c. d. e. f. come fu detto sopra alla precedente. Ma quando le dette due linee conteneranno vno angolo accuto, la superficie. a. b. c. d. se dirà esser inclinata sopra alla superficie. c. d. e. f. & la detta inclinazione non è altro (come detto di sopra) che la comprehensione del detto angolo accuto & nota che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda traduzione.

Diffinitione. v.

Vno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un altro, a un altro, quando li angoli delle predette inclinazioni seranno fra loro equali.

Il Traduttore.

Questa diffinitione ne dà a cognoscere le inclinazioni simili, ouero equali delle superficie ouer piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinazioni, perche quando li detti angoli sono equali le inclinazioni sono simili ouer



li ouer e quali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinazioni sono dissimililouero inequale &c. A uchora notarai che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradotione.

Diffinitione.vi.

- 4 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte
6 si uoglia non concorreno, etiam se quelle siano produtte in infinito.

Q Vello che è stato detto el se intende . tamen tu del sapere che tutte le planarie superficie, ouero ch elle, sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorreranno in alcuno luoco & se segaranno sopra vna retta linea, ma in le linee rette questo non è necessario, cioè ouero essere equidistanti, peratte in l'una e l'altra parte concorrere certamente quelle che non son in vna medesima superficie, non sono equidistanti fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorranno.

Diffinitione.vii.

- 5 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simili
7 li de numero eguale.

Il Traduttore.

V Erbi gratia sel fusse duoi corpi luno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambidui fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamen li detti corpi non serian simili, perche bisogna che'l numero de lle superficie che coutien l'uno sia eguale al numero delle superficie che contien l'altro (douendo esser simili) ma se ambidui fussero contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambidui sotto a otto et pero dice de numero eguale.

Diffinitione.viii.

- 5 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono simili
8 mili & de numero & quantita eguale.

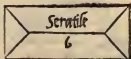
Il Traduttore.

D Voi corpi simili pono esser equali & inequali perche quantunque ambidui fussero contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simili) li triangoli di l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e pero quel corpo seria maggiore dell'altro ma quando li triangoli di l'uno fussero equali in superficie a quelli de l'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & così si debbe intendere se fussero contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre specie di superficie simili de numero & de quantita eguale.

Diffinitione.ix.

- 2 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre so
no parallelogramme & due triangole, è detto seratile.

V No tetto posto sopra a una casa la quale habbia quattro parete equidistanti che la circonda de quel tetto sia una sola linea & sia eguale & equidistante



• Il lati delle due superficie di sopra, ha la li preffa similitu line del corpo feratiler

Il Tradottore.

Q Vesto corpo che di sopra e detto feratile, in la seconda tradottione e detto prisma, vero e che qsto nome prisma e piu generale del feratile come p la dualtione appare in la detta secoda tradottione laquale dice in questa forma.

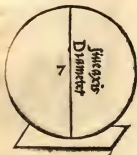
P Risma e vna figura solida compresa da superficie plane delle, quale le due che sono dai capi oppositi eguale, sono simile & equidistanti, le altre sono parallelogramme.

P Erileche seguita che non solamente il feratile se chiama prisma, ma etiam o'gni colonna laterata, onde seguita che o'gni feratile e prisma ma ogni prisma non e feratile, perche prisma e nome generale, e feratile e nome speciale.

Diffinitione. x.

¹⁰
¹² La sphaera e il transito del arco della circonferentia del mezzo cerchio circondutto per fina a tanto che ritorni al fuoco doue dette principio a circo auoluerli (stante il diametro fermo e fisso)

Il Tradottore.



C Ioe fatto vn semicerchio sopra qual si voglia linea, & fermando quell a & che quel tal mezzo cerchio le meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quel se retorni al fuoco doue si dette principio a mouerlo, quella figura ouer corpo che vien compreso, ouer descritto, sotto a tal reuolutione se chiama sphaera, & questa diffinitione ha insegnato alli artuici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che' sia il vero el si fa che se uno artifice volfare vna palla di pietra che sia perfettamente, al senso tonda lui forma prima vn mezzo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grande, ouer piccolo leconco la qualita della palla, ouer palle che desidera formare, poi va scarpellando attorno attorno secondo l'ordine del detto vacuo di mezzo cerchio cioe ghittando spresso quella forma secondo che va scarpellando & coti pian piano la reduce a pettitudine.

Diffinitione. xi.

¹¹ Assis della sphaera e la linea che sta ferma, attorno la quale vien reuoltato, el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Q Vesta diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual ne da ad intendere qualmente quella linea attorno dilla quale vien circonduto el mezzo e cerchio (nella descriptione della sphaera) se ad imanda assis della detta sphaera laq' assis vie a essere el diametro del detto mezzo cerchio circonduto

Diffinitione. xii.

¹⁴ El centro della sphaera e quello che e etia centro del mezzo cerchio

Il Tradottore.

Q Vesta diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione

Diffinitione. xiiij.

¹⁵ Dimerente della sphaera e una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte sotto alla superficie di essa sphaera

Il Traduttore,

Questa diffinitione similmente se ritrova solamente in la seconda tradottione per qual diffinitione par faccia differenza fra assis de sphaera & dimerente ouer diametro di sphaera, hauendo di sopra nella vndecima diffinitione definito la sphaera, & in questa diffiniendo lo dimerente ouer diametro perche tengo che la intentione di l'autore sia che dimerente di sphaera sia nome generale & assis de sphaera sia speciale cioe che ogni assis di sphaera e etia diametro, ouer dimerente di tal sphaera ma non e conuerso cioe che ogni diametro, ouer dimerente di sphaera non e assis di tal sphaera ma solamente assis e quello sopra del quale gira ouer si volta la detta sphaera, perche ha voluto diffinir la sphaera differentermente dal diametro ouer dimerente.

Diffinitione. xiiii.

¹¹ Piramide laterata e una figura corporea laquale le superficie che la ¹⁶socontien da una restante delle quale sono in luso erette a uno ponto opposto.

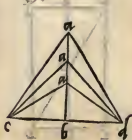
In ogni pyramide laterata tutte le superficie che circondano quella dalla base della detta pyramide sono sollevate a vnpoeto elqual e detto cono della pyramide, & tutte queste superficie laterale sono triangole: & la base fre quenta mente non e triangola.

Diffinitione. xv.

¹³ Piramide rotonda e una figura solida, & el transiro del triangolo ¹⁶rettangolo (stante fermo e fisso l'uno di suoi lati continenti l'angolo retto) & circondutto il detto triangolo per fina a tanto che quello ritorni al luoco doue comincio a esser mouesto, & sel lato fisso sera eguale al lato circondutto la figura sera rettangola: & sel sera piu longo sera accutiangola, & sel sera piu corto sera obtusiangola, & la sphaera de detta figura e il lato fisso, & la base sua uno cerchio & questa figura e detta piramide della colonna rotonda.



Sia el triangolo, a, b, c, elqual habbia vno angolo retto elqual sia, b, & sia fissa do & fermado l'uno di duoi lati continenti l'angolo retto, b, & sia lo lato che e ficado, a, b, elqual fisso sia circondutto el triangolo per fina a tanto che retorni al luoco donde comincio a mouersi, la figura corporea laqual vien descrita dal moto de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, della quale sono tre differenti, perche vna e rettangola vn'altra e accutiangola la terza obtusiangola, & la prima e quando il lato, a, b, sera eguale al lato, b, c, hor sia come la linea, b, c, quando dal rotato triangolo peruen al sito della linea, b, d, talmente che el ponto, c, cada sopra el ponto, d, & sia fatto vna sol linea cioe come quella allhora sia congiunta al sito dal quale comincio a mouersi secondo la rettiudine, & sera la linea in questo luoco come la, b, c, d, & perche (per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo) l'angolo, c, a, b, e la mita del retto e pero l'angolo, c, a, d, sera retto perche questa pyramide e detta rettangola; ma sel lato, a, b, sia piu longo del lato, b, c, sera accutiangola perche allhora (per la trigesima



seconda del primo & per la decima nona del medesimo l'angolo, c.a. b. sera minore della mita del retto e pero tutto l'angolo, c.a. d.e. minor del retto cioe accu-
 so per la quindicesima la pyramide e ad triangola, Ma el lato, a. b. sera piu corto del
 lato b.c. sera lo angolo, c.a. h. maggiore della mita d'uno retto (per la trigesima
 seconda del primo & (per la decima nona del medesimo) & tutto l'angolo, c.a. d.
 el qual e doppio al detto, c.a. b. e maggiore del retto, adunque e ottuso & la py-
 ramide euentemente al presente se dice ottusa ngola, & la linea, a. b. e detta assis
 de questa pyramide, & lo circolo che descrive la linea, c. b. sopra el centro, b. e
 detto basa de quella, anchora quella e detta pyramide della colonna rotonda,
 cioe di quella che descriueria (dal moto suo) li parallelo gramma che peruiene
 dal lato, a. b. & b. c. stante fermo & fissa il lato, a. b.

Il Traduttore.

Questaspece de pyramide rotonda, nella seconda tradottione e detta co-
 no & non pyramide, & ar definitamente da Appollonio pergeo, & da Ar-
 chimede Syraculano sono pur detti cono & non pyramide le speeie di qual co-
 ni dal detto Appollonio pergeo sono altramente diffinite & intese come nella
 opera sua appare, & similmente da Archimede.

Diffinitione. xvi.

14 La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cer-
 chi piani in le estrema e crassitudine cioe le altezze e quale sia el
 vestigio del parallelogrammo rettangolo fermato el lato che con-
 tiene l'angolo retto, & la detta superficie circonducita per fin a tanto
 che la torni al ludio suo & chiamale questa figura colonna rotonda
 Onde della colonna rotonda & della sphaera & del cerchio sia uno
 medesimo centro.



Sia lo parallelogrammo rettangolo, a. b. c. d. & sia fermato lo lato, a. b. & quel-
 lo fissa circonducato tutto lo parallelogrammo per fin a tanto che cada
 coet ritorto al loco suo adunque la figura corporea descritta dal moto di questo
 parallelogrammo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchi l'u-
 no di quale e quello che descrive la linea, a. b. nel moto suo el centro del quale e
 il ponto, b. & l'altro e quello che designa la linea, d. a. nel moto suo el centro
 del quale e il ponto, a. & la linea, a. b. (la qual rimane ferma nel moto del parallelo-
 grammo) vien detta assis di questa colonna, & quando haueremo immaginato
 lo parallelogrammo, a. b. c. d. quando quello sera peruenuto (nel suo giro) al fi-
 ro, a. b. c. esser congiunto al suo (dal qual comincio a mouerli) secondo la conti-
 nuatione d'una superficie plana cioe che tutto sia lo parallelogrammo, d. e. c. f. & che
 lo quello haueremo potratolo diametro, d. e. f. sera anchora lo diametro, d. e.
 diametro della colonna, & perche el se dice esser uno medesimo el centro della
 colonna & della sphaera & del circolo, questo debbe esser inteso conciosia che e de
 questi la linea diametrale e vna medesima, verbi gratia perche haueremo detto
 che la, d. e. e necessario hauerlo il medesimo con el centro della colonna, perche
 conciosia che la linea, d. e. e gh. la linea, a. b. in ponto g. & g. sera el centro della
 colonna & el diuisor de l'assis della colonna in due parti eguale & lo diametro
 della colonna pur in due parti equali laqual cosa e manifesta (per la. 26. del
 primo) perche li angoli che sono al g. sono equali per la quinta decima del pri-
 mo & li angoli che sono al a. & al b. sono retti (dal presupposito) anchora la linea
 a. d. e eguale alla linea, b. c. adunque, d. g. e eguale al e. g. & a. g. e eguale al g. b.
 conciosia che li angoli, a. b. c. sono retti se sopra el ponto, g. sera descritto uno
 cerchio

cerchio secondo el spatio, d. g. sopra la linea d. e. quel transira (per lo conuerso della prima parte della trigesima del terzo) per il pouti. c. & si adunque el pouti. g. e centro del cerchio el diametro del quale e el diametro della colonna e pero e diametro etiam della sphaera, per la qual cosa e manifesto che el cerchio & la sphaera de ogni colonna rotonda esser circoscrittibili a ogni parallelogramo rettangolo & cosi e manifesto quello che uol questo theorema.

Il Traduttore.

Questa figura columnale (distinta di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione) in la seconda tradottione se chiama cylindro pero bi sogna notare che tanto uol dire vno cylindro quanto vna colonna rotonda & si similmente da Archimede e pur detta cylindro vocabol greco.

Diffinitione. xvii.

15 L'assis del cilindro e quella linea che sta ferma circa laquale se uol ta lo parallelo grammo, & le bafe sono li circuli descritti dalli oppositi lati circon ducti.

Il Traduttore.

Questa diffinitione se ritrova solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. xviii.

15 Lo angolo corporeo ouer solido e quello che compreso sotto a piu de doi angoli piani collatuidi a uno medesimo pouto, liquali non siano siti in una medesima superficie.

Doi angoli piani non ponno costituiré vno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere la perlice, anchora li angoli piani con iuncti vno angolo solido conuen che quelli non siano siti in vna medesima superficie, ma in diuersi si come due linee rette costituenti vno angolo piano a quelle non conuen esser applicate secondo il sito della retitudine.

Diffinitione. xix.

16 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero le pyramide de 30 queste sono simili quando che li assis di quelle alli diametri delle sue bafe sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, sara la proportion dell'assis d'una al quelle al diametro della sua bafa, si come l'assis dell'altra al diametro della sua bafa, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser tra loro simile.

Diffinitione. xx.

17 El cubo e una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.

Il Traduttore.

El dado con elqual se gioca e fabricato de figura cubica.

o Lo otto base e una figura solida contenuta sotto di otto triangoli e 12 quali & equilateri.

Diffinitione. xxii.

o El dodeci base e una figura solida, compresa sotto di dodeci quinquangoli, equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione. xxiii.

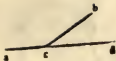
o Lo uinti base e una figura solida compresa sotto di uinti triangoli, 24 equali & equilateri.

Il Traduttore,

Queste quattro ultime diffinitioni se ritrovano solamente nella seconda traditioni & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quarto acclamo & quindodecimo libro molte volte si esprimono (per breuiare scrittura) secondo il sermone greco cioe al vintibase se gli dice ycosedrum al dodeci base dodecedron, ouer dodecahedrum al otto base, octahedron ouer octocedron al cubo, exedrum ouer, exaedron alla, pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetraedrum ouer tetraedron ouer tetraedron & però bisogna in ciò aduertire.

Theorema prima Propositione prima.

$\frac{1}{1}$ D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto



La linea retta, a, b. dico che non e possibile che parte di quella sia in piano & parte eleuata in suso, perche se fosse possibile sia la parte, a, c. di quella sia in piano, & parte di quella laqual e, c, b. posta in alto & sia protratta la, c, d. direttamente nel piano nel quale essa e sita per fina al, d. & faza, che a una & a quella medesima linea laqual e la linea, a, c. sian aggiunte, due linee al uno diuerse (lequali sono le linee, c, b. & c, d.) la vna medesima parte direttamente: laqual cosa e impossibile (per la terzadecima del primo.)

Theorema. ii. Propositione. ii.

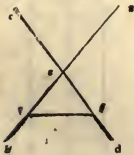
$\frac{2}{2}$ Ogni due linee delle quale l'una sega l'altra sono site in una superficie, & ogni triangolo tutto sta in una superficie.

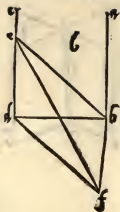
Siano le due linee rette, a, b. & c, d. segandole fra loro in ponto, e. dico quelle esser in vna superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in vna superficie, & per dimostrar questo sia segnato il ponto, f. in la linea, c, d. & lo ponto, g. in la linea, a, b. & sia data la linea, f, g. La causa adonque cioe perche el sia impossibile che del triangolo, e, f, g. esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche anchora l'una ouer piu delle sue linee terminale: similmente parte ne seria in piano & parte similmente in altro: & concolosi che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) anchora sera impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo, e, f, g. e in vna superficie, & per tanto da questa seconda parte, & dalla premessa e manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theorema. iii. Propositione. iii.

$\frac{3}{3}$ La communa sectione d'ogni due superficie plane fra lor seghante e una linea retta.

Siano adonque le due superficie plane, a, b. & c, d. lequale se seghino fra loro, Dico che la communa sectione de esse sera vna linea retta, hor, sia li duoi punti, e, & f, li termini della commune sectione de quelle liquali sian continuati per una linea laqual sia, e, f, & adonque la linea, e, f. e in l'una & l'altra delle due superficie





Siano le due linee .a.b.&.c.d. perpendicolari a vna superficie, Dico quelle esse equidistanti, perche essendo protratta la linea .b.d. (per la d^{ist}initione) li duoi angoli .a.b.d. & .c.d.b. seranno retti adonque se le due linee .a.b. & .c.d. sono in vna superficie quelle sono equidistanti (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) & cosi se appende quelle esser in vna superficie dal ponto .b sopra la linea .b.d. inel piano al quale stanno perpendicolarmente .a.b. & .c.d. protraher orthogonalmente la linea .b.f. & dalla linea .d.c. toral .d.e. equale alla b.f. & protraher le linee .e.b. & .e.f. & .d.f. adonque li duoi lati .d.e. & .d.b. del triangolo .e.d.b. seranno equali alli duoi lati .f.b. & .d.b. del triangolo .f.d.b. & l'angolo .e.d.b. equale all'angolo .f.d.b. (concloua che l'uno e l'altro sia retto) adonque per la quarta del primo la linea .b.e. equale alla linea .d.f. anchora conciosia che li duoi lati .e.b. & .b.f. del triangolo .e.b.f. siano equali alli duoi lati .f.d. & .d.e. del triangolo .f.d.e. & la basa .e.f. communale (per la ottaua del primo) l'angolo .e.b.f. sera equale all'angolo .f.d.e. & conciosia che l'uno e l'altro sia retto, perche adonque l'angolo .f.d.e. e retto (per la d^{ist}initione) etiam l'angolo .e.b.f. sera retto, a d^{ist}o che la linea .f.b. sera perpendicolarmente e retta sopra el comune termine delle tre linee .b.a.b.d. b.e. contingente fra loro angularmente in ponto .b. per la qual cosa (per la precedente) quelle sono in vna superficie, adonque concloua che per la prima parte della seconda di questo la linea .c.d. sia in la medesima superficie co' luna e l'altra delle linee .a.b. & .b.d. segulta le due linee .a.b. & .c.d. esser in vna superficie adonque e manifesto el proposito.

Theorema.vii. Propositione.vii.



Se da duoi ponti signati in due linee equidistanti sia ditta una linea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente esser costituita anchora lei in la medesima superficie in la quale sono costituite quelle due linee.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistanti delle quale e manifesto (per la d^{ist}initione) che esse sono in vna superficie, sia signato in quelle li duoi ponti .e. & .f. & sia prodotta la linea retta .e.f. Dico adonque la linea .e.f. esser posta ouero sita in la superficie delle due linee .a.b. & .c.d. & essendo altramente (per l'aduersario) sia .e.f. in vna altra superficie che dependi di sopra la qual superficie se la sera protratta necessariamente segara la superficie in la quale sono site le due linee .a.b. & .c.d. & (per la terza di q^uo) la comune sectione di quelle sera vna linea retta terminata alli medesimi ponti, laqual cosa e impossibile perche essendo cosi due linee rette concluderiano superficie.

Theorema.viii. Propositione.viii.

Se seranno due linee rette, equidistanti, & una di quelle sia perpendicolare ad alcuno piano & l'altra anchora conueni essere perpendicolare al medesimo piano.

Questa e quasi el conuerso della sesta, hor siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistanti & sia vna di quelle poniamo la .c.d. perpendicolarmente sopra a qual si voglia superficie. Dico che l'altra di quelle laqual e .a.b. esser perpendicolare alla medesima superficie, perche essendo fatto in tutto la medesima d^{ist}initione che inella sesta, & sera (come in quella) che' uno e l'altro di duoi angoli .e.d.b. & .f.b.e. sia retto, el primo per la positione & lo secondo per la ottaua del primo per la qual cosa (per la quarta de questo) la linea .f.b. e perpendicolarmente

eretta sopra la superficie in laquale sono le due linee. b. d. & b. c. cioè sopra la per la prece dte le due linee. a. b. & c. d. siano in la medesima superficie con le due linee. b. d. & b. c. seguita la linea. f. b. esser perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale è la linea. b. a. (per la definizione) adonque sera l'angolo. f. b. a. retto: & perche etiam l'angolo. d. b. a. è retto: per la vltima parte della vigesima nona del primo: seguita (per la quarta de questo) la linea. a. b. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee. b. d. & b. c. per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. ix. Propositione. ix.

2 Se due linee saranno equidistanti a una medesima linea & non in una superficie, anchora quelle è necessario esser fra loro equidistanti

Sia l'una e l'altra delle due linee. a. b. & c. d. equidistanti alla linea. e. f. ne siano tutte in vna superficie. Dico che le medesime anchora fra loro insieme sono equidistanti (de quelle che sono tutte in vna superficie egli è stato approvato per la trigesima del primo) hor in questo luogo ci resta ad approvar de quelle che non sono in vna superficie come in queste che la. e. f. è intera de suo eretta in alto, adonque sia signato in quella el punto. g. dal qual sian dette le due perpendicolare alle due linee. a. b. & c. d. lequale siano. g. h. & g. k. & (per la quarta de questo) la linea. e. f. sera perpendicolare alla superficie (cioè a quella in laquale sono finite le due linee. g. h. & g. k.) adonque (per la precedente regola due volte) l'una e l'altra de quelle due linee. a. b. & c. d. è perpendicolare alla medesima superficie cioè a quella in laquale sono situate le dette due linee g. h. & g. k. (per la settima propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistanti che è il proposito.

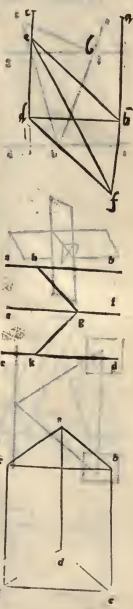
Theorema. x. Propositione. x.

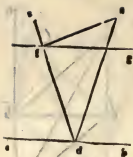
10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente saranno equidistanti ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, & non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se producano fra loro esser equali.

Siano le due linee. a. b. & a. c. che si tocchino fra loro angularmente in punto. a. equidistanti a altre due lequale siano. d. e. & d. f. fra loro anchora si tocchino in punto. d. ne siano con quelle in vna superficie. Dico l'angolo. a. essere eguale all'angolo. d. hor sia fatta la linea. d. e. eguale alla linea. a. b. alla quale è posta esser equidistante, & la. d. f. eguale alla. a. c. allaquale etiam è posta equidistante: da quel punto sian dette le linee. d. a. & e. b. & f. c. & (per la trigesima terza del primo) pigliata due volte l'una e l'altra delle due linee. b. e. & c. f. eguale & equidistante alla linea. a. d. (adonque per la congettione & per la precedente) le medesime sono fra loro eguale & equidistanti adonque (per la trigesima terza del primo de nouo repetita) & le due linee. b. e. & c. f. sono etiam eguale & equidistanti, adonque (per la cetsua del primo è manifesto il proposito)

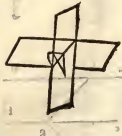
problema primo. Propositione. xi.

11 Da uno punto signato in aere da quello potremo condurre una perpendicolare a una data superficie.





Si al ponto. a. di sopra in aere del quale volemo con durre vna perpendicolare alla subgiacente superficie, adouque in quello piano sia ditta la linea. b. c. (come a caso cadera) alla quale dal detto ponto. a. sia ditta la perpendicolare. a. re. a. d. secondo la dottrina della. 11. del primo, & vn'altra volta dal ponto. d. in quello piano, al quale e da esser ditta la perpendicolare dal ponto. a. sia tirata la linea. d. e. laqual sia ppendicolare alla linea. b. c. (cōe insegna la. 11. del primo) Anchora a questa linea. d. e. sia ditta vn'altra linea perpendicolare dal ponto. a. laqual sia. a. f. questa dico esser quella la quale intendemo, & per dimostrar questo sia tirata la linea. f. g. equidistante alla linea. b. c. & perche l'uno e l'altro di duoi angoli. b. d. a. & b. d. f. e retto (per la quarta de questo) la linea. b. d. f. era perpendicolare alla superficie in laquale e el triangolo. a. d. f. e pero etiam (per la ottaua de questo) la linea. g. f. era perpendicolare alla medesima superficie, adS que (per la diffinitione) l'angolo. g. f. a. era retto, & conosciu anchora che l'angolo. d. f. a. sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea. a. f. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee. d. f. & f. g. che e el proposito.



Problema.ii. propositione.xii.

12 Proposta una superficie & da un punto signato in quella puotemo
12 da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.

Q Vando da vn ponto signato in vna proposta superficie desiderarai di cōdur vna perpendicolare, da vn altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurai vna perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la cagherai nel ponto assignato lei sera quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto. da quello medesimo assignato ponto tu ducrai vna equidistante alla condotta perpendicolare, & quella (per la oca / ua de questo) tu approuera i esser quella che tu cerchi.



Theorema. xi. Propositione. xiii.

¹¹₁₃ Egliè impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonalmente a una superficie.

Perche' s'eglie possibile (per l'aduersario) che due linee rette a vna medesima superficie siano perpendicolarmente sopra vn ponto, la superficie in la quale esse perpendicolar sono situate sia intesa esser prodotta per fina a tanto che leghila superficie alla quale dette linee siano perpendicolarmente (& per la terza de questo) la comune sectione di quelle, sera vna linea retta, & perche' (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolar con la comune sectione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqualcosa e impossibile, & si come che di sopra hauemo dimostrarlo esser impossibile da vno medesimo ponto che sia dentro duna superficie cauar due linee perpendicolar sopra alla medesima superficie cosi anchora dimostraremo esser impossibile, da vno medesimo ponto fora duna superficie signato protrarre due linee perpendicolar alla medesima superficie, perche' se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seriano fra loro equidistanti (per la sesta propositione de questo) laqualcosa e impossibile (per la diffinitione dalle linee equidistanti) adunque da questa e manifesto che se alcuna superficie plana, segara una altra superficie plana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia ditta vna perpendicolar alla superficie segata quella e necessario cadere in la comune sectione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta vna ppendicolar alla comune sectione de quelle come insegna

Insegna la duodecima del primo, & dal punto inel qual taglia con la commune sectione vn'altra perpendicolare sia dritta alla medesima commune sectione in la superficie seghata come insegna la vndecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra vn'altra, l'angolo che contengono queste due linee perpendicolare, e retto, per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de queste due perpendicolare e anchora perpendicolare alla superficie seghata, adonque da vno punto sono protrate due linee perpendicolari a vna medesima superficie laqualcosa e impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

Il Traduttore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mal si puol dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol con parole te depinge il che non e difficile.

Theorema. xii. Propositione. xiii.

¹⁴ Se una linea stara' orthogonalmente sopra due assignate superficie
¹⁴ Anchora se quelle due superficie seranno protrate in qualunque parte in infinito mai concorrano.

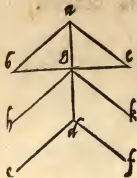
Sia posta vna linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile e (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la commune sectione de quelle laquale (per la terza di questo) sera una linea retta, & sia signato vno punto a qualunque modo si uoglia nella detta linea, dal quale siano protrate due linee in quelle due superficie a quella linea laquale supersta perpendicolare mente sopra a quelle, & sera costituito vno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno e l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che li stanno sopra la perpendicolare) e retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra vna superficie, & questo e impossibile (per la trigesima seconda del primo).

El conuerso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti ciascuna una linea retta laqual sia perpendicolare a una di quelle anchora quella sera perpendicolare all'altra.

Sia inteso a due superficie posti equidistanti vna linea retta penetrante ambe due quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra sta perpendicolarmente all'altra superficie, & per di mostrare tal cosa sia intesa vna superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune sectione de questa superficie segante & dell'una delle segate cioe de quelle alla quale la linea penetrante e posta stare perpendicolarmente contenera angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendicolare ad una superficie, adonque se l'altra commune sectione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in la medesima linea penetrante non contenera angolo retto (per la vltima peritione del primo) seguita che glie due commune sectioni in vna parte protrate necessariamente concorreranno per laqualcosa e tiam le superficie che sono state poste equidistanti necessariamente concorreranno & perche questo e impossibile seguita che quel angolo e retto, & per lo medesimo seguita de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistanti e sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, & per questa decima quarta e manifesto essere il vero quello habemo detto.

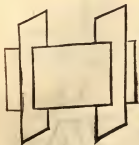


Theorema.xiii. Proposizione.xv.



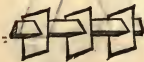
15 Se faranno due linee che fra loro si tocchino angularmente, equidistanti a altre due che pur si tocchino angularmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo prodotte quanto si uoglia in niuna parte potran concorrere.

Siano le due linee, a.b. & a.c. lequale se tocchano angularmente in ponto, a. & equidistanti alle due linee, d.e. & d.f. che si tocchano angularmente in ponto, d. & non siano in vna superficie: Dico le superficie di quelle in qualunque parte prostrate & quanto si uoglia e necessario che mai concorrano, & per dimostrare questo sia prostrata dal ponto, d. (come insegna la quinta de questo) vna perpendicolare alla superficie delle due linee, a.b. & a.c. & sia la, d. g. & dal ponto, g. sia dritto, g.h. equidistante alla, a.b. & la, g.k. equidistante alla, a.c. & (per la diffinitione) l'uno e l'altro di duoi angoli, d.g.h. & d.g.k. sera retto & (per la nona) la linea, d. f. sera equidistante alla linea, g. k. & la linea, d.e. sera equidistante alla linea, g.h. (per laquale cosa per la ultima parte della vigesima nona del primo libro e l'altro di duoi angoli, e.d.g. f. sera retto e pero (per la quarta di questo) la linea, d.g. sera perpendicolare alla superficie delle due linee, d.e. & d.f. & concludo che quella sia anchora (per el proposito) perpendicolare alla superficie delle due linee, a.b. & a.c. adonque per la precedente e manifesta, che e el proposito.



Theorema.xiiii. proposizione.xvi.

16 Se una superficie segara due superficie equidistanti le commune sectioni seranno equidistanti.



È manifesto (per la terza) che vna superficie segante qualunque due superficie equidistanti, le commune sectioni de qu'elle serano due linee rette, lequale concludo che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, le quelle non seranno equidistanti (per l'aduersario) sia supposte concorrere a qual si uoglia ponto, adonque sera che vno medesimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune sectioni, concludo che una di quelle commune sectioni e in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, seguita adonque quelle superficie (che sono supposte esser equidistanti) concorrere & questo e impossibile, adonque le commune sectione de quelle erano equidistanti che e il proposito. Da questa & dalla precedente se puol formare vna conclusione simile alla trigesima del primo libro cioe questa se seranno due superficie a vna equidistanti quelle medesime anchora seranno fra loro equidistanti, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistanti fra loro, hor siano seghate tunc tre quelle superficie da due superficie fra loro seghante, & per questa sista decima le commune sectioni delle due estreme superficie seranno equidistanti a li sectioni della media, per laquale cosa per la trigesima del primo quelle sectioni delle due estreme superficie seranno equidistanti fra loro, & perche quelle se toccano in la commune sectione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente euidentemente e manifesto quello che hauemo detto.

Theorema.xv. Proposizione.xviii.

17 Se due linee rette che si tocchino fra loro ouero che siano equidistanti

stante seghino trei ouer piu superficie equidistanti, le portioni di quelle linee si prouano fra loro esser proportionale.

Siano intese due linee rette penetrante a qualunque modo si voglia, tre superficie equidistante ouer etiam plu di tre, adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual due superficie si voglia esser proportionale a qualunque due altre intercotte da quelle superficie equidistanti, et per dimostrare questo siano congiunte le due estremita di quelle due linee, ditta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, & questa diagonale sera con l'una e l'altra di quelle due penetrante le superficie proposte in vna superficie legante quelle superficie proposte equidistanti, adonque se con la mente tu prorrari le commune sectioni di queste superficie, le quale (per la precedente) seranno equidistanti (per la prima parte della seconda del scito) sera manifesto il proposto.

Theorema. xvi. Propositione. xviii.

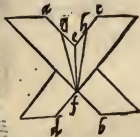
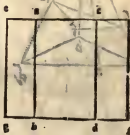
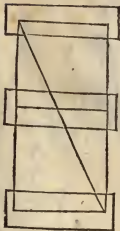
- ¹⁸ Se una linea stara orthogonalmente in una assignata superficie, ogni superficie ditta da quella linea: per qual uerso ne pare, sera orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie assignata.

Sia la linea a. b. eretta perpendicularmente sopra alla signata superficie, & dalla linea a. b. sia prodotta vna superficie per qual uerso si voglia, hor sia la. e. f. la qual dico esser perpendicularmente eretta sopra la assignata superficie: perche conosciuta che la segha la superficie assignata la commune sectione de quelle sera una linea retta (per la terza di questo) & sia la. f. g. adonque signato qual si voglia ponto in questa commune sectione (qual sia. d.) & da quello sia estratto in la superficie che e prodotta dalla linea a. b. vna per pendicolare alla linea. f. g. la qual sia. d. c. & (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) la linea. c. d. sera equidistante alla linea. a. b. e pero (per la ottaua di questo) la linea c. d. e etiam perpendicular alla superficie proposta, adonque perche per questo modo qual si voglia linea prorrata orthogonalmente da qual si voglia ponto della linea. b. d. ad essa linea. b. d. in esse superficie. e. f. che e prodotta per la linea a. b. e perpendicular alla proposta superficie (per la definizione della superficie e retta orthogonalmente sopra a vna superficie e manifesto esser el vero quello che e proposto.

Theorema. xvii. Propositione. xix.

- ¹⁹ Se due superficie che fra loro se seghino seranno erette orthogonalmente sopra a una superficie: la comune sectione di quelle sera perpendicolare alla medesima superficie.

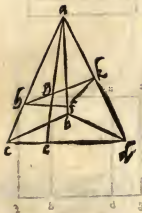
Siano le due superficie. a. b. & c. d. che insieme si seghino e rette orthogonalmente sopra vna assignata superficie, & sia la commune sectione di quelle la linea retta. e. f. hor questa. e. f. dico esser perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aduersario) dal ponto. f. el quale e comun termine delle sectioni delle due superficie insieme segante, & della terza superficie lecta, sia prodotta vna linea retta in la superficie. a. b. (la qual sia. f. g. (perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia ditta vn'altra perpendicolare alla medesima superficie che sia firmata in la superficie. c. d. & quella sia. f. h. & le due linee. f. g. & f. h. seranno insiente orthogonalmente alla superficie assignata sopra vn ponto & qsto e impossibile per la. 3. di questo & no bisogna di



bitar che'l nō possi esser ptrate tal linee dal pto.f. In l'da e l'altra delle due superficie.a.b.&c.d.quādo che.e.f.non fusse ppendicolare alla assignata superficie.sia intesa la linea.f.b.cōmuna sectione della superficie.a.b.&c.d.della superficie assignata,& la linea.f.d.della superficie.c.d.&c.della superficie assignata, adonque se la linea.e.f.tera ppendicolare all'una e l'altra delle due linee.f.b.&c.f.d.quella ancora tera ppendicolare alla superficie assignata(per la quarta di questo) ma se la non tera ppendicolare all'una ne l'altra(per l'aduersario) sia la. t.g. per ppendicolare alla.f.b.& la.f.h.ppendicolare alla.f.d.dapoi dal pnto.f.protrarrà in la superficie assignata, vna linea ppendicolare alla linea.f.b.la quale(per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra vn'altra) contenerà angolo retto con la linea.f.g.adonque(per la quarta di questo) la linea.f.g.tera ppendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protratta vn'altra linea dal pnto.f.in la superficie assignata la quale sia ppendicolare alla linea.f.d.seguita(per la diffinitione predita & per la quarta di questo) la linea.f.h.esser ppendicolare alla superficie assignata, la quale cosa è impossibile(per la terza decima de questo) ma se l'aduersario confessa la linea.e.f. essere ppendicolare alla linea.f.b.ma non alla linea.f.d.seguita per simel modo le due.e.f.&f.h.esser ppendicolare alla superficie assignata che niente di manco è impossibile.

Theorema.xviii. Propositione.xx.

20 Se tres angoli superficiali contengano un angolo solido, ciascuno aduoi di quelli tolti insieme sono maggiori dill'altro.



Si ano le tre linee.a.b.a.c.a.d.pyramidalmente erette sopra la superficie.b.c.d.continente tre angoli superficiali delle quale vien compolto l'angolo solido in pnto.a.Dico quali duoi angoli si voglia de quelli angoli superficiali(costi tuenti l'angolo solido in pnto.a.tolti insieme esser maggiori dill'altro,perche se questi tres angoli superficiali faranno fra loro equali, ouer se duoi faranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno e l'altro di duoi equali è manifesto per communia scienna esser il vero quello che stato detto, ma se vno de quelli tera maggiore di qual si voglia delli altri duoi restanti, o siano possi equali, ouero nō equali al presente è manifesto quel maggiore con qual si voglia delli altri duoi restanti tolti insieme esser maggiore del terzo,ma de quelli duoi minori tolti insieme così se apprende esser maggiori di quello terzo che sia supposto esser maggiore di qual si voglia delli altri duoi, sia che delli tres proposti angoli superficiali l'angolo.c.a.d.sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti, adō que tagliaro de quello.c.a.d.equale all'angolo.b.a.d.protratta la linea.a.e.& tagliando da questa linea.a.e.la linea.a.g.& dalla linea.a.b.la linea.a.f.lequale ponero ouero faro equali & protraro dal pnto.g.vna linea in la superficie delle due linee.a.c.&a.d.cascante come si voglia per fina a tanto che quella seggia.a.e.in pnto.h.&a.d.in pnto.k & quella sia la.h.g.k.& prodaro le linee.f.h.&c.f.k.conciosia adonque che.a.f.sia equal al.a.g.posta.a.k.comune(per la quarta dil primo) la.f.k.tera equala alla.h.g.& perche(per la vigesima dil primo) le due linee.h.f.&c.f.k.sono maggiori della linea.h.k.(per la quarta concettione) la.h.f.tera maggiore della.h.g.e petro(per la vigesima quinta del primo cono) sia che la linea.a.f.sia equa e alla linea.a.g.tera l'angolo.f.a.h.maggiore del l'angolo.h.a.g.adonque(per la concettione) è manifesto il duoi angoli.h.a.f.&a.h.k.tolti insieme esser maggiori del angolo.h.a.k.laqual cosa era da dimostrare,



Theorema.xix. Propositione.xxi.

21 Ogni angolo solido e se ap pua esser minore de quattro angoli retti.
1a quarta

no angoli retti Ideo. &c.

Theorema.xx. Propositione.xxii.

- 12 Se seranno tre angoli superficiali di quali ciascuno duoi tolti insieme
12 sian maggiori del terzo. & tutti fra loro siano contenuti de linee e
quale: delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (dalli ter-
mini di dette linee eguale) eglie possibile a essere constituendo uno
triangolo.

Siano li tre angoli superficiali, b.a.c. e. d. f. h. g. & come se propone cioè tali
che ciascuno duoi di quelli siano maggiori del terzo, & siano li sei latipndenti
quelli equali, liquali siano a.b. a.c. d.e. d.f. g.h. g.k. & sian prostrate di sotto a
quelli le tre base lequale siano b.c.e.f. h.k. Dico adonque che da queste tre base
pol esser costituito vn triangolo, hor sia fatto l'angolo b.a.l. eguale all'angolo, d
& la linea. a.l. alla linea. d.e. & sian prostrate le l.b.l.e. & (per la quarta del primo
la linea. l.b. sera eguale alla linea. e.f. & dal presupposito) manifestò lo total an-
golo, a. esser maggiore dell'angolo g. perche, ciascuno duoi (delli tre) angoli, b.a.
c.d. & g. seranno maggiori del terzo adonque (per la vigesima quarta del primo)
la linea. l.e. e maggiore della linea. h. k. & concludia che (per la vigesima del
primo) le due linee. l.b. & b.c. sian maggiori della line a.l.e. seguita le due linee.
l.b. & b.c. esser molto piu forte maggiore della linea. h.k. adonque perche, l. b. e
eguale alla. e.f. le due linee. a.c. & e.f. seranno maggiori della linea. h. k. a donq
per questo modo e manifestò ciascuna due linee delle tre linee. b.c.e. h.k. & esser
piu lunghe della terza, adonque (per la vigesima seconda del primo) e manifestò
sto esser il vero, quello che e stato detto, solamente aggiuntoui questo che se li duoi
angoli b.a.c. & d. tolti insieme siano equali a duoi retti, le due linee. l.a. & a.c. (p
la decima quarta del primo) seranno vna sol linea la quale concludia che la sia
eguale (dal presupposito) alle due linee. g. h. & g. k. lequale (per la vigesima del
primo) sono piu longe della linea. h. k. & concludia che (per la medesima) le due
linee. l.b. & b.c. siano piu longe della linea. l.e. seguita come prima. b.c. & e. f. tol-
te insieme esser piu longe della. h.k. ma se li duoi predetti angoli sono maggiori
de duoi retti (per la vigesima prima del primo) le due linee. a.l. & a. c. e pero de
le due. g. h. & g. k. seranno piu corte delle due equali sono. l.b. & b.c. per laqual
cosa come prima. b.c. & e. f. tolti insieme sono piu longe della linea. h. k.

Problema.iii. Propositione.xxiii.

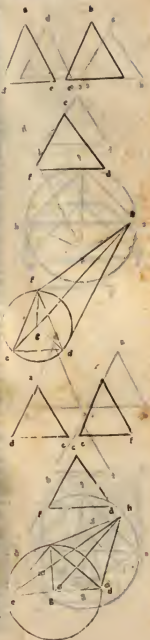
- 13 Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque duoi tolti insieme
13 me sian maggiori del terzo, & tutti tre insieme sian minori di quat-
tro angoli retti, con altri tre che siano a quelli equali puotemo co-
stituire uno angolo solido.

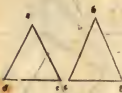
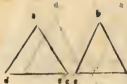
Siano proposti tre angoli superficiali liquali siano. a.b.c. con tre altri a quelli
equali volemo costituire vno angolo solido, di bisogna adonque (per la vi-
gesima propositione di questo) che qualunque duoi de quelli tolti insieme siano
maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo) che tutti
tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti: adonque siano tutte queste
cole in questi, & li lau contenti quelli sian fatti tutti fra loro equali, & a quelli
sian sotto tendute tre base & queste siano. d.e.f. & e. d. & (per la precedente) de
tre linee eguale a queste base sera possibile essere costituito uno triangolo.

Sia adonque

Sia adonque da queste (secondo la dottrina della vigesima seconda del primo) costituito lo triangolo, d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circoscritto lo circolo, d.e.f. sopra il centro, g. & sian protrette le linee, g.e. & g.f. lequale conuolcia che quelle siano fra loro equali (per la diffinitione del cerchio) & li lati circondanti li tre proposti angoli sono etiam equali (dal presupposito) & egli e necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauno di quelli lati, & e impossibile esser equali ouer maggiore, perche se la linea che vien dal centro, g. alla circonferentia del cerchio, d.e.f. fusse equali ad alcuno di tutti, a.d.a.e. b.e. f.f. e.c. f.c.d. seguitaria (per la ottaua del primo) li tre angoli proposti, a.b.c. esser equali alli tre angoli, d.g.e. e.g.f. g.d. & conuolcia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmente e manifesto dalla tredicesima del primo) protratta per un pochetto vna delle linee che esseno dal centro alla circonferentia in continuo & diretto seriano etiam li tre angoli, a.b.c. anchora equali a quattro angoli retti che e contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son, a.b.c.) sopra alli tre triangoli che diuidon o el triangolo, d.e.f. cioe ciascun de quelli sopra quello con el quale comunica in basatamente che le base equali siano poste sopra alle base equali & li angoli, a.b.c. cadano alla parte del ponto, g. seguitaria (per la vigesima prima del primo) li tre angoli, a.b.c. esser maggiori dell tre liquali sono, d.g.e. e.g.f. g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che e molto piu contrario dalle cose supposte, adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li tre proposti angoli esser maggiore della linea che vien dal centro, g. alla circonferentia d.e.f. pero e piu potente, sia adonque piu potente in el quadrato della linea, g. h. laquale (secondo la duodecima di questo) sia orthogonalmente eretta sopra la superficie del triangolo ouer del cerchio, d.e.f. & siano protrette le tre ypotenisse, h.d. h.e. h.f. lequale dico contenere tre angoli superficiali (equali alli tre proposti) costituenti lo angolo solidoin ponto, h. perche conuolcia che el quadrato della linea, a. d. sia equali alli duoi quadrati delle due linee, d. g. & g. h. dal presupposito: & lo quadrato della linea, d. h. sia equali alla medesima (per la vltima del primo) e necessario la linea, a. d. esser equali alla linea, d. h. e piu medesimo modo etiam la linea, a. e. alla linea, e. h. adonque (per la ottaua del primo) conuolcia che le base siano etiam equali, l'angolo, a.c.d. equali all'angolo, d. h. e. similmente anchora l'angolo, b. f. e. equali all'angolo, e. h. f. & l'angolo, e. g. equali all'angolo, f. h. d. per laqual cose e manifesto esser fatto quello che hauemo disposto di fare.

^o
²³ Ma se per caso el centro del cerchio sera in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato, e.d. & che sia, g. & sia tirara la linea, f. g. di conualtra uolta che lo lato, a.d. e' maggiore di, f. g. & se non e maggiore ouer che il detto, a.d. e equali al detto, f. g. ouer che egli e minore hor poniamo (se egli e possibile) che prima sia equali adonque le due linee ouer lati, a.d.a.e. (che sono quanto che, b.e. & b.f. ouero c.f. & c.d.) sono equali alle due linee, e.g. & g.f. che e come tutta la, e.g. d. ma la detta, e.g. d. supposta equali alla basa, d.e. (del triangolo, a.d.e.) adonq; li duoi lati, a.d. & a.e. del triangolo, a.d.e. sono equali alla basa, d.e. laqual cosa e impossibile, adonq; lo lato, a.d. non e equali alla, g.f. similmente anchora se potra dimostrare che non e minore, adonque la detta, a.d. e maggiore della, g.f. hora similmente se la, a.d. e maggiore della, g.f. lei sera anchor piu potente, hor sia anchora piu potente nel quadrato della linea, g. h. laquale sia posta perpendicularmente alla superficie del cerchio in ponto, g. & protratte medesima mente le tre Ypotenisse, h.f. h.e. h.d. & sera costituito il problema.





Che il lato, a.d. non possa essere minore della, g.f. se verifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguita che la basa, d.e. fusse maggiore delli duoi lati a.d. & a.e. laqual cosa e impossibile (per la vigesima propositione del primo).

Ma se per sorte il centro del cerchio sera fuori del triangolo, f.e.d. poniamolo anchora nel ponto, g. & sia tirata la, g.f. & similmente le, e.g. & d.g. Dico anchora che la, a.d. e maggiore della, g.f. & se la non e maggiore (per l'aduersario) ouer che la e uguale ouer che la e minore, hor sia prima mente uguale, adonque le due linee, a.d. & e, etiam le due, b.e. & b.f. sono eguale alle due, e.g. & f. (cioe luna alluna & l'altra all'altra) & la basa, e.f. del triangolo, b.e.f. (dal presuppósito) e uguale alla basa, e.f. del triangolo, e.g.f. adonque l'angolo che sotto de, e.b.f. (per la ottaua del primo) e uguale all'angolo che sotto de, e.g.f. per le medesime ragioni & quello che e sotto di, f.c.d. e uguale a quello che sotto di, f.g.d. adonque tutto l'angolo sotto di, e.g.d. e uguale a quelli duoi sotto di, e.b.f. & f.c.d. ma quelli che sono sotto di, e.b.f. & f.c.d. sono maggiori di quello che sotto de, d.a.e. adonque quello che sotto di, e.g.d. e maggiore di quello che e sotto di, d.a.e. & perche le due, a.d. & a.e. sono anchora eguale alle due, e.g.d. & g.f. & la basa, d.e. del triangolo, a.d.e. (dal presuppósito) e uguale alla basa, e.d. del triangolo, e.g.d. adonque l'angolo che sotto alle, e.g.d. (per la ottaua del primo) e uguale a quello che sotto alle, d.a.e. & e manifestò che e anchor maggiore che e una cosa absorda, adonque la, a.d. non e uguale alla, f.g. anchora dimostreremo che la non e minore, adonque lei sera maggiore etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea, g.h. la quale sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto, g. e sia continuato il problema.

Hor dico (come di sopra e detto) che la, a.d. non e minore della, f.g. & se que to e possibile (per l'aduersario) anchora la, b.e. a lei uguale sera pur minore della medesima, f.g. hor sia posto ouer fatta la, g.K. uguale alla, b.e. & la, g.l. uguale alla, b.f. & sia tirata la, k.l. & perche la, b.e. e uguale alla, b.f. la, g.K. sera uguale alla, g.l. per laqual cosa e il restante, K.f. sera uguale al restante, l.e. adonque la, f.e. (per la vigesima ottaua del primo) e parallela alla, k.l. perche il triangolo f.e.g. e equiangolo al triangolo, g.k.l. adonque (per la sesta del sexto) si come e lo, g.f. a l.f.e. coti e lo, g.K. a l.k.l. & vicissim (cioe permutatamente per la decima sesta del quinto) si come, g.f. a l.g.K. coti e, f.e. a l.k.l. & g.f. e maggiore della detta, g.k. adonque & la, f.e. e maggiore della, k.l. l'una la, f.e. e uguale alla basa, f.e. del triangolo, b.e.f. adonque & la basa, f.e. e maggiore della, k.l. (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due, b.e. & b.f. sono eguale alle due, K.g. & g.l. (cioe luna a luna & l'altra all'altra) & la basa, f.e. e maggiore della basa, k.l. adonque l'angolo che sotto delle, e.b.f. (per la vigesima quinta del primo) e maggiore dell'angolo che sotto delle due, k.g. & g.l. similmente anchora le pigliamo la, g.m. uguale all'una & l'altra delle due, g.k. & g.l. & tirata la, k.m. dimostreremo che l'angolo che sotto le, f.e.d. e maggiore di quello che sotto di, K.g.m. sia adonque costituito (per la vigesima terza propositione del primo) alla linea retta, f.g. nel punto, g. l'angolo, f.g.n. uguale all'angolo, e.b.f. & l'angolo, f.g.o. uguale all'angolo, f.c.d. & sia fatta luna & l'altra delle due, g.n. & g.o. (per la terza del primo) eguale alle due, k.g. & g.l. tirate le linee, K.n. & o. & tirate le due linee, b.e. & b.f. sono eguale alle due, K.g. & g.n. & l'angolo che sotto delle, b.f. e uguale all'angolo che sotto delle, k.g. n. adonque la basa, e.f. (per la 4 del primo) e uguale alla, k.n. & per le medesime ragioni etiam la, f.d. e eguale alla, k.o. & perche le due, f.e. & f.d. sono eguale alle due, k.n. & k.o. & l'angolo sotto di, e.f.d. nel cerchio e maggiore, di l'angolo che sotto di, n.k.o. adonque la basa, e.d. (per la vigesima quinta del primo) sera maggiore della basa, n.o. ma la detta, e.d. e uguale alla basa, e.d. del triangolo, a.d.e.

lo, a, d, e, (per la quarta del primo) adunque la detta, d, e, è maggiore della medesima, n, o, perche adonque le due, a, d, a, e, sono anchora l'or eguale alle due, n, g, g, o, & la basa, d, e, è maggiore della basa, n, o, adonque l'angolo che sotto di, d, a, e, (per la vigesima quinta del primo) è maggiore di l'angolo che sotto di, n, g, o, ma l'angolo che sotto di, n, g, o, è eguale a quelli che sotto di, e, b, f, &, f, e, d, adonque quello che sotto di, d, a, e, è maggiore di quelli che sono sotto di, e, b, f, &, f, e, d, etiam minore (dal presupposito) laqual cosa è impossibile.

Il Traduttore.

Perche el triangolo, f, e, d, (circonscritto dal cerchio) fu fatto in principio dalle tre base di tre triangoli cioè delle base, d, e, e, f, & f, d, & la basa, d, e, del triangolo, a, d, e, è supposta eguale pur alla linea ouer basa, e, d, posta nel cerchio: & similmente la basa, e, f, del triangolo, e, b, f, se suppone eguale pur alla, e, f, posta nel cerchio & così la, f, d, alla, f, d, perche bisogna aduertire nella soprascritta argumentatione che tal hora si parla delle base fora del cerchio & tal hora se parla delle medesime poste nel cerchio idéo. ¶ Che l'angolo, e, f, d, (nel cerchio) sia maggiore dell'angolo, n, k, o, è manifesto perche lo detto angolo, n, k, o, è parte dell'angolo, l, k, m, & lo, l, k, m, è eguale al, e, f, d, per le cose demonstrate di sopra;

Per trouar la linea, h, g, cioè la linea potente nella differenza che il quadrato della linea, a, d, (maggiore) eccede il quadrato della, g, f, (minore) se die pro cedere in questo modo, sopra alla linea, a, d, sia descritto lo mezzo cerchio, a, b, d, & nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto) sia coaptrada vna linea equale alla, f, g, laqual sia la, a, b, & dal ponto, d, al ponto, b, tirata la, b, d, laqua l, b, d, dico esser quella che cerchiamo: perche l'angolo, a, b, d, è retto (per la trigesima prima del terzo) & il quadrato della, a, d, (per la penultima del primo) è eguale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, &, b, d, toiti insieme, adonque il quadrato della, a, d, è maggiore del quadrato della, a, b, nel quadrato della linea, b, d, & perche la, a, b, fu toita, eguale alla, f, g, è manifesto il proposito, & pero pigliando poi la linea, g, h, eguale alla, b, d, è leguire come, nelle sopradette argumentationi se propone se risoluerà il proposto problema.

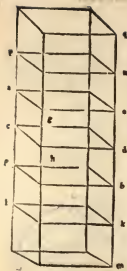
Theorema, xxi. Propositione, xxiii.

- 24 Se uno solido sera contenuto de superficie equidistante le superficie
24 opposte di quello sono eguale, & de lati equidistanti.

Ciascan solido che è contenuto de superficie equidistanti, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare lequale si come non possono esser manco di sei, così possono esser in ogni numero paro eccedente el senario, perche è manifesto la colonna esagona posser esser contenuta da otto superficie lequale le due e due opposte fra loro sono equidistanti, così anchora la ottagonada dieci, la decagona da duodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (liquali pronontio esser infiniti) solamente quello e detto parallelogrammo del quale tutte le superficie circondante quello sono parallelogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che propone questa vigesima quarta douer esser inteso di dillo che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo, a, b, del quale fa che tu comprendi così la mente diligentemente le superficie che circondano el detto solido & te sera manifesto cadauna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (così cosa che siano le commune sectione de essa segante) & delle quattro segate & siano due e due di esse quattro segate (lequale se oppongono fra loro) equidistante dal presupposito: seguita (per la decima sesta) toita due facie che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistanti

& iii





adonque e manifesto el secondo proposito & (per la trigesima quarta proposi-
tione del primo) e manifesto tutti li lati oppositi di queste sei superficie essere egli
A donque li doi lati pñenti l'angolo piano di cadauna di quelle seranno eguali
alli doi lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora
li angoli contenuti da quelli doi & doi lati (per la decima di questo) seranno
eguali, adonque (per lo conuerso della penultima commun sententia posta nel
libro) e necessario ciascuno de due superficie opposte nel solido. a. b. essere fra loro
eguale che e il proposito.

Theorema. xxii. Propositione. xxy.

²⁵
²⁵ Se alcuna superficie seghara alcuno solido parallelogrammo e
quidistantemente alle due superficie opposte di esso solido, li doi
corpi pariali (liquali sono copulati a quella superficie seghante co-
me a commun termine) sono proportionali alle sue base.

Sia il corpo, a. b. solido parallelogrammo, & la superfi. i. e. d. segh' quello eg-
distantemente alle due superficie opposte di quello lequale sono. a. e. & f. b. &
sia la superficie. g. b. basa del detto solido. a. b. della quale e manifesto (per la pre-
cedente) esser de lati equidistanti & la commune sectione delle due superficie. c. d
& g. b. sia la linea. h. d. della quale e manifesto (per la terza) di questo che quel-
la e una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella e equidistante al-
la. g. e. e pero le due superficie. g. d. & h. b. sono de lati equidistanti, & quelle sono
base di doi corpi pariali in liquali la superficie. c. d. diuide el solido. a. b. adon-
que dico che la proportion de solido. a. d. al solido. b. c. e si come della basa. g. d. alla
basa. h. b. hor per dimostrar questo siano prorate (quanto te pare) dall'una e
l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie. c. d. sopra li suoi angoli &
quellesono. a. f. & e. b. con le altre due a quelle equidistanti, & siano tolte da tutte
quelle le porzioni dalla parte del ponto. b. quante te pare, lequale siano poste a
vna per vna eguale alla linea. b. d. & dalla parte del ponto. e. similmente quan-
te altre te piace, lequale sian poste eguale alla linea. e. d. sopra lequale dall'una e
l'altra banda siano costituidi li solidi parallelogrammi secondo la lunghezza del-
le sue, & siano dalla parte del ponto. b. li solidi. f. k. & l. m. & dalla parte del ponto
e. li solidi. a. n. & q. p. & (per la diffinitione di corpi equali & simili) cad uno
di solidi. f. k. & l. m. e eguale al solido. e. b. & cadauno delli solidi. a. n. & q. p. e
quale ala. d. adonque ha fatto l'argomento si come in la prima del se stesso perche
el solido. c. m. e cosi moltiplice al solido. b. c. come la basa. h. m. alla basa. h. b. & lo
solido. q. c. e cosi moltiplice al solido. a. d. si come la basa. q. h. alla basa. g. d. & se
la basa. h. m. e eguale alla basa. q. h. lo solido. c. m. e eguale al solido. q. c. (per la
diffinitione di corpi equali & simili) & se la basa e minore della basa & lo solido
e minor del solido, & se e maggiore, laqualcosa e manifesta (per la me-
desima diffinitione) resegghata dalla maggiore basa alla equalita della minore, &
descritto sopra a quella el solido parallelogrammo, adonque (per la diffinitione
della incontinua proportionalita) la proportion de solido. a. d. al solido. c. b. e si
come la basa. g. d. alla basa. h. b. che e il proposito & se alcuna superficie, seghara
el corpo seratile equidistantemente alle due opposte superficie triangulare di esso
li doi corpi pariali liquali sono copulati a quella superficie seghante (come a
commun termine) seranno proportionali alle sue base, hor sia. a. f. el corpo serati-
le del quale le due trigonal superficie siano. a. b. c. d. e. f. a donque e manifesto (per
la diffinitione del seratile) cadauna di quelle tre superficie, lequale sono. a. b. d. e.
b. c. e. f. a. c. d. f. esser parallelogrammo, adonque la superficie. g. b. k. segh' questo
seratile equidistantemente alle due opposte superficie di quello lequale sono.
a. b. c. d. e. f. Dico adonque che la proportion de seratile. a. k. allo se-
ratile. g. f. e si come la basa. a. k. alla basa. g. f. laqualcosa se proua si come
del solido



del solido parallelogrammo, perche prostrate in l'una e l'altra parte le linee, a, d, b, e, c, f, & farti intra quelle dalla parte del ponto, e. le feradli equali al feratle, g, f, & dalla parte del ponto, b, altri equali al feratle a, K, & che numero voi dalt'a n e l'altra banda, se con la mente vigilante procedera per la diffinitione della incontinua proportionalita non te sara difficile concludere quello che hauemo detto.

Operatione, iiii. Propositione, xxvi.

²⁶Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo costituire
²⁶uno angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposto angolo solido, a, el quale sia contenuto dalle tre linee, a, b, & c. & d. (lequale angoli contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) al quale (sopra el ponto, c. della propoitione linea, e. f. (laquale fia come pare al preponente, esse dicitur in piano, ouero eleuata in su) lo desideremo de costruire vno angolo solido equale. Sia el sito della linea, e. f. come si uoglia & dal ponto, g. signaio doue tu uorai produral la linea, g. c. & (per la secoda di questo) le due linee, e. f. & g. e. seranno in una superficie, adonche in questa superficie sopra el dato po. uo e. in la assignata linea (secondo el modo della vigesima terza propositione del primo) constituisse vno angolo equale all'angolo, b. a. c. & quel fia, f. e. g. dappoi dalla linea, a. d. taglia la linea, a. h. si come tu uorai & dal ponto, h. produral la perpendicolare, h. k. alla superficie in laquale sono le due linee, a. b. & c. & la ista cosa come fe debbia fare el te lo insegna la vndecima di questo) adonche a ti non bisogna pigliar cura dal ponto, k. perche el non te importa che la perpendicolare, h. k. (con dotta alla superficie in laquale sono le due linee, a. b. & c. & c.) calchi fra esse linee ouer di fora via, ouer in via di quelle conduca solamente alla linea, a. c. & ponerai el po. i. o. l. in la linea, a. b. doue uorai & prorairai la linea, k. l. & l. h. & mette l'angolo, f. e. m. (in la superficie delle due linee, e. f. & g. & g. e. quale all'angolo, b. a. c. & la linea, e. m. equale alla linea, a. k. & dalla linea, e. f. taglia la linea, e. p. & equale alla linea, a. l. & dal ponto, m. conduce la linea, m. n. perpendicolare alla superficie in laquale sono due linee, e. f. & g. & g. e. pone quella equale alla, h. k. & tira le linee, e. n. n. p. & p. m. dico adonche le tre linee, e. f. & g. e. m. contenero vno angolo solido in ponto, e. quale al proposto angolo. & laquale cose dimoitra in questo modo conuincio che (dal presupposito) li duoi lati, a. k. & k. h. del triangolo, a. k. h. siano equali alli duoi lati, e. m. & m. n. del triangolo, e. m. n. & li angoli che sono al. k. & al. m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmente eretta sopra vna superficie. seranno (per la quarta del primo) le due linee, a. h. & e. n. equale anchora (per la medesima) le due linee, k. l. & m. p. seranno equale & pero etiam (per la medesima) h. l. & n. p. seranno equale conuincio che, h. k. & k. l. siano equali alle, m. n. & m. p. & li angoli, h. k. l. & n. m. p. retti (per la ottaua del primo) adonche l'angolo, n. e. p. sera equale equali all'angolo, c. a. d. adonche & manifesto noi hauer fatto quello che uolemo. O ludiofo lettore se ponerai ben cura a questo che hauemo operato di sopra da te senza impedimento potrai costruire li proposto angolo, a. (che fe adimando)

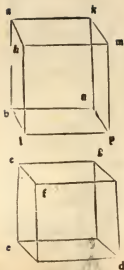


Il Traduttore. In 25 Rime. 1797. 17

Doue che sopra il cōmentatore dice che dal pōto, g. signatodoue voral pōdurai la linea, g. e. &c. A me non pare che il detto pōto, g. si possa tor doue ne pare ancil parlar mi pare fora di proposito e superfluo: perche tarifa solamente a dire che si debbia sopra il pōto, e. continuare (per la vigesima terza del primo N'angolo, e. g. equali all'angolo, b. z. c. e seguire poi come seguita.

Problema.v. Proposizione.xxviii.

- 27 Sopra a una assignata linea puoremo costituire uno solido simile a
 27 uno dato solido de superficie equidistante.



Sia la assignata linea .a.b. del filo del quale ouer giaccia in piano, ouer sia in alto eleuata el non importa niente, & sia lo corpo, c. d. lo solido parallelogrammo assignato al quale sopra la linea .a.b. desideremo fabricare uno solido simile, siano adunque le tre linee continenti li angoli superficiali dalli quali vié composto l'angolo .c. solido delle inferite lettere .c.e.c.f.e.g. & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto .a. della linea .a.b. sia costituito vno angolo solido eguale al .c. sia contenuto dalle tre linee .a.b.a.h.a.k. & con lo aggiutto (della vndecima del sexto) sia la proportion e della .c. e. alla .a. b. & della .c. f. alla .a. h. & della .g. e. alla .a. k. vna medesima proportion e, dapoí dalli tre ponti .b. h. k. sia protratte scilicet linee cioe .h. l. equidistante alla linea .a. b. & .h. m. equidistante alla linea .a. k. anchor .b. l. equidistante alla linea .a. h. & .b. n. equidistante alla linea .a. k. anchor sia tirata la linea .l. n. equidistante alla .a. b. & .l. m. equidistante al .a. h. & .p. i. siano protratte .m. p. equidistante al .h. l. & .p. l. equidistante al .h. m. anchora sia protratta la linea .p. n. & sera compido el solido parallelogrammo .a. p. el qual dico esser simile al solido .c. d. & questo (per la diffinitione) d'ile superficie simile, & (per la diffinitione di corpi simili) facilmente tu concluderai se tutte arti cordarai de quelle.

Theorema.xxiii. Proposizione.xxviii.

- 28 Se alcuna superficie segara uno solido parallelogrammo sopra quale due delle opposte superficie terminale di quello si uoglia & sopra li due diametri di quelle, quella medesima superficie e necessario seghare quel corpo in due parti eguale.

Sia el corpo .a. b. solido parallelogrammo del quale sia supposto che la superficie .a. b. c. d. seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposte terminante esso solido, lequale siano .a. d. & .c. b. Dico che la detta superficie divide questo solido pposto in due parti eguali, peche egli e manifesto che ella divide quel solido in doi seratili di quali le due e due superficie quadrilatere comparate fra la loro, secondo che esse sono li lati oppositi del proposto solido. (per la vigesima quarta de questo) e manifesto esser eguale, conciosia che 'l solido del qual parliamo e posto esser parallelogrammo anchora (per la medesima & per la quadragesima prima del primo) e manifesto le superficie bilatere di detti seratili esser eguale adunque (per la diffinitione di solidi eguali) manifesto li proposto.

Theorema.xxiiii. Proposizione.xxix.

- 29 Tutti li solidi de superficie equidistanti egualmente alti & in una medesima basa, & costrutti sopra una linea se prouano esser eguali.

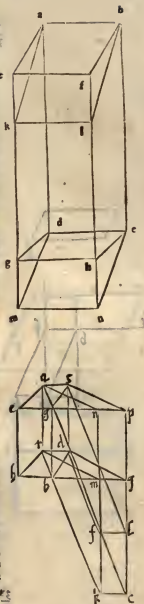
Vero e che li solidi de lati equidistanti egualmente alti costrutti di fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro e quali, si come delle superficie de equidistanti lati sopra vna basa & costrutte fra linee equidistanti, come in la trigesima quinta del primo e stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser costrutti sopra vna linea, & questi tali son quelli, di quali li due lati oppositi delle supreme superficie protratti, secondo la retitudine sono vna sol linea: & de questi tali questa vige sima non propone de dimostrare tutti que sti esser e

fi esser equali fra loro, ma li altri de questi sono quelli liquali non sono o detti esser costituiti sopra vna linea & sono quelli di quali qualunque duoi lati oppositi delle supreme superficie che siano soli secondo la retitudine protratti non sono una sol linea, & de tali la seguente propone da dimostrare tutti questi anchora esser fra loro equali. Siano adunque li duoi solidi parallelogrammi equalmente alti ouer costituiti fra superficie equidistanti. a. h. & a. n. sopra vna basa liqual sia. a. c. di quali le supreme superficie (quando siano protratti secondo la retitudine) vna linea, & quelli siano. e. m. & f. n. Dico adunque che li solidi. a. h. & a. n. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in alto, ouer con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta dei primo facendo il medesimo qui di seratili come in quel luogo di triangoli tu porrai facilmente concludere, & la medesima diuersa a te occorre in questo luogo in li solidi, che hai visto esser occorso lui in la superficie.

Theorema. xxy. Propositione. xxx.

30 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che serano
30 no costituiti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approuano essere equali.

Sia al presente duoi solidi parallelogrammi equalmente alti ouer in superficie equidistanti & siano sopra vna medema basa, ma non costituiti sopra vna linea denouo: Dico qili esser equi, hor siano li duoi solidi parallelogrammi. a. b. & c. a. equalmente alti ouer intra superficie equidistanti costituiti sopra vna basa liqual sia. a. d. ma non sopra vna linea & siano le supreme superficie de quelli. e. b. & f. c. delle quali li lati oppositi protratti secondo la retitudine non seranno vna linea & concludo che esse siano (dal presupposto) in vna superficie imperiosa che li proposti solidi sono fra superficie equidistanti, e necessario che li duoi lati de vna di quelle protratti secondo la retitudine, seghino li duoi lati dell'altra de quelle protratti secondo la retitudine, adunque siano protratti li duoi lati oppositi delle superficie. e. b. liquali siano. e. g. & h. b. & li duoi oppositi della superficie. f. c. liquali siano. k. f. & c. l. & seghino sopra li quattro ponti. m. n. p. q. & la superficie. m. n. p. q. sera de lati equidistanti, e quale a ciascuna delle tre superficie delle quale vna e la communa basa deli proposti solidi & quella e. a. d. & le altre, due reitane sono le supreme superficie di medesimi solidi, & quelle sono. e. b. & c. f. adunque tutte le linee dai quattro ponti. m. n. p. q. alli quattro angoli della basa. a. d. refferti secondo la diretta conuenientia lequale siano. n. a. m. r. p. s. q. d. sera vno perfetto solido parallelogrammo. a. q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di duoi primi & equalmente alto & sopra vna linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adunque qual si voglia di duoi proposti solidi liquali sono. a. b. & c. e equali al solido. a. q. adunque (per la conecctione) el solido. a. b. e equali al solido. a. c. per laqual cosa e manifesto el proposito, parendoti tu poi anchora prouare el conuerso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si voglia duoi soli di parallelogrammi esser equali & costituiti sopra vna medesima basa & tu dimostrerai quelli esser equalmente alte & questa e la precedente seranno el mezzo della tua demonstratione, & lo impossibile al qual tu ducerali, sera la parte esser equali al suo tutto, laqual cosa euidentemente appare, se de quel solido (elquale mendisse l'aduersario esser piu alto) concludo che ambi siano posti equali, & costituiti sopra vna medema basa ne taglierai vno solido parallelogrammo equalmente alto al piu basso, & questo taglia to tu conuenerali (per questa & per la precedente) esser equali al piu basso, pero (per communia sententia) etiam a quel tutto dal quale tu haualrai tagliato quello.



Theorema

Theorema. xxyi. Propositione. xxxi.

Li solidi de superficie equidistanti costituti in base eguale, se saranno egualmente alti, & le linee angolari de quell i staranno orthogonalmente sopra le base, saranno eguali.

ET questo anchora e vero che tutti li solidi parallelogrammi costituti in base eguale & intra superficie equidistanti ouer egualmente alti sono fra lor equali u come (in la trigesima sesta del primo) e stato prouato delle superficie de equidistanti lati costituti sopra equal base & intra linee equidistanti, ma de tai solidi alcuni sono delle quale le linee angolare sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & de questi tali questa trigesima prima propone de dimostrare quelli esser equali, ma poi egliene sono duna altra sorte delli quali le linee angolare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di questi altri tali la sequente propone de dimostrare delli medesimamente esser equali, adonque siano intese sopra le due base. a. b. & c. d. liquali siano equali & de equidistanti lati, ma tamen non siano duna medesima creatione, ma sia. a. b. tetragono & c. d. diu simile hells muaym li duoi solidi de equidistanti lati costituti egualmente alti & siano le linee rette sopra li angoli delle proposte base perpendicolare a quelle dico questi duoi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li duoi lati della base. a. b. & c. siano quelli che contien l'angolo. b. per fina a. f. & e. e. sia fatto l'angolo f. b. g. eguale all'angolo. c. della base. c. d. & siano tolte le due linee. b. f. & b. g. eguale alli duoi lati della base. c. d. che eguale contien l'angolo. c. & sia compita la superficie de lati equidistanti. b. h. la quale sera eguale & simile alla base. c. d. & dapo sia protratta la. h. g. equidistante alla. b. f. & la. f. h. equidistante alla. b. e. & la superficie quadrilatera. b. k. de lati equidistanti sera eguale alla. h. b. (per la trigesima quinta del primo) & conosciu che. b. h. sia eguale al. c. d. (per la concettione). & b. k. sera eguale alla. a. b. adonque sia compita la superficie de lati equidistanti. a. b. l. protratta la linea. k. f. per fina a tanto che quella concorra in ponto l. con uno delli lati continenti l'angolo. a. adonque fa che sopra le tre superficie de lati equidistanti (lequale sono. b. h. b. k. b. l.) siano costituti li solidi egualmente alti al solido costituito sopra la base. a. b. & siano le linee de tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi costituti sopra quelle chiamati de medesimi nomi, adonque e manifesto (per la definitione di solidi equali & simili) che li duoi solidi. b. h. & c. d. sono equali & simili ma delli solidi. b. h. & b. k. e manifesto (per la vigesima nona che questi sono equali perche sono egualmente alti, & costituti sopra una medesima base, & quella sera la superficie eretta sopra la linea. b. f. & sopra una linea, & (per la vigesima quinta) la proportion del solido. a. b. al solido. b. l. e si come la base. a. b. alla base. b. l. & (per la medesima del solido. b. k. al solido. b. l.) sera si come della base. b. k. alla base. b. l. & conosciu che dell'una e dell'altra delle due base. a. b. & b. k. alla base. b. l. sia una medesima proportion (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di duoi solidi. a. b. & b. k. al solido. b. l. sera vna medesima proportion, adonque (per la prima parte della nona del quinto) li duoi solidi. a. b. & b. k. saranno equali, & perche el solido. b. k. e eguale al solido. b. h. & lo solido. b. h. al solido. c. d. seguita (per communia scientia) el solido. a. b. esser eguale al solido. c. d. che e el proposito.

Theorema. xxyii. Propositione. xxxii.

Se li solidi de superficie equidistanti costituti in base eguale, saranno egualmente alti, & le linee angolare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli e necessario esser equali.

Fabricati

Fabricati duoi corpi come se proponedoe che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base eguale, ma non eretti sopra le sue base perpendicolarmente, ma i ambidui inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli fian dute le perpendicolare alla superficie doue sono site le sue base eguale (per la sesta) cadauna di quelle acadauna de lle altre sera equidistante, & etiam per el presupposito cadauna acadauna e quale, perche quelle diffiniscono la altezza di proposti solidi, & se intra que li fian fatti solidi de equidistanti lati, sera manifesto (per la precedente) questi duoi solidi vltimamente costituiti esser fra loro equali, & concludia che delli duoi primi & delli duoi vltimi siano in medesima base, cioe le superficie supreme de quelli, e manifesto (per la vigesima nona ouer trigesima) & per questa commune sententia quelle cose che sono eguale a cose eguale fra loro insieme sono eguale esser el vero quello che stato proposto. per questi medesimi mezzi si te pare tu poi dimostrare li conuersi di que sta & della precedente, ducendo queste indistrettamente per lo medesimo modo & al medesimo inconueniente si come in li conuersi delle due antecedente, perche se tu poni li duoi solidi parallelogrammi esser equali e sopra equal base, & tu conuincerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu conuincerai quelli essere sopra base eguale.

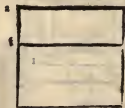
Il Traduttore.

Le due precedente propositioni inella seconda tradottione se dimostraran no in vna, sola propositione cioa in la trigesima prima.

Theorema. xxviii. Propositione. xxxiii.

³³
³¹ Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.

Si ano duoi solidi de superficie equidistanti equalmente alti costituiti sopra le due base. a. b. & c. d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli duoi solidi, e si come la proportione delle due base (seguale sono a. b. & c. d.) dell'una all'altra, certamente e manifesto (per la vigesima quarta) l'una e l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li duoi lati oppositi & equidistanti in la superficie a. b. siano protanti & fra quelli sia fatta vna superficie de lati equidistanti laqual sia f. e. eguale alla c. d. da poi sopra la superficie, f. e. sia compita vno solido parallelogrammo equalmente alto a quello che e costituito sopra al la base a. b. & sia comun termine di ambidui quella superficie che e eleuata sopra la linea b. f. & questi solidi & le sue base siano chiamati de medesimi nomi perche adonque la base f. e. e eguale alla base c. d. (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) lo solido f. e. sera eguale al solido c. d. ma perche la superficie che se eleua sopra la linea b. f. lega el total solido a. e. equidistantemente alli duoi lati oppositi (per la vigesima quinta) la proportione del solido f. e. al solido a. b. sera si come la base f. e. alla base a. b. & concludia che si le base come li solidi c. d. & f. e. siano equali, le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) seguirà (per la settima del quinto tolta due volte, vna per le base & vna per li solidi che la proportione di solidi a. b. & c. d. & delle base f. e. a. b. & c. d. sia vna medesima come voleuemo dimostrare, anchora lo conuincendo di questa non e difficile de dimostrare per mezzo di questa si come li conuersi delle precedente, perche ponendo duoi solidi parallelogrammi esser proportionati all'e sue base, & tu conuincerai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduersario poneffe esser piu alto: vno solido parallelogrammo equalmente alto all'altro che supposito esser piu basso, lo tagliato & l'altro posto seranno proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) & concludia che



total piu alto (dal qual e sta tagliato el partiale) e dlo che e stato supposto essere piu basso, siano proportionali a le medesime baze (dal presupposito) seguita (per la prima parte della nona del quinto) el totale (che l'auerario disse essere piu alto) & lo partiale, che fu tagliato da quello essere equali laqualcosa e impossibile

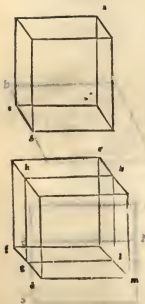
Theorema. xxix. Propositione. xxxiii.

34 Se duoi solidi de superficie equidistanti & le linee delle altezze stia
34 no erette orthogonalmente sopra le baze: seranno equali e necessario le baze de' quelli alle altezze di medemi esser mutue. Et se le due baze seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi e necessario esser fra loro equali.

○ Cni volta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le baze & le altezze de' quelli e necessario esser mutue: si e & conuerso si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) propone la quarta decima del sesto, ma questa trigesima quarta propone da dimostrare di quelli solidi parallelogrammi in li quali le linee delle sue altezze stiano orthogonalmente, alle sue baze parallelogramme, & quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, siano adunque al presente li duoi solidi parallelogrammi a. b. & c. d. equali le baze di quali siano a. e. & c. f. & le linee delle altezze de' quelli siano erette orthogonalmente sopra queste baze & sia la altezza del solido a. b. la linea e. b. & del solido c. d. la linea f. d. adunque se le due linee e. b. & f. d. (determinante le altezze de' essi solidi) seranno fra loro equali, conciosia anchora che essi solidi per el presupposito siano equali (per el conuerso della trigesima prima) le baze de' quelli lequale sono a. e. & c. f. seranno equali, pero le baze & le altezze seranno mutue, & cosi se mani festara la prima parte del presupposito, & al contrario se manifestara la seconda come se le altezze & le baze sono mutue, essendo poste le altezze equali (seranno anchora le baze equali, e pero (per la trigesima prima) & li solidi equali e cosi manifesta la seconda parte, ma se le linee e. b. & f. d. non seranno equali sia maggiore f. d. & da quella sia resegata f. g. alla equalita della linea e. b. & dalle tre linee lequale sono le altezze del solido c. d. siano resegate alla medesima misura in li punti h. i. & sia compilo el solido parallelogrammo e. g. equalmente al solido a. b. & (per la precedente) dello a. b. alio e. g. sera si come della baze a. e. alla c. f. adunque conciosia che lo solido c. d. sia equal al a. b. (per la prima parte della settima del quinto) del c. d. al e. g. sera si come della baze a. e. alla baze c. f. & (per la precedente la proportion del c. d. al e. g. e si come la baze m. f. alla baze f. i. laqualcosa e manifesta se vna delle superficie di lati del solido c. d. (& quella sia f. m.) sia intesa baze di quello, & (per la prima parte del sesto) dalla f. m. alla f. i. e si come della d. f. alla f. g. e pero (per la settima del quinto) si come la d. f. alla b. e. adunque la a. e. alla c. f. e si come la d. f. alla b. e. adunque e manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al contrario della prima tu la prouarai per lo modo contrario, perche sia medema dispositione stante la proportion della a. e. alla c. f. si come la d. f. alla e. b. al presente dico li solidi a. b. & c. d. esser equali, perche (per la settima del quinto) della d. f. alla f. g. sera si come della a. e. alla c. f. ma (per la precedente) lo a. b. al e. g. e si come la a. e. alla c. f. adunque lo a. b. al e. g. e si come la d. f. alla f. g. & (per la prima del sesto) la d. f. alla f. g. e si come la m. f. alla f. i. & (per la precedente) lo c. d. al e. g. e si come la m. f. alla f. i. adunque lo c. d. al e. g. e si come lo a. b. al e. g. adunque (per la nona del quinto) li duoi solidi a. b. & c. d. sono equali che el proposito,

Il Traduttore.

Due che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze stiano erette



erette orthogonalmente sopra le bafe, piu correttamente, faria a dire, & le linee laterale che in alto fe eleuano fiano erette orthogonalmente sopra alle fue bafe: perche le linee che determinano l'altezza di folidi fempre fono perpendicolari alla bafa di tai folidi (per la quarta diffinitione del fefto) ouer alla fuperficie doue fono fite le dette bafe & quefte tai linee della altezza non fempre fono equaie alle linee laterale che in alto fe eleuano di tai folidi il medefimo fi debbe intendere nel commento di quefta, etiam della fequente propofitione.

Theorema. xxx. Propofitione. xxxv.

³⁵
³⁴ Se duoi folidi de termini equidiftanti faranno equali le bafe di quelli alle altezze di medefimi faranno mutue, & fe qualunque duoi corpi de fuperficie equidiftanti, le fue bafe alle fue altezze faranno mutue fe prouano effer equali.

Quello che propoie la precedente di folidi parallelogrammi di quali le linee delle fue altezze fe eleuano orthogonalmente sopra le fue bafe, quefta trigefima quinta propone indiftintamente de tutti; ma conuiente dimoftrare quefta per la precedente, fi come hauemo dimoftrato in la trigefima feconda & 33. perche fabricati duoi folidi che fiano de equidiftanti lati fe le linee delle altezze alle fue bafe faranno erette orthogonalmente: e manifefto effer il vero quello che e detto per la precedente, ma felle non faranno orthogonalmente erette dalli quattro ponti angulari delle fuperficie fupreme in l'uno e l'altro folido fian tirate quattro linee ppendicolarmente alle bafe, ouer dai ponti angulari delle infime fuperficie ne fia erigato quattro, intra lequale compifcano duoi folidi parallelogrammi egualmente alti alli folidi primi, (& per la 29. & trigefima) quefti duoi folidi faranno equali alli duoi primi folidi, conclofia adonche de quefti e de quelli fiano le medefime bafe, & le medefime altezze, & (che per la precedente) fia el vero quello che propone quefta trigefima quinta di quelli fatti in vltima, il medefimo fera il vero etiam di primi.

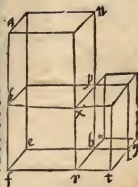
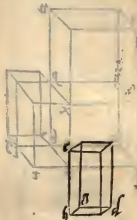
Il Traduttore.

Que due precedente propofitione in la feconda tradotione fe dimoftra no in vna fola cioe in la trigefima quarta.

Theorema. xxxi. Propofitione. xxxvi.

³⁶ Se duoi folidi de fuperficie equidiftanti faranno fimili, la proportione di l'uno all'altro: fera fi come la proportione treplicata, di quale li voglia lato di l'uno al fuo relativo lato di l'altro.

Siano li duoi folidi, a. b. & c. d. parallelogrammi & fimili, dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e fi come la proportione treplicata di l'uno di lati di quello all'uno di lati di l'altro a lui relativo fi come che la proportione de due fuperficie fimile, e fi come la proportione duplicata di fuoi lati relativi, come fu dimoftrato in la decima nona dell'efto: perche li folidi a. b. & c. d. faranno equali conclofia che fono fia poffi fimili (per la diffinitione di corpi fimili, & delle fuperficie fimile) tutti li lati di uno faranno equali alli fuoi relativi dell'altro, e pero conclofia la che proportione treplicata, de due quantita equali ouer, folta quante volte li voglia quefta non fa faluo che proportione de equali.



pio al



plo al ſempio eſſe e el doppio al doppio(per la quintadecima del quinto) & la propoſitione delle baſe di ſolidi parallelogrammi, e ſi come delle baſe di ſerratili, perche ouer che ſeranno le baſe di ſerratili quelle medefime di ſolidi parallelogrammi, & queſto ſera quando le baſe di ſerratili ſeranno tetragoniperche all'ora ſeranno da eſſer compoſti li ſolidi parallelogrammi dalli ſerratili ſopra le medefime baſe, ouer le baſe di ſerratili ſeranno ſon duoble alle baſe di ſolidi parallelogrammi, & queſto ſera q̄do le baſe de li ſerratili ſerannocommunamente trigone, pche all'ora li ſolidi parallelogrammi ſeranno da eſſer compoſti dalli ſerratili, aggiunto alle baſe di ſerratili, le ſuperficie trigone accioche le baſe de ſerratili con li trigoni aggiunti ſiano fatte baſe de ſuperficie de lati equidistanti ſegulta che la propoſitione di ſerratili ſia ſi come quella delle baſe, & per lo medefimo modo, ſe li ſerratili ſeranno equali & ſiano comunamente ſopra baſe triangulare ouer communamente ſopra le baſe quadrangulare, le baſe de quelli ſeranno mutue alle altezze de quelli, eſſi ſerratili ſeranno equali ſi come proponeno la trigefima quarta e trigefima quinta di ſolidi parallelogrammi, & queſto facilmente e manifeſto(per quelle coſe che ſono dette in la trigefima quinta) ma ſe li ſerratili ſeranno fra loro ſimili, la propoſitione dell'uno all'altro, e ſi come la propoſitione del lato de uno al ſuo relativo lato dell'altro duplicata ſi come di ſolidi parallelogrammi (propone la trigefima ſeſta) che per la medefima trigefima ſeſta) facilmente a te ſe manifeſtara dalli parallelogrammi compoſti dalli ſerratili ſimili quelli ſolidi prouari eſſere ſimili la qualcoſa e facile eſſer negotiata(per la diſſinitione di corpi ſimili & delle ſuperficie ſimile, per queſto che li ſerratili ſono poſti ſimili fra loro.

Correlario.

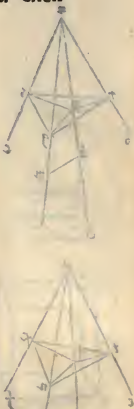
³³ Dico che da queſto e manifeſto, che ſe ſeranno quattro rette linee proportionale, ſi come ſera la prima alla quarta coſi ſera el ſolido de ſuperficie equidistante deſcritto dalla prima, a quello ſimile & ſimilmente deſcritto dalla ſeconda impercioche la prima alla quarta ha treppia propoſitione che alla ſeconda.

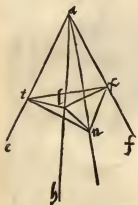
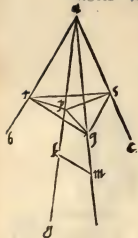
Il Traduttore.

Queſto correlario ſe ritroa ſolamente in la ſeconda tradottione elquale per eſſer da ſe chiaro altramente non lo ſpongo aduertendoti ſolamente che i detti ſolidi deſcritti ſopra alla prima & ſeconda el non ſaſſa che quelli ſiano ſimiſſima biſogna etiam che ſiano ſimilmente poſti ouer deſcritti cioe che le baſe deſeritte dalle dette due linee doue eſſi corpi ſe, ripoſano ſiano ſimile & relatiue de detti ſolidi ſi come fu detto etiam ſopra alla vigeſima del ſeſto delle ſuperficie ſimile.

Theorema. xxxii. Propoſitione. xxxvii.

³² Se ſeranno duoi angoli piani equali ſopra li quali ſiano ſtatuide in ſaere due Ypotumiſſe che cadauna di quelle contengano equali angoli con ciaſcaduno di lati di angoli ſubgiacenti, & in quelle Ypotumiſſe ſiano ſignati duoi ponti, dalli quali ſiano protratte due perpendicolare alla ſuperficie delli propoſti angoli, & dalli ponti ſopra liquali caſcaranno le perpendicolare, ſiano dette due linee rette alli duoi angoli piani, Li duoi angoli che ſerano cōtēnuti da quelle due linee & da quelle due Ypotumiſſe ſe prouano ſe lor eſſer equali.





Siano li duoi angoli piani di linee a, b, c, & d, e, equali contenuti delle linee a, b, c, & d, e, & d, f, & sopra quelli si erigale due linee (ypoumissalment) a, g, & d, h, & sia l'angolo g, a, c, equale all'angolo, h, d, f, & l'angolo, g, a, b, e quale all'angolo h, d, e, in le due ypoumissal, a, g, & d, h, siano signati li duoi punti (come si vo glia x, & l, dal i, quali secondo li precetti della vndecima di questo) siano lassate due perpendicolar alla superficie de angoli, a, & d, lequale siano, k, m, &, l, n, & siano prostrate le due linee, a, m, & d, n, dico adoque l'angolo, g, a, m, esser equale all'angolo, h, d, n, se la linea, a, k, e equale alla, d, l, & viene quidem le non dalla linea, a, g, ha tolta la linea, a, p, equale alla, d, l, & dal punto, p, sia lassada vna linea perpendicolare alla superficie del angolo, a, laqual sia, p, q, adonque e manifesto chel punto, q, e in la linea, a, m, laqual cosa (per la sesta di questo, & per la diffinitione delle linee equidistant, lequale e necessario esser in vna superficie) facilmente e manifesto a colui che ben itudiosamente considerai l'apoi dal punto, q, si han due due perpendicolare vna alla linea, a, b, laquale sia, q, r, & vnaltra alla linea, a, c, laquale sia, q, s, similmente anchora dal poto, n, si han due altre ppendicolar vna alla linea, d, e, laqual sia, n, t, & l'altra alla linea, d, f, la qual sia, n, x, & sian prostrate, r, s, & t, x, & anchora dalli punti, p, &, l, siano tirate le ypoumissal, p, q, p, r, p, s, & l, n, j, t, l, x, adonque poste queste cole, & despolta prudentemente la figura, cosi le apprende la demonstratione del proposito, egliè manifesto (per la pultima del primo) che il quadrato della linea, a, p, e equale alli quadrati delle due linee, a, q, & p, q, & (per la medesima) che il quadrato della, a, q, e equale alli quadrati delle due linee, a, s, & s, q, adonque el quadrato della, a, p, e equale alli quadrati delle tre linee, a, s, q, & q, p, m i per la medesima el quadrato della, s, p, e equale alli quadrati delle due linee, s, q, & p, q, adonque el quadrato della, a, p, e equale alli quadrati delle due linee, a, s, & p, e pero (per la vltima del primo) lo angolo, a, s, p, e retto & per sinel modo tu approuarai cadauno di tre angoli d, x, l, a, r, p, d, t, l, esser retto, conciosia adonque che l'angolo, s, a, p, (per el presupposito) sia equale all'angolo, x, d, l, & la linea, a, p, alla linea, d, l, (per la vigesima sesta del primo) la linea, d, x, sera equale alla, a, s, & la x, l, equale alla, s, p, anchora per lo medesimo modo, conciosia che (per el presupposito) l'angolo, r, a, p, sia equale all'angolo, e, d, l, (per la medesima) la linea, a, r, sera equale alla, d, t, & la, r, p, equale alla, t, l, per laquale cosa per la quarta del primo la linea, r, s, sera equale alla linea, t, x, & l'angolo, r, s, egi all'angolo, d, t, x, & l'angolo, a, s, r, all'angolo, d, x, t, perche l'angolo, a, (dal presupposito) e equale all'angolo, d, adonque (per la conessione) l'angolo, s, r, q, sera equale all'angolo, x, t, n, et l'angolo, r, s, q, all'angolo, t, x, n, perche sono li residui di duoi retti per li duoi equali toiti via, adonque (per la vigesima sesta del primo) e necessario che la linea, r, q, sia equale alla, t, n, & la, q, s, equale alla, n, x, & concioia che (per la penultima del primo) lo quadrato della linea, r, p, sia equale alli quadrati delle due linee, r, q, & p, q, & lo quadrato della linea, t, l, equale alli quadrati delle due linee, t, n, & l, n, & essendo le due linee, r, p, & t, l, lequale, & anchora le due lequale sono, r, q, & t, n, e quale, seguita (per commun scientia) le due che sono, p, q, & l, n, esser equale, per lo medesimo modo, conciosia che el quadrato della linea, a, p, sia equale alli quadrati delle due linee (che sono, a, q, & q, p, l, similmente el quadrato della linea, d, l, alli quadrati delle due linee che sono, d, n, & n, l, & essendo, a, p, equale alla, d, l, & la, p, q, equale alla, l, n, seguita per commun scientia la, a, q, esser equale alla, d, n, adonque (per la ottava del primo) concludo el proposito, cioe l'angolo, p, a, m, esser equale al angolo, l, n, d.

Correlano.

Da questo e manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette equali, & che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale cor & si tirate equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio, le perpendicolare dute da quelle alla superficie in

sic in le quale sono posti li angoli in principio sono fra loro eguale.

Il Traduttore.

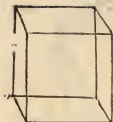
Questo correlario se ritrova solamente in la seconda traduzione el qual correlario dice che per le cose demonstrate nella sopra scritta propositione che egli manifestò che se faranno duoi angoli piani de linee rette (si come li duoi angoli sopra scritti a. & b.) contenuti da linee rette eguale, quale siano pur le linee a. r. a. s. & d. t. d. x. & sopra li lor termini a. & d. siano le due linee a. p. & d. l. eguale & costituente equali angoli con l'una e l'altra de quelle prime p. o. s. t. e. di ce che le p. p. d. icolare d. tte da quelle alle superficie in le q. le sono posti li d. tti angoli sono fra loro eguale le quale perpendicolare in questo caso sono le p. q. & l. n. la qual cosa per le cose demonstrate di sopra e manifesta.

Theorema. xxxiii. Propositione. xxxviii.

38 Se faranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante fatto da quelle tre linee, sarà eguale al solido de superficie equidistante equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equi angolo al predetto.

Siano adunque le tre linee a. b. b. c. & c. d. continue proportionale, & sia fatto dal quelle un angolo solido come si uoglia, & sia compito el solido de lati equidistanti del quale la linea a. a. b. sia la lunghezza & la b. c. d. altezza, & la c. d. la larghezza & questo solido sia detto a. d. anchora sia sopra una linea eguale alla b. c. la quale sia etiam chiamata b. c. & sopra la s. t. r. e. m. i. t. a di quella (la quale e. b.) sia costituito un angolo solido e. i. quale al angolo solido a. se condo che insegna la uigesima sesta & tutte le altre linee cont. nente l'angolo solido b. siano relegate alla equalita della linea b. c. & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la lunghezza & larghezza, & altezza sia la linea b. c. & quello sia detto b. c. Dico adunque li duoi solidi a. d. & b. c. esser equali. Perche egli è manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relative superficie di l'altro laqual cosa tu poi sustentare (per la trigesima quarta propositione del primo libro) Et concio sia che l'angolo solido b. sia posto eguale al solido angolo a. e necessario che l'angolo di qual si uoglia delle superficie del solido a. d. sia eguale al angolo della superficie a se relativa del solido b. c. Adunque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi, faranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascuna superficie quadrilatera sono equali a quattro angoli retti (per la trigesima seconda propositione del primo libro) egli è necessario che li duoi rimanenti di l'uno siano equali alli duoi rimanenti di l'altro a se relativi, Et concio sia che essi duoi rimanenti in quale si uoglia (di d. tte superficie) siano etiam fra loro equali, el se conuenze necessariamente che ciascuna delle superficie del solido a. d. sia equiangola alla sua relativa in el solido b. c. Per la qual cosa (per la seconda parte della decimasima propositione del sesto libro) le base di duoi proposti solidi faranno equali. Perche sono equiangole & de lati mutui, Adunque se le linee delle altezze, stanno orthogonalmente sopra le base de quelli è manifesto (per la trigesima prima propositione) quelli esser equali. Perche concio sia che queste linee siano eguale, & quelle determinano la altezza di solidi, li solidi faranno equalmente alti. Ma se le linee delle altezze de quegli non stanno orthogonalmente alle sue base, prostrate le perpendicolare dalle summita di quelle alle base. Queste perpendicolare (per la precedente) faranno fra loro eguale, perche quelle saranno le come erano in la figura della demonstratione della precedente, le due linee p. q. & l. n. le quale dimostrassimo) bisognar esser equali, Perche adunque la altezza

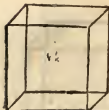




a



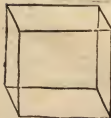
b



c



d



e

di tutti li solidi se diffinisse per le perpendicolare descendente dalle summità di quelli alle sue base li duoi solidi .a. d. & .c. b. (per la trigesima seconda) faranno equali, anchora possiamo dimostrare (parendone) lo conuerfo di questa per lo modo cōtrario, come sel corpo parallelogrammo .a. d. sia equale, & equiangolo al corpo parallelogrammo .b. c. & lo corpo .b. c. sia contenuto dalla media de le tre linee continente el corpo .a. d. le tre linee continente el corpo .a. b. faranno continue proportionale. Perche conciosia che li duoi solidi parallelogrammi .a. d. & .c. b. siano equali, & equalmente alti (dal presupposito) essi faranno sopra base equali (per li conuerfi della trigesima prima & trigesima seconda) & perche quelle base de quelli sono equiangole, seguita per la prima parte della decimasextima del sesto) che quelle siano de lati mutui, adunque la proportioni della .a. b. alla .b. c. & si come della .b. c. alla .c. d. per la qual cosa e manifesto il proposito.

Il Traduttore,

Il testo della soprascritta proposizione lo hauemo tolto dalla seconda traduzione per esser piu corretto.

Theorema. xxxiiii. Propositione. xxxix.

Se faranno quante se uoglian linee proportionale, li suoi solidi de ³⁹ superficie equidistante e simili di ciascuna creatione faranno anchora ³⁶ proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione faranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti: li detti solidi faranno proportionale, El simile la uigesimasexta del sesto propone delle superficie.

Hor siano le quattro linee .a. b. & .c. d. proportionale & sopra quelle sia no fabricati quattro solidi parallelogrammi (dalli medesimi nomi nominati) li quali siano espressamente simili. Perche dalli duoi a nestro plazer fabricati sopra le due linee .a. & .c. & li altri faranno da esser fatti secondo li precetti della uigesimasextima. Dico questi quattro solidi esser proportionali, & conuerfo, & per demonstrar questo siano sotto aggiunto alle due linee .a. b. in continua proportionalita le due (le quale siano .e. f. si come insegna la decima del sesto, & alle due linee .c. & .d. altre due le quale siano .g. & .h. adunque e manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della propositione triplicata, la quale e posta nel principio del quinto & per quelli presupposti) che li solidi .a. & .b. & li solidi .e. & .f. fra loro insieme sono espressamente simili, che la proportioni del solido .a. al solido .b. e si come la proportioni della linea .a. alla linea .f. Anchora del solido .c. al solido .d. e si come della linea .c. alla linea .h. & perche (per la uigesima seconda del quinto) la proportioni della linea .a. alla linea .f. e si come della linea .c. alla linea .h. (per la undecima del quinto) el solido .a. al solido .b. e si come el solido .c. al solido .d. adunque e manifesta la prima parte. La seconda se dimostra in questo modo. Siano li duoi solidi .a. & .b. simili fraloro & li duoi li quali siano .c. & .d. fra loro espressamente simili, & siano tutti parallelogrammi, & siano possi proportionali. Dico che le linee .a. b. & .c. d. (sopra le quale sono con simili) sono proportionale & per demonstrar questo sia (per la decima

del ſesto) ſi come la linea, a. alla linea, b. coſi ſia la linea, c. alla linea, k. & ſia fatto (ſecondo la uigeſima ſettima de queſto) ſopra la linea, k. un ſolido iſpreſſamente ſimile al ſolido, d. el quale ſia etiam detto, k. & (per le diſtinzioni di corpiſſimile & d. lle ſuperficie ſimile & per la uigeſima del ſesto) el corpo, k. ſara iſpreſſamente ſimile al corpo, c. & pero (per la prima parte de queſta trigefima nona gia preuata per auanti) la proportion de ſolido, a. al ſolido, b. ſara ſi come del ſolido, c. al ſolido, k. Et perche la medefima era del ſolido, c. al ſolido, d. (per la ſeconda parte della nona del quinto) lo ſolido, k. ſara eguale al ſolido, d. Et concoſia che quelli ſiau iſpreſſamente ſimili, ſeguita la linea, k. eſſer eguale alla linea, d. Perche la equalita non e produtta da alcuna proportion triplicata (ouer tolta quante uolte ſi uoſſia) ſe non dalla eguale, A queſto modo adonque (per la ſeconda parte della ſettima del quinto) e manifeſto la ſeconda parte, Ma non penſare che el ſia neceſſario ciaſcun di detti quatro ſolidi, a. b. c. d. eſſer ſimile a qual ſiuoſſia dell' altri, perche tu te ingannareſti. Ma li duoi ſolidi di a. & b. e ben neceſſario eſſer ſimili fra loro, & ſimilmente, li duoi c. & d. Ma li ſolidi c. & d. eglie accidentè eſſer ſimili alli duoi ſolidi, a. & b. ma el non e neceſſario, li medefimo (per queſta trigefimanoua) poterai concludere facilmente di ſerratili.

Il Traduttore.

La ſopraſcritta propoſitione pateria oppoſitione perche ſopra alla linea, b. le porria deſcriuere un ſolido ſimile al ſolido, a. & ſimilmente unaltro ſopra alla linea, d. ſimile al c. & tamen li detti ſolidi non fariano proportionali (quantunque ſe dare quatro linee foſſeno proportionale) e pero il triſto della ſeconda tradutione e piu corretto alſai el qual parla in queſta forma.

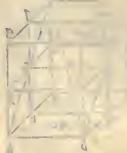
Se fariano quatro rette linee proportionale, anchora li ſolidi de ſuperficie ſequidistanti ſimili & ſimilmente deſcritti da quelle faranno proportionale, Et ſe li ſolidi de ſuperficie equidistanti ſimili & ſimilmente deſcritti da quatro linee rette, faranno proportionali & queſte rette linee farano anchora proportionale.

Si che el non ſatifa che li detti ſolidi ſiano ſimili, ma biſogna che ſiano etiam ſimilmente deſcritti ſi come (delle ſuperficie) fu detto ſopra alla uigeſima ſeconda del ſetto altamente la proportion pateria op poſitione ideo &c.

Theorema. xxxv. Propoſitione. xl.

Se un piano ſara retto a un piano, & da uno ponto (ſtante in uno de detti piani) ſara dutta nna perpendicolare in laltro piano, eſſa perpendicolare cadera in la communa ſectione de quelli medefimi piani.

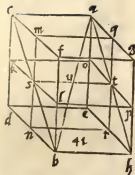
Hor ſia el piano, c. d. retto al piano, a. b. & ſa commune ſectione de quelli ſia d. a. & ſia tolto a caſo el ponto c. in eſſo piano, c. d. Dico che una perpendicolare dutta da eſſo ponto, c. in el piano, a. b. quella cadera in eſſa ſectione, d. a. Perche ſel fuſſe poſſibile (per lauerſario) poniamo che quella cada fuora ſi come la, e. f. & quella caſchi in el detto piano, a. b. in ponto, f. & da queſto ponto, f. ſia proratta la, f. g. in el piano, a. b. perpendicolare alla detta ſectione d. a. (per la undecima del undecimo) la quale ſara ad angoli rett'al detto piano, c. d. & ſia proratta la, e. g. Adonque perche la, f. g. e ad angoli retti al detto piano, c. d. & la, e. g. (ſtante in el piano, c. d.) tocca quella Adonque l'angolo conuerſuto ſotto, f. g. e, retto, Ma etiam la, e. f. a eſſo piano, a.



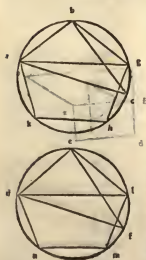
b.e ad angoli retti, adonche l'angolo che sotto e, f, g, e retto. Per laqual cosa, duoi angoli de quel triangolo, e, f, g, sono equali a duoi angoli tertilia qual cosa e impossibile (per la decima settima del primo) Adonche la perpendicolare ditta dal ponto e. in el piano, a, b, non cade fora di essa sezione, a, d, adonche cade in quella che era da dimostrare.

Theorema, xxxvi. Propositione, xli.

Se li lati de due opposite superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & dalli ponti delle sectioni, usiranno due superficie separate el cubo etiam fra loro, la commune sectione de quelle e necessario legar el diametro del cubo in due parti equali, & quella similmente e necessario esser segata dal diametro in due parti equali.



Statuisse un cubo, el qual sia a, b, del quale e manifesto (per la diffinitione) che tutte le linee che l contiene sono equali & le sue superficie rettangole, perche a un tal corpo difemo cubo. Adòche la basa di questo cubo sia la superficie, a, c, d, e, & la superficie suprema di quello sia b, f, g, h, & la destra di quello sia a, e, g, h, & la sinistra sia la superficie, b, f, c, d. Anchora quella de qua sia la, d, e, b, h, & quella di la, la, a, c, g, f, & lo diametro di quello sia la, a, b, adonche sian diuisi tutti li lati de due qual si uogliam superficie opposite di quello in due parti equali, & sia po, p (al presente) le superficie delle quale li lati sian diuisi la destra, & la sinistra. Dico che siano diuisi li quattro lati, della destra, sopra li quatro ponti, li quali sono o, o, p, q, r, t. Et la sinistra sopra li quatro li quali sono k, l, m, n, & siano congiunti li ponti in queste superficie opposite dutte le linee, o, p, & q, r, lequale se segano fra loro in ponto, t. Anchora ditta le, k, l, & m, n, lequale se segano fra loro in ponto, s, & siano anchor compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protatte le linee, o, k, & p, l, q, m, & r, n, & sia la commune sectione di queste due superficie la, s, t. Dico adòque che la linea, s, t, dvide el diametro, a, b, & q, l, e diuisa dal medemo diametro in due parti equali, laqual cosa e manifesta perche luna e l'altra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente couien dimostrare quello che e proposto. Hor, sian produtte le due linee, t, a, & t, h, similmente le due, t, c, & t, b, & (per la, q, del primo) la, a, t, fara equala alla, t, h, & la, t, c, equala alla, t, b, & e manifesto (per la prima parte della, 29, del primo) che l'angolo, p, t, q, e equala al angolo, a, q, t, & (per la quantita del primo) l'angolo, h, t, p, e equala al angolo, t, a, q. Adòque per la, 32, del primo tutto l'angolo, h, t, q, con l'angolo, q, t, a, uale per dui retti. Per laqual cosa (per la, 14, del primo) la linea, a, h, fara una sol linea, & similmente anchora la linea, c, b, fara una sol linea, & perche (per la nona di questo) la linea, a, c, e equidistante alla linea, b, h, perche luna e l'altra e equidistante alla linea, d, e, & concludo che quelle sian equali, perche sono lati del cubo, seguita per la 33, del primo, le due linee, a, h, & c, b, esser equali & equidistanti, & per la connectione) le mita di quelle, le qual sono, a, t, & b, s, faranno equali, & (per la settima di questo) e manifesto che la linea, s, t, e in superficie delle due linee, a, h, & b, c, & (per la medema) la linea, a, b, la quale e il diametro del cubo, e etiam diametro della superficie parallelogramma a, c, b, h. Adonche la linea, s, t, sega lo diametro, a, b, Seghi adonche quella in ponto, t. Dico adonche la linea, s, u, esser equala alla linea, u, t, etiam la linea, a, u, alla linea, a, b. Siano intesi li duoi triangoli, a, t, u, b, s, u, di quali li angoli che sono al, t, & s, sono equali fra loro, similmente li angoli di medemi che sono al, a, & b, sono equali fra loro (per la prima parte della uigesima nona del primo) per questo che la linea, d, c, e equidistante alla linea, s, b, Et perche anchora loro sono equali, seguita (per la uigesima sesta del primo) il proposito. I medemo anchora se concludera per el medemo modo se il solido, a, b, non sia cubo, ma solamente corpo



corpo parallelogrammo, ouer contenuto da linee equali, ouer non equali, ouer anchora nel sera retto orthogonalmente sopra alla basa ouer aneche sopra quella inclinato, onde el se applica la figuratioe (in questa quadragesima prima) del cubo a tutte le figure solide parallelogramme.

Il Traduttore.

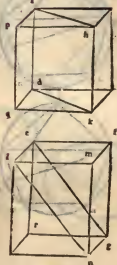
Quello che se propone nella soprascritta propositione del cubo nella seconda tradottione se propone sopra vno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioe tal propositione e piu generale.

Theorem a. xxxvii. Propositione. xlii.



41 Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, & l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triangolare, seranno equalmente alti: quelli dui corpi e necessario esser e quali.

Sia la superficie. a. b. c. d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatere, e. f. g. & sopra queste due superficie siano fatti dui corpi seratili equalmente alti, & siano li seratili che e sopra la basa quadrangola. a. b. c. d. h. K. la basa del quale e la superficie proposta de lati equidistanti. a. b. c. d. l'altra superficie de lati equidistanti de quella e la. a. h. d. K. & la terza e. b. h. c. k. & le due superficie triangulare di quello, luna e il triangolo. a. b. h. & l'altra il triangolo. d. c. k. & lo seratile che e sopra la basa triangola. e. f. g. sia. e. f. g. l. m. n. del quale luna delle sue superficie triangulare e la preditta basa e l'altra il triangolo. l. m. n. & delle tre superficie de lati equidistanti di quello la prima e la. e. f. l. m. e la seconda. e. g. l. n. & la terza la. f. g. m. n. adunque dico questi dui seratili proposti esser fra loro equali & per dimostrar questo sian compiti li dui solidi parallelogrammi aggfondendo all'uno e l'altro di dui proposti seratili vnaltro seratile a se medesimo equali & al primo seratile sopra la medesima basa sia aggiunto lo seratile. a. p. h. d. q. p. di quale le due superficie trilatere sono. a. p. h. d. q. k. & le tre quadrilateri, la prima e. a. h. d. K. (laquale e terminata commune a se medesima & a quella alla quale e stata aggiunta) & la seconda. a. d. p. q. anchor la terza. p. q. h. K. ma allo se condo seratile sia aggiunto vnaltro seratile a se medesimo equali in questo modo: sia aggiunto al primo triangolo. e. f. g. vnaltro triangolo a lui equali elquale sia. e. g. r. talmente che tutta la superficie. e. f. g. r. sia de lati equidistanti, & sopra questo triangolo sia fatto el seratile. e. g. r. l. n. s. elquale con quello alquale e aggiunto compisse vno corpo parallelogrammo, le due superficie trilatere di questo seratile aggiunto sono. e. g. r. l. n. s. & le tre parallelogramme sono, la prima. e. l. r. s. la seconda. e. l. g. n. (& questa e commun termine a se & a quella alla quale e aggiunta) & la terza. g. r. n. s. adunque egli e manifesto per la diffinitione di solidi equali & simili, che li dui seratili componenti lo solido parallelogrammo. a. K. & similmente li dui componenti lo solido parallelogrammo. e. n. fra loro in insieme sono equali & (per la trigesima prima & trigesima seconda de questo) li dui solidi. a. k. & e. n. sono equali fra loro, adunque perche le mita di questi solidi sono li seratili proposti (per communa sententia) e manifesto quelli essere equali perche tutte le cose che seranno equali le mita di quelle e necessario essere equali per tanto e manifesto quello che sia proposto.



Fine del vndecimo libro.



Theorema.ii. Propositione.ii.

¹ De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, e si come la
² proportion del quadrato del suo diametro, al quadrato del dia-
etro dell'altro.

Siano li duoi circoli, a, b, & c, d, li diametri di quali siano detti a, b, & c, d, di
co adonque che la proportion del circolo, a, b, al circolo, c, d, e si come del
quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro, c, d, perche e che manife-
sto (per questa commune scientia, quanta e qual si uoglia magnitudine ad alcu-
na seconda, tanta e necessario esser qual si uoglia terza ad alcuna quarta) che la
proportion del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro,
c, d, e si come del circolo, a, b, ad alcuna superficie laqual sia, e laqual sia po-
sta di qual figura ouer forma si uoglia, & questa e impossibile esser maggior ouer
minore del circolo, c, d, perche se egile possibile quella esser minore del circolo,
c, d, sia adonque minore in la superficie, f, e per tanto il circolo, c, d, sia eguale al-
le due superficie, e, f, tolte insieme adonque e manifesto (per la prima del deci-
mo) che el si poi dal circolo, c, d, (& dell'i suoi residui) sottrarre tante volte il piu
della mita per fina a tanto che rimanga alcuna quantita minore de, f, adonque
a quello sia inscritto (come insegna la sesta del quarto) lo quadrato, c, d, g, h, del
qual e manifesto esser piu della mita del circolo, perche el quadrato che e dop-
pio a quello, & quello che circonscrive il cerchio come e manifesto per la penul-
tima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che
stanno sopra li lati del quadrato tolte egualmente insieme seranno minori del-
la superficie, f, di basta, ma selle non seranno minore: siano diuisi li quattro archi
che stanno sopra li detti lati in due parti equali, & li ponti diuidenti li detti ar-
chi siano continuade per linee rette con le estremita di lati continenti, verbi gra-
tia, lo archa, e, g, sia diuiso in due parti equali in ponto, k, & siano prorate le linee
k, e, k, g, & cosi procedere in li altri, & cadauno di triangoli descritti sopra li lati
del quadrato, sera maggiore della mita della portione in laquale sta dentro, im-
perche ogni triangolo yscelo e la mita del parallelogrammo della sua basa
(per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno so-
pra li lati del ottagono inscritto tolti insieme minori della superficie, f, perche se
egli non fusseno minori, non cessaremmo di diuidere li archi (di quali li lati della
figura della vltima descriptione sono corde) in due parti equali & inscriuer un
figura equilatera del doppio piu lat della prima sempre da sottrarre da esse por-
tione del circolo maggiore della mita per fina a tanto che (per la prima del de-
cimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscrita in el cir-
colo tolte insieme seranno minore della superficie, f, adonque per el presente sia-
no quelle che sono dette, & (per la concettione) lo ottagono, c, d, sera maggiore
de la superficie, e, adonque sia inscritto in lo circolo, a, b, per la medesima via un
simile ottagono, elqual sia detto, a, b, e cosi (per la precedente) la proportion
del ottagono, a, b, al ottagono, c, d, e si come del quadrato del diametro, a, b, al
quadrato del diametro, c, d, e pero (per la vndecima del quinto) si come la pro-
portion del circolo, a, b, alla superficie, e, adonque premutatamente del poligo-
no, a, b, al circolo, a, b, sera si come del poligono, c, d, alla superficie, e, & concio-
sia chel poligono, c, d, sia maggiore della superficie, e, sera el poligono, a, b, mag-
giore del circolo, a, b, laqual cosa e impossibile, adonque la superficie, e, non mino-
re del circolo, d, ne etiam maggiore perche se questo potesse esser possibile, sia
maggiore adonque co sciofia, che la proportion del quadrato del diametro, a, b,
al quadrato del diametro, c, d, sia si come del circolo, a, b, alla superficie, e, sera
al contrario del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro, a, b, si co-
me della superficie, e, al circolo, a, b, & manifesto (per la commune scientia po-
sta inel principio di questa demonstratione) che la medesima e del circolo, c, d, ad
alcuna superficie (laqual sia, f,) & (per la decima quarta del quinto) la superficie,



1, fera minore del circolo a.b. adonque la proportion del quadrato del diametro c.d. al quadrato del diametro a.b. biera si come del circolo e.d. alla superficie minore del circolo a.b. ma per quello che hauemo dimostrato poco auanti si troua seguitar lo impossibile cioe lo poligono inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie e non puol esser minore del circolo. c.d. ne etiam maggiore, necessariamente adonque fera eguale per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) e manifesto el proposito.

Theorema.iii. Proposizione.iii.

3 Ogni piramidi che habbia la basa triangolare, puol esser diuisa in due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in duoi seratili, & quali liquali ambidui tolti insieme e necessario esser maggiori della mita di tutta la piramide.

Sia la pyramide a.b.c.d. sopra la basa triangolare b.c.d. & l'angolo solido de la vertice di quella sia, a. dal quale siano dute le tre ypothemisse a.b.a. e. a.d. alli trei angoli della basa, & si auo diuisi tutti i lati della basa in due parti eguale in li trei ponti e.f.g. & similmente anchora le tre ypothemisse sian diuise in due parti eguali in li trei ponti h.k.l. & sian prostrate (in la basa) le due linee e.f. & e.g. & la basa di detta pyramide sara diuisa in tre superficie delle qual due sono li duoi triangoli b.c.f. e.g.d. liquali (per la seconda parte della seconda del i e sto & per la diffinitione delle superficie simile) e manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la ottaua del primo) la terza & quadrangola & parallelogramma & quella e.e.f.g. la quale e manifesta esser doppia al triangolo e.g.d. (per la quadragesima & quadragesima prima del primo) siano adò que vn'altra volta dal ponto h. prostrate le due ypothemisse h.e.f. h.g. & dal ponto k. la ypothemissa h.k. & sian prostrate le linee h.k. k.l. & l.h. a donque tutta la pyramide a.b.c.d. e diuisa in due pyramide che sono h.b.c.f. & h.k.l. & in duoi seratili di quali luno e, e.h.f.g.k.c. & e sopra la basa quadrangola e.f.g.e. & l'altro e.e.g.d.h.k.l. & e sopra la basa triangola e.g.d. ma delle due pyramide h.b.c.f. a.h.k.l. che quelle sian equali & simile fra loro & a tutta la pyramide a.b.c.d. e manifesto, per la diffinitione di corpi equali & simili, & per la decima del vndecimo libro, & per la seconda parte della seconda del sexto) ma per li duoi seratili che quelli sian equali e manifesto (per la vltima dello vndecimo) ma che ambidui li seratili tolti insieme sian maggiori della mita di tutta la pyramide da questo e manifesto, che luno e l'altro di quelli e diuibile in duoi pyramide del le quale l'una e triangola eguale a vna delle due in le quale fu diuisa la total pyramide con li detti duoi seratili, etiam l'altra quadrangola laqual e doppia alla restante, per laqual cosa e manifesto che ambidui li seratili tolti insieme, esser li trei quarti di tutta la total pyramide diuisa, se tu desiderassi saper questa propositione recorti alla sesta di questo duodecimo libro, ma inquanto al proposito a si satisfa a saper quelli duoi seratili tolti insieme, eccedere le due partiali pyramide (in lequale se diuide la total pyramide, con li detti duoi seratili) tolte insieme in que quantita si voglia.

Theorema.iiii. Proposizione.iiii.

4 Se due pyramide equalmente alte, le base delle quale sian triangulare, sian diuise ciascaduna in due pyramide eguale, & simile fra loro etiam alla totale, & in duoi seratili, equali, la proportion della basa dell'una alla basa dell'altra sara si come la proportion de li suoi duoi seratili, alli duoi seratili dell'altra, & sara manifesto che tutti li

feratili che seranno in quala si uoglia di quelle piramide tolci insieme a tutti li feratili che seranno in l'altra piramide, hauere la medesima proportionone, che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide, le base delle quale sian triangolare equilateralmente alte, cioè luna l.a. b. c. d. el cono della quale sia el ponto. a. & la basa el triangolo. b. c. d. & le ypothemisse. a. b. a. c. a. d. & l'altra l.a. e. f. g. h. el cono della qual e el ponto. e. la basa il triangolo. f. g. h. le ypothemisse. e. f. e. g. e. h. & queste due pyramide siano diuise si come in la precedente cioè prostrate nella prima le linee diuidenteli li lati di essa basa in due parti equali, lequale siano. k. l. x. k. m. & nell'altra prostrate similmente le linee. n. p. n. q. Dico adonque che la proportionone della basa. b. c. d. alla basa. f. g. h. e si come di duoi feratili della pyramide. a. tolti insieme alli duoi feratili della pyramide. e. tolti insieme. & e manifesto (per la seconda parte della decima octaua del sesto) che la proportionone del triangolo. b. c. d. al triangolo. k. m. d. e si come della linea. b. d. alla linea. k. d. duplicata & (per la medesima anchora) la proportionone del triangolo. f. g. h. al triangolo. n. q. h. e si come della linea. f. h. alla linea. n. h. duplicata, & conchiosia che la linea. b. d. alla linea. k. d. sia si come la linea. f. h. alla linea. n. h. (perche di luna & di l'altra la proportionone e doppia) lo triangolo. b. c. d. al triangolo. k. m. d. sera si come lo triangolo. f. g. h. al triangolo. n. q. h. & premutatamente lo triangolo. b. c. d. al triangolo. f. g. h. si come il triangolo. k. m. d. al triangolo. n. q. h. & lo triangolo. k. m. d. al triangolo. n. q. h. e si come lo feratili che si ripossa sopra esso medesimo, al feratili che si ripossa sopra quello (per la. 13. del vndecimo) anchora di questo feratili a quello e si come di ambidui li feratili della pyramide. a. tolti insieme ad ambidui li feratili della pyramide. e. tolti insieme (per la quinta decima del quinto) perche e necessario che el doppio al doppio sia si come el sempro al sempro, adonque (per la undecima del quinto) conclude quello che e sta proposto, ma se tu dubita li feratili di vna di queste pyramide esser equalmente alti alli feratili dell'altra pyramide tu non stai in errore, perche conchiosia che le pyramide siano equalmente alte & sia anchora all'una e l'altra de quelle diuise in due pyramide equali fra loro & tutta la pyramide simile & in duoi feratili equali & siano le due parziale pyramide equalmente alte, imperoche sono simile & equali laqualcosa facilmente sera manifesta, prostrate le, perpendicolare dalle cimme delle parziale pyramide alle base de quelle delle quale perpendicolari (per la trigesima settima del vndecimo) e manifesto esser equali. & conchiosia che le altezze di queste parziale pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide diuisa, & ambidui li feratili siano equalmente alti a una di le parziale pyramide cioè a quella laquale e composta sopra lo parziale triangolo della basa della total pyramide non e il caso di uolere li feratili di vna di quelle pyramide esser equalmente alti alli feratili dell'altra, e per questo e manifesto lo correlario che similmente le base delle parziale pyramide, cosi sono fra loro insieme si come li duoi feratili dell'una alli duoi feratili dell'altra, & perche le base parziale cosi sono fra loro si come le base delle totale (per la seconda parte della decima octaua del sesto) & per la permutata proportionone & per la decima terza del quinto, e manifesto esser el vero quello che propone il correlario.

Il Traduttore.



Lo sopra scritto correlario vol inferire questo che per le ragion addotte e gli e manifesto che diuidendo anchora caduna di quelle due pyramide parti e secondo il medesimo modo (cioe pur in due pyramidet, & duoi feratili, & da pol e adaua di queste quattro, & ouero pyramidet diuidere anchora in el predetto modo, & cosi andar pro: edendo in queste altre otto & otto pyramidet

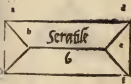
dione se propone qualmente le pyramide che hanno le bafe multiangole & che fua no fono a una medema altezza fono medemamente proportionale alle fue bafe ma perche tal propofitione, fe propone & dimoftra medefimamente fopra alla fequente con altre particolarita hauemo propofita quella.

Theorema.vi. Propofitione.vi.

⁶ $\frac{7}{7}$ Ogni corpo feratile, e diuifibile in tre pyramide eguale, & che hanno le bafe triangolare.

Si la lo feratile. a.b.c.d.e.f. dico quello effer diuifibile in tre pyramide eguale che hauerranno le bafe triangolare, & per dimoftrar quefto fiano protraite in cadauna delle fue tre fuperficie parallelograme le diagonale talmente che una di quelle diagonale fia conterminale con le altre due, come fe tu protrairai le linee b.d.b.f.& f.a. (lequale non ho volefio protraere perche generariano confufione) & tutto lo feratile fara diuifo in tre pyramide triangolare, lequale facilmente (per la precedente tolta due volte fera manifesto effer eguale.

Il Tradottore.



Chi non fuffe ben chiaro di quefta propofitione, formi vno prisma, ouer feratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale come di fopra fe propofitione, e confiderare poi bene con la mente lo andar de quelle fe trouara (come di fopra e detto) el detto feratile effer diuifo in tre pyramide delle quale, due di quelle tolte per vn verso fe cognofcera effer fra loro eguale perche fe vedera che ripo faranno fopra due bafe triangolar eguale (cioe fopra le due mita de una di quelle fuperficie parallelogramme giacente in piano) e hauerranno una medefima altezza perche ambedue termineranno nel angolo b. del feratile, l'altra poi confiderandola per vnaltro verso: cioe che la fua bafa fia l'uno di duoi triangoli del feratile & la fua altezza la lunghezza del feratile, & perche l'una delle altre due prime pyramide poffede l'altro capo triangular del feratile, & dandoli quel per bafa: hauera per fua altezza pur la medefima lunghezza del feratile, e pero fera eguale a quella (per la precedente) onde (per communia fcientia) ferau tutte tre eguale che e el propofito.

Correlario.

⁰ $\frac{7}{7}$ Etiam da quefto e manifesto: che ogni pyramide e la terza parte d'una prisma, che habbia la bafa, & la altezza eguale a quella medema perche fe la bafa della prisma hauera altra figura rettilinea che triangulare, fia diuifa la medefima dalle due fuperficie oppofite, in prisme che habbiano le bafe triangulare.

Il Tradottore.

Quefto correlario fe ritroua folamente in la feconda tradottione, vero e che quefto commentatore interpone piu propofitioni, lequale pare che fiano da lui agglotte, la prima delle quale propone in parte quello che concludo el foprafcritto correlario laquale dice in quefta forma videlicet.

Theorema.xii. Propofitione.xii

⁶ $\frac{0}{0}$ Se duoi solidi (di quali l'uno fia feratile, & l'altro pyramide la bafa del laquale fia triangola) feranno conftituti egualmente alti; fopra una

medesima basa, ouer sopra basa equale triangulare ouer il seratile sopra una quadrangola & la piramide sopra una triangola la quale sia la mita della basa quadrangola del seratile, lo seratile conuien esser triplo alla piramide.

V. CIII

Se il proposto seratile sera sopra vna basa triangulare, allhora dalla pyramide sopra la propria basa sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta pyramide, ma sel seratile sera sopra vna basa quadrangola allhor alla basa della pyramide sia giunto vn triangolo dal quale etiam sia compido alla basa della pyramide vna superficie de lati equidistanti sopra alla quale da essa pyramide sia compido vno seratile equalmente alto alla pyramide, adonque perche questo seratile e equalmente alto al primo seratile & le basa delluno e di laltro sono equale dal presupposito, seguita quelli esser fra loro equali & questo fu dimostrato in la quadragesima seconda del vndecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo secondo seratile e triplo alla proposta pyramide perche quella e vna delle tre pyramide in lequale se diuide quel seratile anchora (per commun scientia) lo pposto seratile sera treppio alla proposta pyramide.

6 Se sopra una medesima basa: ouer sopra basa equale seranno costituite quante pyramide si uoglià equalmente alte, delle quale le basa siano triangole, quelle e necessario esser fra loro equale.

Perche fabricato vno seratile equalmente alto alle pyramide proposte, sopra vna basa triangola equale a vna delle basa delle proposte pyramide ouer sopra vna basa quadrangola doppia a una delle basa delle medesime, esso seratile sera treppio a ciascuna di quelle pyramide, & questo e manifesto per la precedente aggiunta ouer interposta adonque (per commun scientia) tutte le proposte pyramide sono (come hauemo detto) fra loro equale.

6 Tutte le pyramide equalmente alte delle quale le basa sono triangole o le sono proportionale alle sue basa

Si an fatti sopra le basa delle proposte pyramide, ouer sopra altre triangulare equale ouer sopra parallogramme doppie li seratili equalmente alti, a quelle pyramide, & per questo li seratili seranno fra loro equalmente alti, & perche li seratili sono proportionali alle sue basa come e prouado in la trigesima sesta del vndecimo mediante la trigesima terza del medesimo: & conciosia che (per la prima de queste aggiunte) sia manifesto questi seratili esser treppio alle proposte pyramide, cioè cada uno alla sua relatiua: & le basa de quelli esser equale ouer doppie alle basa di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio così e il sempio al sempio serano anchora le proposte pyramide proportionale alle sue basa.

Il Tradottore.

Questa sopra scritta propositione e simile alla quinta me la dimostrazione e diuersa da quella & questo e perche in quella non era anchor noto che vn seratile fusse treppio a vna pyramide de equal basa & di equal altezze così lui,

Se qualunque due pyramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola, & de l'altra quadrangola, ouer de piu lati, quelle pyramide conuien esser proportionale alle sue basa.

Exempli

E s'empì gratia siano intese due pyramide eq̃lmet̃e alte, sopra le due bafe. *a. & b.* & sia la oafa. *a.* triangola & la *b.* pentagona. Et siano queste pyramide dette *a. & b.* Adonque dico la proportionē delle due pyramide. *a. & b.* esser si come delle bafe. *a. & b.* & per dimostr̃ar questo sia diuiso il p̃thagono. *b.* in tre triangoli. *c. d. e.* & tutta la pyramide. *b.* sarà diuisa in tre pyramide equalment̃e alte delle quale le bafe sono li triangoli. *c. d. e.* le quale siano etiam chiamade dalli nomi delle sue bafe. Adonque perche (per la precedente interposita) la proportionē della pyramide. *a.* alla pyramide. *a. e* si come del triangolo. *a.* al triangolo *a. &* della pyramide. *d.* alla pyramide. *a.* si come del triangolo. *d.* al triangolo. *a. &* similmente della pyramide. *e.* alla pyramide. *a.* si come del triangolo. *e.* al triangolo. *a.* seguita adonque (per la uigesimaquarta del quinto tolt̃a due uolte) che la proportionē del aggregato de tutte le pyramide. *c. d. e.* (& quello e la total pyramide. *b.* alla pyramide. *a. e* si come del aggregato de tutti li triangoli. *c. d. e.* (& quello e il pentagono. *b.* al triangolo. *a.* adōque e manifesto el nostro int̃eto.

6 Tutte le piramide laterate equalmente alte se approuano esser proportionale alle sue bafe.

Se una di quelle sarà sopra una bafa triangola, per la precedente Interposita se manifesto quello che e detto: ma se le bafe de l'una & di l'altra sarà di molti angoli resoluta quale si uoglia delle sue bafe in triangoli, & quella pyramide, in pyramide triangelare. Et (per la precedente interposita) la proportionē di cadauna di quelle pyramide triangelare (intra le quale e diuisa l'una delle proposte) a l'altra e si come della bafa alla bafa di l'altra, e per tanto (per la uigesimaquarta del quinto tolta quante uolte bisogna) e manifesto, esser il uero quello che hauemo detto.

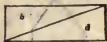
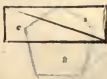
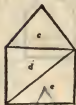
Il Tradottore.

La soprascritta interposizione ouer aggiunta in la seconda traduzione. L'auto re ne fa una proposizione laquale e la sesta come di sopra uedi in margine notado.

Theorema. vii. Propositione. vii.

Se due piramide de bafe triangelare saranno eguale, le bafe de, quelle faranno mutue alle altezze delle medeme, Et se le bafe, & le altezze saranno mutue, le medeme piramide e necessario esser fra loro eguale.

Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo) propone di solidi parallelogrammi, & noi dimostrassimo in la trigesima sesta del medesimo di serati, questa settima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le bafe triangolare. Hora, siano intese due pyramide eguale sopra li duoi triangoli. *a. & b.* le quale siano pur dette. *a. & b.* E per tanto dico che la proportionē della bafa. *a.* alla bafa. *b.* e si come la proportionē della altezza della pyramide. *a.* alla altezza della pyramide. *a. &* se questo sarà dico che le pyramide. *a. & b.* esser fra loro eguale. Et per dimostr̃ar questo siano aggiunti alli duoi triangoli *a. & b.* duoi altri triangoli li quali siano. *c. & d.* accio che facciano ambidue le superficie. *a. c. & b. d.* de equidistanti lati, & da quelle pyramide (sopra le bafe. *a. & b.* d. siano compidi solidi parallelogrammi equalment̃e alti alle proposte pyramide li quali similmente siano detti. *a. c. & b. d.* Adonque (per la sesta de questo duodecimo) e manifesto che la pyramide. *a.* e la metà parte del solido. *a. c. &* la pyramide. *b.* la metà del solido. *b. d.* Adonque (per la trigesimaquinta del undecimo) arguile il proposito, cioe la prima parte, per la prima & la seconda per la seconda.



Ma se qualunque due piramide laterate faranno eguale : le bafe di quelle alle altezze delle medefime faranno mutue, & fe le bafe de quelle alle altezze delle medefime faranno mutue, le medefime piramidi de bifogna effer eguale.



SE le bafe de luna & de l'altra faranno triangole egli è stato dimoſtrato effer il uero quello che hauemo detto : ma fe folamente una fia triangolare hor fia .a. & la bafe de l'altra pyramide fia .b. & fia fatto lo triangolo .c. eguale al poligono .b. & ſopra .c. ſia fatta una pyramide egualmente alta alla pyramide che è ſopra .b. & ſiano .a. b. c. nomi eguoci delle pyramide & delle bafe. Adòque perche le due pyramide .a. & .b. (dal preſuppoſito) ſono eguale & (per la ultima delle interpoſte alla ſeſta di queſto) le due pyramide .b. & .c. ſono eguale & (per comune ſciencia) le due pyramide .a. & .c. faranno eguale. Adòque le bafe de quelle ſono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della ſettima de queſto) & concioſia che le bafe .b. & .c. ſiano eguale, & anchora le altezze delle pyramide .b. & .c. eguale (per la prima parte & ſeconda della ſettima del quinto) le bafe .a. & .b. faranno mutue alle altezze delle pyramide .a. & .b. La ſeconda parte ſe approua per el contrario modo. Perche fe della bafe .a. alla bafe .b. ſara come la altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. (per la ſeconda parte & prima della ſettima del quinto) della bafe .a. alla bafe .c. ſara ſi come la altezza della pyramide .c. alla altezza della pyramide .a. Adòque (per la ſeconda parte de queſta ſettima) le due pyramide .a. & .c. ſono eguale per la qual coſa (per comune ſciencia) anchora le due pyramide .a. & .b. ſono eguale. Ma ſe ne luna ne l'altra delle propoſte pyramide ſarà triangola ma che luna e l'altra ſia poligona, uerbi gratia luna ſia pentagona e l'altra eſtagona le quale al preſente ſiano dette .a. & .b. ſia ſimilmente toltò lo triangolo .c. eguale allo eſtagono .b. ſopra el quale ſia fatta una pyramide egualmente alta alla pyramide .b. & le due pyramide .b. & .c. faranno eguale, e pero etiam le due che ſono .a. & .c. (per la coniectura) faranno eguale per la qual coſa ſi come della bafe .a. alla bafe .c. coſi ſarà l'altezza della pyramide .c. alla altezza della pyramide .a. & queſto per auanti è ſtato dimoſtrato. Adòque (per la ſettima del quinto) della bafe .a. alla bafe .b. e ſi come l'altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. lo conuerſo e manifeſto per lo modo contrario, perche fe della bafe .a. alla bafe .b. ſara ſi come l'altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. ſara anchora (per la ſettima del quinto) della bafe .a. alla bafe .c. come l'altezza della pyramide .c. alla altezza della pyramide .a. e pero (come e manifeſto dalle prime) le due pyramide .a. & .c. faranno eguale per la qual coſa, etiam (per comune ſciencia) & le due che ſono .a. & .b. faranno etiam eguale & queſto è il propoſito.

Theorema. viii. Propositione. viii.

De ogni due pyramide ſimile che habbiano le bafe triangolare, la proportion di luna a l'altra, e ſi come la proportion triplicata dun lato di luna al lato relativo di l'altra.

PROPOſte due pyramide che habbiano le bafe triangolare ſimile, da quelle compoſte duoi ſolidi parallelogrammi ſi come e detto in la demonſtratione della precedente, & queſti duoi ſolidi faranno ſimili imperoche le pyramide ſono ſi poſte ſimile ſtra loro, Perche li duoi angoli ſolidi che ſono comuni alle pyramide & alli ſolidi parallelogrammi, ſono contenuti da angoli ſuperficiali eguali di numero e quantita: Et anchora li lati che contengono quelli angoli ſuperficiali ſono proportionali. Per laqual coſa (per la trigefima quarta del primo) le tre ſuperficie di ſolidi parallelogrammi che conſtituiſcono li angoli ſolidi comuni ſono equiangole, & de lati proportionali, e pero ſono ſimile (per la diſſi-

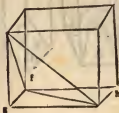
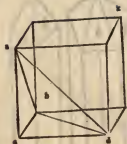
zione delle superficie simile) per la qual cosa (per la uigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi duoi solidi parallelogrammi: sono simili li fra loro: adonque (per la diffinitione di corpi simili) quelli solidi saranno simili, per la qual cosa conciosia che la proportion de solidi, & delle pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono simili alle pyramide (per la sesta di questo) Et concio sia che la proportion de solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relativi triplicata (per la trigesima sesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportion delle proportioni pyramide sarà si come la proportion triplicata di suoi relativi lati che e il proposito.

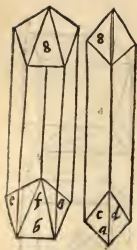
Il Traduttore.

Per esempio figurale della soprascritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile. a.b.c.d.&f.g.h.i. le base delle quale sono li triangoli b.c.d.&f.g.h. & la loro cima ouer angolo supremo a.&e. & li loro solidi siano. c.k.&g.l. sopra le qual figure arguendo come di sopra facilmente uien concluso fo il proposito.

Ma se qualunque due piramide laterate saranno simile, la proportion di l'una a l'altra, sarà si come la proportion triplicata del suo lato al lato a se relativo di l'altra:

Siano due pyramide laterate simili li con delle quale siano a.&b. & siano sopra base pentagonale, le quale sono c.d.e.f.g.h. K.l.m.n. Dico che la proportion di quelle e si come la proportion triplicata di suoi lati relativi perche e gli manifesto (per la diffinitione delle superficie simile & di corpi) che li pentagoni che sono base delle proposte pyramide, & tutti li altri triangoli circondanti esse pyramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone la decimaottava del sesto) esser possibile protratte in querta le linee c.e. & o.f. & in quella .h.l. & h.m. dico adonque queste pyramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equali, perche paragonate fra loro le due pyramide a.c.d.e.b.h.k.l. del le quale li con sono a.&b. & e manifesto dal presupposito) lo triangolo c.a.d. e si fer simile al triangolo b.h.k. & lo triangolo d.a.e. al triangolo k.b.l. Et perche anchora (dal presupposito) lo angolo d.e. e uguale al angolo .K. & li lati c.d. & d.e. (continenti l'angolo .d.) sono proportionali alli lati h.k. & k.l. (continenti l'angolo .K.) li duoi triangoli c.d.e. & h.k.l. (per la sesta del sesto) saranno equali, & pero (per la quarta del sesto) la proportion del c.d.a.l.h.k. sarà si come del c.e. a.l.h.b. & concio sia che (dal presupposito) la proportion del c.a. a.l.h.b. & anchora del a.e. a.l.b.l. sia si come del c.d. a.l.h.k. (per la undecima del quinto) del c.a. a.l.h.b. & del a.e. a.l.b.l. sarà si come del c.e. a.l.h.b. adonque (per la quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo c.a.e. sarà simile al triangolo o.h.b. adonque (per la diffinitione di corpi simili) e manifesto che la pyramide a.c.d.e. e simile alla pyramide b.h.k.l. Similmente anchora e manifesto la pyramide a.c.e.f. esser simile alla pyramide b.k.l.m. & la pyramide a.c.f.g. alla pyramide b.h.m.n. adonque perche (per la ottava) la proportion della pyramide a.c.d.e. alla pyramide b.h.k.l. e si come quella del lato c.d. al lato h.k. triplicata. & anchora della pyramide a.c.e.f. alla pyramide b.k.l.m. si come del c.e. a.l.h.b. triplicata, & anchora della pyramide a.c.f.g. alla pyramide b.h.m.n. si come del c.g. a.l.h.n. triplicata: concio sia che (dal presupposito) la proportion del c.e. f.a.l.h.m. & del g.a.l.h.h. sia si come del c.d. a.l.h.k. seguita (per la decimaterza del quinto) che la proportion delle totale pyramide a.&b. b. si come di una di quelle parziale ad una altra: adonque (per questa ottava & per la undecima del quinto) e manifesto esser li uero quello che hauemo detto.





DI questa soprafcritta propofitione interpofta nella feconda traduttione fe ne fa un correlario.

Tutte le colonne laterate egualmente alte, fono proportionale, al le fue bafe.

Sopra qualunque fpecie di bafe de, molet angoli fiano le, colonne: fe uerifica quello che e detto: & chiamano colonne laterate, li corpi folidi laterati di qua li le bafe & le fuperficie fuprem: fono fimile: & eguale: & tutte le altre fuperficie circonftante, fono de lati egulidiftanti, & la prima fpecie de tali corpi e il feratili le, concio fia che il fe intende effer itatuido fopra una delle fue fuperficie trilaterate & la feconda fpecie e la colonna della quale la bafe e quadrilatera: & la quale e neceffario effer compofita da duoi feratili, & la terza e quella della quale la bafe e pentagona, & quella fe compiffe da tre feratili, & fimilmente Dico che ogni colonna laterata puot effer diuifa in tanti feratili, in quanti triangoli puot effer diuifa la fua bafe, & per tanto fiano intefe le due colonne laterate, a, &, b, & c, & d, & e, ftruide fopra le due bafe, a, &, b, egualmente alte, Dico che la proportion delle colonne, a, &, b, e fi come quella delle due bafe, a, &, b, perche effendo diuife quefte bafe in triangoli, & quefte colonne in feratili, la bafe, a, (la quale fia pofta effer quadrangola (in li duoi triangoli cioe, c, &, d, & la colonna, a, in duoi feratili, e & d, & la bafe, b, (laqual fia pentagona) fia diuifa in li tre triangoli, e, f, g, & la colonna, b, in trei feratili li quali fimilmente fiano chiamati, e, f, g. Adouque, per quel le cofe che fono ftate dette in la trigefima: effa del undecimo fe manifefto che la proportion del feratili, e, al feratili, e, e fi come della bafe, c, alla bafe, e. Et fimilmente del feratili, e, al feratili, e, fi come della bafe, d, alla bafe, e, per laqual cola (per la uigefima quarta del quinto) della colonna, a, al feratili, e, e, f, a fi come della bafe, a, alla bafe, e, per la medefima ragione della colonna, a, al feratili, e, f, a fi come della bafe, a, alla bafe, f. Et fimilmente della colonna, a, al feratili, g, fi come della bafe, a, alla bafe, g. Adouque, per la uigefima quarta del quinto, la quante uolte fara neceffario) ni concludera facilmente il propofito.

Adouque da quefto e manifefto, che tutte le colonne laterate conftituite fopra una medefima bafe, ouer fopra bafe eguale, fe faranno egualmente alte faranno eguale.

Perche concio fia che di fopra e ftato prouato, qualmente le colonne laterate fiano proportionale alle fue bafe, & effendo pofto effer le medefime bafe ouer eguale e neceffario (per la uigefima quarta del quinto) che etiam le colonne fiano eguale.

Anchora e manifefto tutti li folidi paralellogrami, feratili, & colonne laterate, fe ferano egualmēte alte, quelle anchora, fe approuano effer neceffariamente proportionale alle fue bafe.

Perche tutte quefte fono fpecie di colonne laterate, delle quale di fopra e ftato uniuersalmente prouato effer il uero quello che e detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla fua piramide.

Si diuifa la bafe della colonna in triangoli, & fecondo el numero di quelli triangoli fia diuifa la colonna in feratili, & la pyramide della colonna, in pyramide

ramide che habbiano le bafe triangole, cioè quelle che fono bafe di feratili, & p
tanto è manifesto cadauno feratile effer treppio a quella pyramide la quale ita
fopra la medefima bafe con effo feratile, & quefto è ftato dimoftrato in la fetta
di quefto duodecimo libro. Adonque (per la decimarettia del quinto) tutti li
feratili foli in fieme, a tutte le pyramide tolte in fieme, è neceffario effer trippli
& concio fia che da tutti li feratili tolti in fieme fe compite la colonna, & da
tutte le pyramide tolte in fieme uien compita la pyramide della colonna, e ma
nifefto effer il uero quefta nofta propofitione.

Se qualunque due colonne laterate faranno eguale le bafe di quel
le faranno mutue alle altezze di quelle medefime. Et fe le bafe di
quelle & le altezze faranno mutue le medefime colonne: è neceffa
rio effer eguale.

Perche fe le colonne fiano eguale, le pyramide di quelle faranno eguale
perche ognilateralata colonna è treppia alla fua pyamide, & fe le pyrami
de faranno eguale le fue bafe faranno mutue alle fue altezze, fi come è ftato di
mofttrato in la fettima di quefto, adonque perche la bafe delle colonne: & delle
fue pyramide fono quelle medefime, & le altezze fono le medefime e manife
fto la prima parte del propofito. Hor fiano adonque le bafe & le altezze delle
propofite colonne laterate mutue. Dico che le colonne faranno eguale, perche
concio fia che fiano le medefime bafe & le medefime altezze: delle colonne, &
delle fue pyramide, le bafe & le altezze delle pyramide delle propofite colon
ne faranno mutue. Se quefto che ftato pofto delle colonne, fara il uero, adon
que le pyramide faranno eguale, come in la fettima di quefto è ftato dimoftra
to, adonque etià le colonne faranno eguale, cōciofia che quele fiano el treppio alle fue
pyramide, p laqual cofa è manifesto la feconda pte di quello che ftato pofto.

Di ogni due colonne laterate fimile, la proportionone di luna a l'altra
è fi come del lato al fuo relativo lato la proportionone triplicata.

Se le le colonne faranno fimile (per la diffinitione di corpi fimili) la bafe di
quelle & le altre superficie circondante quelle faranno fimile: & per tanto
hanno diuife le bafe di quelle in triangoli fimili & di numero equali, fi come la
decimadecima del fefto propone effer poffibile, & quelle colonne fiano diuife
in feratili ita or fopra quelli triangoli, adonque ftudia di prouare li feratili di
luna effer fimili alli feratili di l'altra: cōciofia al fuo relativo, la qual cofa facil
mente approuerai per el prefuppofto & per la fetta, & quarta, & quinta del
fefto, & per la diffinitione delle superficie fimili: & per la diffinitione di corpi
fimili) & prouato quefto (per la trigefimafefta del undecimo) la proportionone
di cadauno di feratili di una al fuo relativo feratile di l'altra, fara fi come la pro
portionone del fuo lato al lato 'lil quello triplicata. Et perche la proportionone de
tutti li lati è una medefima: cōciofia che tutti li feratili di una fiano fimili al
li fuoi feratili relativi di l'altra. Seguita (per la uigefima del quinto) che fia
una medefima proportionone di tutti li feratili di una alli fuoi feratili relativi di
l'altra per la qual cofa (per la decimaterza del quinto) la proportionone che è
del feratile di una al fuo feratile relativo di l'altra, quella medefima è de tutti
tolti in fieme alli tutti tolti in fieme: & perche tutti li feratili di luna & di l'altra
tolti in fieme componeno le colonne, & li lati relativi di feratili, fono li lati rela
tivi delle colonne (per la 11. del quinto) è neceffario che la proportionone delle co
lonne fia come la proportionone triplicata di fuoi lati relativi che è il ppofto.

Correlario,

Da quefte cofe certamente è manifesto anchora che le pyramide
fimili che hanno le bafe de molti angoli fira loro fono in treppia
proportion della proportionone di lati delle medefime perche diuife
quelle in pyramide che habbiano le bafe triangolare (perche le ba
x



se poligonie simile (per la decimanona del sesto) se diuidono in tria goli simili, & in equal multiplicita, & della medema pportione di tutti) sara sic coe una delle piramide che ha la basa triagolare in luna qlla una a se relatiua che ha la basa triagolare in laltra piramide, & cosi e tutte le piramide che ha le base triagolare che stano in luna a tutte le piramide che hano la basa triagolare che stano in laltra (per la duodecima del qnto) & qsto e qlla medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triagolare alla piramide che ha la basa triagolare e in treppia pportione de la pportione di lati delle medesime (per la precedente) adonque & quella che ha la basa poligonia a quella che la basa similmete poligona ha treppia pportione, che il lato al lato:

il Tradottore.

Lo sopracritto correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conlude quello che fu interposto in principio I deo &c.

Theorema. ix. Propositione. ix.

Ogni colona rotoda, sapproua esser treppiata alla sua piramide.

Sopra il cerchio, a, sia inteso una colona & una pyramide erette, secondo una medesima sua altezza, Et siano dette (equiuoce) quella pyramide & la colona, & il cerchio di uno medesimo non e cioe. a. Dico adonque che la colona, a, e treppia alla pyramide, a. la prouatione della quale e perche la non puol esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente (se possibile e) sia maggiore che iteppia in la quarta del corpo, b. talente che sel corpo, b. sia cavado fuora della colona, a, el residuo di quel la sia treppio alla pyramide, a. Sia adonque inferito un quadrato in lo cerchio, a, sopra il quale siano descritti duoi seratili equalmente alti alla colona a. di quali duoi seratili tolti insieme e manifesto che sono piu della mita di la colona, a. si come e manifesto esso quadrato esser piu della mita del cerchio a. Perche se da questi seratili saranno compidi li solidi parallelogrammi di quali essi sono la mita de essa colona sara parte di essi solidi tolti insieme, & da poi sopra li lati del quadrato inferito descrivero quattro triangoli de duoi lati equali, in la portione del cerchio delle quale portioni, li lati dello quadrato sono corde, diuisi li archi di queste portioni in due parti equali, & siano quelli triangoli, c, d, e, f. sopra li quali etiam erigerai li seratili alla altezza della coonna, a. & e manifesto che questi seratili sono maggiori della mita de delle portioni delle colonne stante sopra le portioni del cerchio si come etiam li triangoli sono maggiori della mita delle portioni del cerchio. Et questo sia fatto tante uolte per fina a tauto (che per la prima del decimo) laderario sia costretto a confessare le pazioni delle colonne tolte insieme esser meno del corpo, b. Hor poniamo adonque che sia la colona laterata ottagonale la qual compone tutti li seratili tolti insieme di quale base sono li triangoli diuidenti lo poligono inferito in lo cerchio, a. maggior del treppio della pyramide rotonda, a. & perche essa colona laterata e treppia alla sua pyramide: si come e stato dimostrato in quelle propositioni che sono state aggiunte in la precedente, seguita (per la seconda parte della decima del quinto) che la pyramide rotonda, a, sia minore della pyramide laterata della colona laterata della quale la basa e lo poligono inferito in la basa della pyramide rotonda, a. la qual cosa e impossibile, perche la pyramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide, a,



non e meno della terza parte della sua colonna, ne etiã e piu della terza parte. Perche (se eglie possibile) sia la pyramide .a. piu della terza parte della coio ina .a. in la quantita del corpo .b. talmente che detratto il corpo .b. del la pyramide .a. lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna .a. Dico adunque si come primi) dalla pyramide .a. sia inteso esser detratta la pyramide laterata a se egualmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio .a. la qual pyramide laterata e manifesto esser piu della metade della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide .a. una altra volta sian intese esser detratte le pyramide egualmente alte continue di so pra l'istriangoli .c. d. e. f. li quali sono in le portioni della basa, & questo sia fatto tante uolte (per la prima del decimo) che dalla pyramide .a. rimanga meno del corpo .b. A donque la pyramide laterata (sopra l'inte allo inscritto poligono) la quale componeno le pyramide laterate detratte dalla rotonda pyramide fara maggiore della terza parte della colonna .a. Et perche questa pyramide laterata (come approuada in le precedente) e la terza parte della sua colonna laterata .a. finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) la colonna rotonda .a. esser minore della colonna laterata della medesima altezza a la basa della quale e il poligono inscritto in la basa della rotonda pyramide. Et questo e impossibile: perche questa colonna laterata e parte della colonna rotonda: Cio cio sia adunque che la colonna rotonda non possi esser meno del treppio della sua pyramide ne etiam piu, fara necessariamente treppia a quella che e quello che uoleuemo dimostrare.

Theorema. x. Propositione. x.

¹⁰
¹² La proportione di luna a l'altra di ogni due pyramide rotonde simili, & colonne rotonde simili, e si come la proportione triplicata del diametro della sua basa: al diametro della basa di l'altra.

Siano li duoi cerchi .a. & .b. sopra li quali siano costituite due pyramide rotonde simili: & due colonne rotonde simili & siano detti li cerchi, & le pyramide, & le colonne, & li diametri di cerchi, di questi nomi .a. & .b. c. d. quinoce. Dico adunque che la proportione delle due pyramide .a. & .b. & delle due colonne .a. & .b. e si come la proportione triplicata di dai diametri .a. & .b. & e questo de le pyramide uen conuenuto etiam quello delle colonne fara manifesto (per la decima quinta del quinto) concio sia che ogni colonna rotonda (per la precedente) sia treppia alla sua pyramide. Et questo delle pyramide fara manifesto per la dimostrazione che induce all'impossibile, perche per quel la communia scientia posta in el principio della dimostrazione della seconda di questo duodecimo libro) la proportione che e dei diametro .a. al diametro .b. triplicata, la medesima e della pyramide .a. ad alcun corpo. A donque sia quel tal corpo .c. del qual dico che quello non puol esser minore ne maggiore della pyramide .b. si primamente minore (se fara possibile) in la quantita del corpo .d. talmente che li duoi corpi .c. & .d. tolti insieme siano quanto la pyramide .b. A donque (si come in la seconda parte della premessa) dalla pyramide .b. sia detratta la pyramide laterata a se egualmente alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in el cerchio .b. & dal residuo di quella, sian detratte le pyramide della medesima altezza tante sopra li triangoli delle portioni del cerchio. b. A donque sia fatto questo tante uolte, per, fin a tanto che se contringa la uersario a confessare (per la prima del decimo) che lo residuo della pyramide .b. sia minore del corpo .d. (per communia scientia) la laterata pyramide, che compone la parziale pyramide detratta fara maggiore del corpo .c. adunque sia inscritto in lo cerchio .a. uno poligono simile a quello che e basa della pyramide latera detratta della pyramide .b. & alli angoli di quello poligono inscritto in la



cerchio. a. tira le linee dal cono del. la pyramide. a. compiendo sopra quello poligono, la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide rotonda. a. Adunque studia di dimostrare questa esser simile alla pyramide laterata de tratta dalla pyramide rotonda. b. la qual cosa farai per dñto modo, in luna e l'altra pyramide tu erigerai lassù di quella la quale (per la diffinitione) fara la linea continuante la uertice ouer cima della pyramide con il centro di la basa, & fara perpendicolare alla basa, & da poi dalli centri delle baze in luno e l'altro cerchio protrarai li semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti, & con cio sia che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportion del assis di luna al assis di l'altra, sia si come del diametro dell. basa di luna al diametro della basa di l'altra E pero etiam (per la decimaquinta del quinto: & per la equa proportionalita) si come della nista del diametro alla nista del diametro: & siano tutti li angoli (che contiente assi in luna e l'altra) con li semidiametri retti (per la sesta propositione del sexto libro, & per la quarta del medesimo, per la diffinitione delle superficie simile & per la diffinitione di corpi simili) e necessario che la pyramide laterata. a. sia simile alla pyramide laterata. b. per la qual cosa (per la propositione aggiunta alla ottaua di questo) la proportion della pyramide laterata. a. alla laterata. b. e si come la proportion triplicata del lato di luna al suo relativo lato di l'altra e pero etiam si come del diametro. a. al diametro. b. triplicata. E per tanto anchora si come della pyramide rotonda. a. al corpo. c. (per la undecima del quinto) per la qual cosa premutatamente, la proportion della pyramide laterata. a. alla pyramide rotonda. a. fara si come della pyramide laterata. b. al corpo. c. & perche la pyramide laterata. b. e maggiore del corpo. c. la pyramide laterata. a. fara maggiore della pyramide rotonda. a. la qual cosa e impossibile essendo parte di quella. Adunque il corpo. c. non e minore della pyramide rotonda. b. Resta adunque di preuare chel non puo esser maggiore. Perche se lauero diceue quel esser maggiore allhora sia arguido (per la conuerfa proportionalita) la proportion del diametro. b. al diametro. a. triplicata esser si come della pyramide rotonda. b. al alcun altro corpo il quale sia. d. (Et perche (dal presupposito) el corpo. c. e maggiore della pyramide rotonda. b. seguita (per la decimaquarta del quinto) che la pyramide rotonda. a. sia maggiore del corpo. d. Adunque arguementando come prima sottraendo el corpo. d. dalla pyramide rotonda. a. & rimanga il corpo. e. & seguitar come prima. Adunque la proportion di la pyramide. b. al corpo che e minore della pyramide rotonda. a. (cioe el. d.) e si come la proportion triplicata del suo diametro. b. al diametro di l'altra, & questo e impossibile: Perche hauemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adunque concio sia chel corpo. c. non possi esser minore ne maggiore della pyramide rotonda. b. necessariamente fara all'eguale. E per tanto per la seconda parte della prima del quinto e manifestò il proposito) Ma il processo di questa demonstratione a noi manifesta solamente esser necessario a queie colonne etiam pyramide rotonde delle quale li assis stanno perpendicolare alle sue baze. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno concio sia che la passione dimostrata in questo loco conuegna comunamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile ouer quando le assis saranno erette orthogonalmente sopra le sue baze, ouer quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate queste colonne. & pyramide rotonde delle quale le assis stanno orthogonalmente sopra a le baze erette. Et le altre siano dette inclinate. Et perche in el principio del undecimo non sono state diffinite le colonne, ouer pyramide rotonde salvo solamente quelle che chiamamo erette, & quelle per el mouimento dun paralelogrammo rettangolo: & quelle per il mouimento dun triangolo rettangolo. Et pero hauemo pensando esser conueniente diffinire le colonne rotonde & le pyramide con diffinitioni (comunamente uniuoce) conuenienti alle colonne rotonde, & pyramide erette, & inclinate. Adunque quando fora della suppo-

cil di



cie di alcun cerchio. Sa signaro un ponto el quale sia continuado per linea retta con la circonferentia di esso cerchio se quella tal linea dal ponto signaro stante fermo e fissa sia circondata p la circonferentia del detto cerchio p fina a tanto che ritor- ni al loco doue inco niuclara amouerli el corpo che fara contenuto dalla curua superficie che descruera questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio al qual e circondata lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio al quale e cir- condata questa linea lo chiamo basa q quella pyramide, & lo ponto fiso signa- to fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea ret- ta continuante il centro della basa con il cono della pyramide la chiamo assis: ouer sagitta della pyramide. Et quando che questa sagitta fara perpendicolare alla basa, dico la pyramide esser eretta: & quando fara inclinato dico etiam la py- ramide inclinata. Ma quando faranno duoi cerchil equali descritti in due su- perficie equidistanti, il quali una piana superficie (transiente per li centri di quel- li) (li legara: & le due relative sectione delle due circonferente di essi cerchil seran- no continuate per linea retta, se questa linea sia circondata in le circonferente di essi cerchil equidistantemente al loco del quale incominciara a mouersi per fi- na a tanto che la retora al loco suo, el corpo che e contenuto dalla superficie curua (che descrua questa linea nel moto suo) & dalli duoi proposti cerchilli lo chiamo colonna rotonda, lo assis, ouer sagitta della quale e la linea retta conti- nuante li centri delli duoi cerchil. Et quando questa sagitta fara perpendicolare alla superficie di luno e laltro di duoi cerchil, dico la colonna esser retta, & quan- do fara inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata: & quando farano due pyramide rotonde ouer colonne dalle base delle quale per lassis usciranno due superficie orthogonalmente erette sopra le base di quelle & li angoli che co- tiene le commune sectioni di quelle superficie, & delle base, con lo assis faranno fra loro equali, & la proportion della assis di luna al assis di laltra, fara si come della mita del diametro di la basa di luna alla mita del diametro della basa di lal- tra. Alhora quelle due pyramide fra loro ouer quelle due colonne fra loro dis- co esser simile. Poite queste definitioni eglie de dimostrar che de ogni due pyra- mide rotonde simile, ouer colonne rotonde simile, ouer se faranno rette ouer inclinate la proportion di luna a laltra e si come la proportion triplicata del diametro della basa di luna al diametro della basa di laltra la qual cosa delle eret- te sole e stato dimostraro & a qsto mandamo auanti uno antecedente necessario.

¹⁰ Se faranno due pyramide rotonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane seghino luna e laltra di quelle sopra lo assis: & che luna de quelle due superficie, in luna e laltra pyramide sia ortho- gonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base con- tenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune sectioni delle base & di quelle superficie che so- no stare poste non orthogonalmente erette sopra le base farano fra loro equali.

Sia le due pyramide rotonde, a, b, & c, d, (delle quale le base sono li cerchilli, e, f, & g, & h, k, l, & le assis le due linee, a, b, & c, d, & li diametri delle base, e, g, & c, h, l, li centri delle base sono li duoi ponti, b, & d, li cono delle pyramide, a, & c, e) simile fra loro, & dalli cono di quelle, siano prorate due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base le quale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li ponti, m, & n, con li centri delle base prorate le linee b, m, & d, n, & la superficie, a, b, m la qual uien fora della assis, a, b, (pla. 18. del 11.) sia eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, la qual uien fora della assis, c, d, fara eretta orthogonalmente



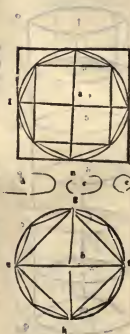
sopra la basa della pyramide. $c.d.$ & per tanto li duoi archi. $f.g.$ & $K.l.$ si-
no simili: & siano intese le due superficie. $a.b.f.c.d.$ $K.$ ueglur fuora da li
affis, & segar le pyramide. $a.b.f.c.d.$ simile. Dico adunque li duoi angoli $a.b.f.c.d.$ $K.$ esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano prostrate le due il-
nee $f.m.$ & $k.n.$ addoue pche le due pyramide. $a.b.f.c.d.$ & $K.$ sono simile, & le due su-
perficie. $a.b.m.c.d.n.$ che stano orthogonalmete sopra le bafe uengono fuora dal-
le altis di que lle, & (per la diffinitione delle pyramide simili) l'angolo. $a.b.m.$ sarà
eguale al angolo. $c.d.n.$ & perche (dalla diffinitione delle linee perpendicolar-
mente erette sopra una superficie) l'uno & l'altro di duoi angoli. $a.m.b.c.n.d.$ & retto;
(per la. 32. del primo & per la. 4. del. 6.) li duoi primi triangoli. $a.b.m.$ & $c.d.n.$
saranno del lati proportionali cioe che la proportion della linea. $a.b.$ alla linea
 $c.d.$ sarà si come della. $b.m.$ alla. $d.n.$ & si come dalla. $a.m.$ alla. $e.m.$ & pche (dalla
diffinitione delle pyramide simile) la proportion del affis. $a.b.$ al affis. $c.d.$ si co-
me del mezzo diametro. $b.f.$ al mezzo diametro. $d.k.$ (per la. 11. del quinto) la pro-
portion del. $b.f.$ al. $d.k.$ sarà si come della. $b.m.$ alla. $d.n.$ & concio sia che li duoi
angoli. $f.b.m.$ & $k.d.n.$ siano equali imperoche li duoi archi. $f.g.$ & $K.l.$ sono simili
(dal presupposito) la proportion della. $a.m.$ alla. $K.n.$ (per la. 12. & quarta del
sesto) sarà si come della. $b.m.$ alla. $d.n.$ E pero & si come della. $a.m.$ alla. $c.n.$ & per
che un'altra uolta (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra
una superficie) l'uno e l'altro di duoi angoli. $a.m.f.c.n.$ & retto (per la. 12. & qua-
ta del. 6.) la proportion della. $a.f.$ alla. $c.k.$ sarà si come dalla. $a.m.$ alla. $c.n.$ &
pero (per la. undecima del quinto) si come dalla. $a.b.$ alla. $c.d.$ & si come della. $b.f.$
alla. $d.k.$ Adunque (per la quinta del. 6.) li duoi angoli. $a.b.f.c.d.$ & $K.$ sono fra
loro equali che e il pposito) il medesimo facilmete puerai delle colone. rotonde
simile, adunque per questo che stato dimostrarato dico che de ogni due pyramide
rotonde simile siano come si voglia. ouer erette ouer inclinate: la proportion
di luno a l'altre. e si come la proportion triplicata del diametro della sua basa
al diametro della basa di l'altra. Perche essendo come prima le due pyramide ro-
tonde. $a.$ & $b.$ delle quale le bafe sono li cerchi. $a.$ & $b.$ & li diametri di questi sia-
no anchora. $a.$ & $b.$ & sia la proportion della pyramide. $a.$ al corpo. $c.$ si come la
proportion triplicata del diametro. $a.$ al diametro. $b.$ adunque il corpo. $c.$ non sa-
rà minore ne maggiore della pyramide rotonda. $b.$ E per dimostrar questo sia
(se possibile) $c.$ minore in la quantita del corpo. $d.$ talmente che li duoi corpi. $c.$ &
 $d.$ tolti insieme siano quanto la pyramide rotonda. $b.$ Adunque dalla affis della
pyramide. $b.$ sia prodotta una superficie che sia eretta orthogonalmente sopra
il cerchio. $b.$ Et sia la commune sectione di questa superficie & del cerchio. $b.$ la li-
nea. $e.f.$ & siano intese per il centro. $b.$ la quale sarà diametro del cerchio. $b.$ & den-
tro del cerchio. $b.$ sia protrato un altro diametro. segante questo primo ortho-
gonalmente el quale sia. $g.h.$ & cosi in lo cerchio. $b.$ sia inscritto lo quadrato. $e.g.f.h.$
et dalla pyramide rotonda. $b.$ sia inteso esser detratto la pyramide laterata la
basa della quale e il quadrato inscritto in lo cerchio. $b.$ la quale come di sopra
e stato prouato sarà maggiore della mita della pyramide rotonda. & dal res-
duo di quella siano detratte le pyramidette di quella medesima altezza stante
sopra li triangoli delle porzioni del cerchio. $b.$ & sia fatto questo tante uolte per
sina a tanto che residuo della pyramide rotonda. $b.$ sia minore del corpo. $d.$
(per la prima del decimo) & (per la concettione) la pyramide laterata de-
tratta la quale componeno le pyramide laterate partiale detratte sarà maggio-
re del corpo. $c.$ Adunque al presente sia prodotta dal affis della pyramide. $a.$
un'altra superficie che sia orthogonalmente eretta sopra il cerchio. $a.$ Et la linea
 $K.l.$ sia la commune sectione di questa superficie. & del cerchio. $a.$ Et la linea
 $K.l.$ sia il diametro del cerchio. $a.$ Et sia protrato in el cerchio. $a.$ un altro
diametro segante questo primo orthogonamente: el qual sia. $m.n.$ & i cosi
sia inscritto in lo cerchio. $a.$ lo quadrato. $K.m.l.n.$ Et diuidendo li ar-
chi delle porzioni del cerchio. $a.$ in due parti equali compendo in lo cerchio
a un poligono simile a quello che e inscritto in lo cerchio. $b.$ & a cadauno
angolo

angolo di questo poligono protrahe le linee rette dal cono della pyramide, a. compendo sopra quel poligono la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide, a. e tu prouerai questa pyramide laterata esser simile alla pyramide detratta dalla pyramide rotonda, b. la qual cosa farai in questo modo produrai co la cogitatioe ouer in attoli axis di luna e latera in, luna e latera pyramide, a. & b. & dalli centri delle bafe protraerai le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & (per lo premesso antecedente) tutti li angoli che contiene la bafe della pyramide, a. con la luna di quelle linee & dette dal centro del cerchio, a. alli angoli del poligono inscritto in quello faranno equi alli suoi angoli relativi, che contiene la bafe della pyramide, b. con cadauna delle linee dette dal centro del cerchio, b. alli angoli del poligono a se inscritto, e perche (pla definitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del assis della pyramide, a. al assis della pyramide, b. e li come del semidiametro del cerchio, a. al semidiametro del cerchio, b. seguita (per la, 6. & 4. del libro) & per le definitioni delle superficie & di simili corpi che le due pyramide laterate, a. & b. siano simili. tutte le altre cose auuile si come per auanti in la decima adonque e manifesto de tutte le pyramide rotonde simile che la proportione di quelle sia si come di diametri delle sue bafe triplicata: e perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua pyramide: per che questo e stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne & sue pyramide erette ouer inclinate seguita (per la, 15. del, 1.) che etia la pportione di qual si voglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata,

Theorema. xi. Propositione. xi.

“Ogni due pyramide rotonde ouer colonne equalmente alte e necessa-
rio esser proportionale alle sue bafe,

Sopra li duoi cerchi a. & b. siano stamile (come p auanti) due pyramide rotonde equalmente alte le quale siano dette similmete, a. & b. etia due colonne rotonde equalmente alte assignate dalle medesime lettere, a. & b. dico adonque che la pportione delle due pyramide, a. & b. & delle due colonne, a. & b. e si come di doi cerchi, a. & b. e primamente questo delle pyramide fara dimostrato etia quello delle colonne fara manifesto, perche ogni colonna rotonda e tripla alla sua pyramide, ma questo delle pyramide fara manifesto per dimostratione indiretta in questo modo, perche (per comuna scientia) la pportione della pyramide rotonda a. ad alcun corpo e li come del cerchio, a. al cerchio, b. sia quel corpo, c. dico adonque che quel corpo, c. non puol esser maggiore ne minore della pyramide rotonda, b. (perche e possibile) e sia primamente minore in la quatita del corpo, d. adonque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio, b. & sia detratto dalla pyramide rotonda, b. la pyramide laterata, della quale la bafa sia el quadrato incritto in lo cerchio, b. & dalle portioni della pyramide siano detratte le pyramide che stano sopra li triangoli delle portioni del cerchio, et questo sia tanto tante uolte per fina a tanto che il residuo della pyramide, b. sia minore del corpo, d. et la pyramide laterata detratta (che copone le pyramide parziale detratte) fara maggiore del corpo, c. adonque in lo cerchio, a. ha discreto uno poligono simile a quel poligono che e bafa della pyramide laterata, b. & sopra quello sia copido una pyramide laterata dette le linee dalla uertice della pyramide laterata, a. alli angoli del poligono inscritto, & le due pyramide laterate, a. & b. faranno equalmente alte: perche questo e il proposito delle rotonde, per la qual cosa la proportione della pyramide laterata, a. alla pyramide laterata, b. e li come di la sua bafa alla bafa di quella, cioe si come del poligono, a. al poligono, b. & questo e stato dimostrato in la sesta di questo, & del poligono, a. al poligono, b. e si come del cerchio, a. al cerchio, b.) la qual cosa e manifesta (per la prima & seconda di questo) Adonque della pyramide laterata, a. alla pyramide laterata, b. e



fi come della pyramide rotonda .a. al corpo .c. per la qual cosa premutatamente della pyramide laterata .a. alla pyramide rotonda .a. e fi come della pyramide laterata .b. al corpo .c. & concio sia che la pyramide laterata .b. sia maggiore del corpo .c. seguita la pyramide laterata .a. esser maggiore della pyramide rotonda .a. & questo e impossibile perche lei e parte di quella, adonque el corpo .c. non fara minore della pyramide rotonda .b. Ma se lauerario ponera che sia maggiore dimostreremo un'altra uolta conseguire il medesimo impossibile: per che (per la conuerfa proportionalita) la proportion del corpo .c. alla pyramide rotonda .a. fara fi come del cerchio .b. al cerchio .a. sia anchora la medesima della pyramide rotonda .b. ad alcun corpo el qual sia .d. Cōcio sia adonque chel corpo .c. sia maggiore della pyramide rotonda .b. (per el presupposito) la pyramide rotonda .a. (per la decimaquarta del quinto) fara maggiore del corpo .d. Adonque la proportion del cerchio .b. al cerchio .a. fara fi come della pyramide rotonda .b. ad alcun corpo menor della pyramide rotonda .a. Ma questo e stato dimoſtrato per auanti esser impossibile, perche così seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque il corpo .c. non e ne minore ne maggiore della pyramide rotonda .b. ma solamente eguale. E per tanto) della seconda parte della settima del quinto conclude il proposito) Ma accio che piu facilmente & fermamente sia dimostrata la propositione chi seguita egle necessario di mandare auanti uno antecedente a quella utile el quale e questo,

- ¹¹ Se una superficie segara alcuna colonna rotonda equidistantemente
¹³ te alla basa di quella, li duoi corpi parziali li quali terminano a quel
¹⁴ la superficie saranno proportionali alle parti de laſſis della colona.

Questa e simile a quella che se ppoſe in la uigesimaquinta dal undecimo libro di solidi parallelogrammi ne solamente questo delle colonne rotonde e il uero: anzi piu presto semplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterate ouer rotonde, la qual cosa (chi tenira fermamente la argumentatione di la prima del ſesto) ouer della uigesimaquinta del undecimo) facilmente potra dimostrare, perche in questo loco non altramente che in quello egle di argumentare il proposito (per la diffinitione della incontinua proportionalita: la quale e posta in el principio del quinto libro) Ma a bisogno aduertire che qualunque superficie seghi una colona equidistantemente alla basa di quella: sega etiā quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella, perche ciascu ne superficie le quale siano equidistanti a una medesima superficie, quelle anchora sono fra loro equidistanti come intendesi da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro) Per la qual cosa e manifesto che tutte le colonne rotonde delle quale le base sono eguale, sono proportionale alle sue altezze, il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle pyramide rotonde etiam delle laterate, la qual cosa essendo prouato prima delle colonne delle pyramide fara manifesto, perche ogni colona e treppia alla sua pyramide de la rotonda (per la nona di questo) & la laterata (per quelle cose che sono state dimoſtrate di sopra in la ottaua,

Il Traduttore.

DI questa sopraſcritta parte (la quale pare che sia una aglonta del commentatore) nella seconda tradutione, L'autore ne fa due propositioni le quale luna e la decimaterza & l'altra e la decimaquarta. Et per la detta decimaterza figuraimēte aduſſe la colona .a. d. segata dalla superficie .g. h. equidistantemente alle due base cioe alle due base .a. b. & .c. d. & conclude il medesimo che se fa nella sopraſcritta aglonta cioe che si come che la colona parziale .b. g. all'altra colona parziale .g. d. così fara l'axis .e. k. al axis .k. f. & per dimoſtrar tal cosa el uole che sia alongato

fia alongato da luna e l'altra parte laxis. e. f. p. fina in li ponti. l. m. & di quelle uol che ne fia tolte quante parte ne pare eguale alla sua conterminale poniamo le due. e. n. & n. l. eguale alla parte. e. k. & così le due. f. x. & x. m. (ouer piu) eguale alla. f. k. & similmente el uole che per li ponti. l. n. & x. m. fia etesele supercile. p. o. s. r. t. y. q. u. eguale & equidistante alle. a. b. & c. d. & uole che siano intesi le colonne nette partiale. p. r. r. b. d. e. r. u. E t peche le axis. l. n. n. e. e. k. sono fra loro eguale adonque le partiale colonne. p. r. r. b. b. g. (per la undecima) sono eguale fra loro & similmente sono di equal multiplicita alla colonna. b. g. si come laxis. K. l. al laxis. e. k. Et per le medesime ragioni se die intendere della colonna. u. g. alla colonna. g. d. esser così multiplice come che e laxis. m. K. al axis. k. f. & peche se laxis K. l. fara eguale al axis. k. m. etiam la colonna. p. g. fara eguale alla colonna. g. a. & se fara maggiore fara maggiore & se fara minore fara minore, per il che (per la diffinitione delle quantita proportionale cioe per la sesta diffinitione del quinto) se conclude che le quattro quantita sono proportionale cioe le due axis. e. k. & K. f. & le due colonne partiale. b. g. & g. d. che e il proposito. Et bisogna notar che quella figura che di sopra chiamamo colonna nella predetta seconda tradutione e detta cylindro.

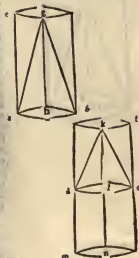
La decimaquarta ppositione propone che li con i etiam li cylindri che siano sopra base eguale che la proportione di luno a laltro e si come la altezza di luno alla altezza di laltro.

Et per effempio figurale sia sopra le due base. a. b. & c. d. eguale. Li duoi cylindri. f. d. e. b. Dico che il cylindro. e. b. al cylindro. f. d. e si come la axis. g. h. al axis. k. l. & per dimostrar tal cosa uol che sia etesa ouer alongata la axis. k. l. p. fina in p. o. n. talmente che la. l. n. sia egale alla axis. g. h. & attorno al axis. l. n. uol che se gli inteda il cylindro. c. m. poi arguisse in qsto modo. Ado que peche li duoi cylindri. e. b. & c. m. sono di equal altezza e sopra base eguale (p la. ii. di questo) sono fra loro equali, & perche il cylindro. f. m. e segato dal piano. c. d. equidistantemente alle due base opposte adonque (per la precedente) si come e il cylindro. c. m. al cylindro. f. d. così e la axis. l. n. alla axis. K. l. Et peche el cylindro. c. m. e eguale al cylindro. e. b. & la axis. l. n. alla axis. g. h. Adonque si come e il cylindro. e. b. al cylindro. f. d. così e la axis. g. h. alla axis. k. l. & si come il cylindro. e. b. al cylindro. f. d. così e il cono. a. g. b. al cono. c. K. d. perche li cylindri de quelli sono tipli di detti con i (per la nona di questo) adonque (p la undecima del quinto) si come la axis. g. h. al axis. k. l. così e il cono. a. g. b. al cono. c. d. K. & lo cylindro. e. b. al cylindro. f. d. che e il proposito.

Theorema. xii. Propositione. xii.

12 Se due piramide rotonde ouer colonne faranno eguale le sue base
15 faranno mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze faranno mutue quelle piramide, ouer colonne e ne necessario esser eguale.

La linee che discendono dalla punta alle base perpendicolarmente determinano la altezza delle pyramide: & delle colonne dalle superficie supreme di quelle alle base, siano adonque le due pyramide rotonde. a. b. & c. d. eguale, & le due colonne rotonde. a. b. & c. d. eguale: & siano le commune base si delle pyramide come delle colonne li duoi cerchi. a. & c. anchora le commune altezze si delle pyramide come delle colonne siano determinate per le due linee. a. b. & c. d. Dico che la proportione del cerchio. c. al cerchio. a. e si come della altezza. a. b. alla altezza. c. d. & al contrario, & si fara prouato questo delle colonne, delle pyramide fara certo. Perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua pyramide adonque se le due altezze. a. b. & c. d. faranno eguale (per la precedente) e ma



n. K. fara eguale al arco. m. h. adonche le due linee. m. n. & k. h. sono equidistanti, adonche la linea. m. n. non puol toccare il cerchio. e. f. per la qual cosa molto piu forte ne la linea. a. m. puol toccar quello. Perche adonche e manifesto il cerchio. a. b. c. d. esser diuisibile per archi equali al arco. a. m. e pero per la uigesima ortaua del terzo insieme e manifesto dentro di esso cerchio possen esser coapta do continuamente cordette eguale alla cordetta. a. m. cordate esso cerchio di molti angoli per il che anchora e manifesto dentro il cerchio maggiore possen esser inscritto un poligono equilatero del quale uno lato e la linea. a. m. & perche la linea. a. m. non tocca il cerchio minore, e manifesto (per la prima parte della decimaquarta del tertio & per la diffinitione delle linee equalmente distate dal centro del cerchio, che lo inscrito poligono con nuno di suoi lati tocca il cerchio minore che e il proposito. Ma tu dubiti in questo, le due linee. m. n. & k. h. esser equidistanti essendo li duoi archi. m. k. & m. h. equali. ma questo per ferma uerita e profegante per forte: perche due linee in uno cerchio le quale non si seghi no fra loro se dalla circonferentia equali archi da l'una e l'altra banda siano fra esse linee saranno equidistanti & per dimostrar questo dal centro. g. conduce la linea. g. p. perpendicolare alla linea. m. n. la qual seghi la linea. b. k. in ponto. q. & tira le linee. g. m. g. n. g. k. g. h. & alli duoi archi. n. k. & m. h. tiratali sotto le due corde le quale etiam siano dette. n. K. m. h. & (per la uigesimanona del terzo) queste corde. n. k. & m. h. saranno eguale, imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea. n. p. fara eguale alla linea. m. p. Concio sia adonche che l'uno e l'altro di duoi angoli che sono al. p. sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo. n. g. p. (per la quarta del primo) fara eguale al angolo. p. g. m. & per la octaua del primo) l'angolo. K. g. n. e eguale al angolo. h. g. m. Adonche (per communa scientia, la quale e se a cose eguale tu agiongí cose eguale le summe saranno eguale) l'angolo. K. g. q. fara eguale al angolo. g. g. h. & pero (per la quarta del primo) la linea. K. q. fara eguale alla linea. q. h. per la qual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea. g. q. fara perpendicolare alla linea. k. h. Adonche (per la prima parte della uigesimanona del primo) le due linee. n. m. & k. h. sono equidistanti: & questo e quello doue tu dubitauí. Questo medesimo anchora se puol di mostrare per questo altro modo. Sia ditta la linea. n. h. & (per la ultima del tertio) l'angolo. h. n. m. fara eguale al angolo. n. h. k. imperoche l'arco. h. m. e eguale al arco. n. k. e pero (per la uigesimasettima del primo) la linea. m. n. fara equidistante alla linea. h. k. el conuerio anchora se uorrai tu lo approuerai per lo eduer so modo, perche se la linea. m. n. e equidistante alla linea. h. k. l'arco. n. k. fara eguale al arco. m. h. perche (per la prima parte della uigesimanona del primo) li duoi angoli. h. n. m. & n. h. k. saranno equali e pero (per la ultima del tertio) li duoi archi. n. K. & m. h. saranno etiam equali.



Correlario.

^o Et da qui e manifesto che la perpendicolare ditta dal ponto. m. al
¹⁶ la. a. c. non tocca il cerchio.

Problema. ii. Propositione. xiii.

¹⁴ Proposte due sphere che habbiano uno medesimo cetro, eglie possi
¹⁷ bile dentro della maggiore di quelle costituire figuramente un soli
do di molte base, il quale, non tocchi la superficie della minor sphere. Et fatto questo, se in la minor sphere, ouer in qualunque altra
sphere sia costituito intelligibilmente un corpo simile, la propor

esser iscritto un corpo di 9. base delle quale, le tre che se congiungono al ponto n. sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati ypothomisiali di quel le quadrangole superficie sono equali ma non equidistanti, Et li corausti (colti fra qualunque dei cerchii) & le corde del cerchio prostrato sono fra loro, equali distantesima nō sono, fra loro equali, & questo si perai se protrarai le perpendico lare dalle estremità di corausti alla superficie del cerchio, giacente delle quale e manifestto chi esse cadeno sopra li diametri di circoli, li quali corausti continua no, la qual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decimaterza tia del undecimo uerbi gratia, siano lassade le, due penpendicolare, q. y. & s. z. cadente in li diametri d. b. & h. m. dalli duoi termini del corausto q. s. & siano tirate le linee, q. d. s. h. & y. z. Et li duoi triangoli, q. y. d. & s. z. h. (per la quarta del sesto) saranno simili, per la qual cosa la proportion delle due perpendicolare, q. y. & s. z. sarà si come delle due corde, q. d. & s. h. & conelo sia che le corde sia no equali, etiā le perpendicolare saranno egle & esse sono egdistanti (per la, 6. del 11.) Ad q. per la, 33. del primo il corausto, q. s. e equali & egdistante alla linea, y. z. Et perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea, y. z. e egdistante alla corda, d. h. e pero e minore di quella, seguita (per la nona del undecimo) che lo corausto, q. s. sia etiam egdistante alla corda, d. h. & minor di quella, la (per la concettione) adonque conelo sia che le corde che sono lati del poligono iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equali alla corda, d. h.) non toccano la sphaera minore e necessario che niuno lato di quelle base del corpo iscritto (o siano le quadrangole ouer triangole) non tocchi la medesima minor sphaera conelo sia che tutti questi lati siano equali ouer minori di esse corde & semplicemente Dico che etiam niuna di queste base (de tutte le quale e manifestto (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie) puo con alcun suo ponto toccare la minor sphaera, il mero che ogni linea retta ditta sopra a qual si uoglia ponto di cadauna di quelle egdistantemente al corausto necessariamente eminore della corda del cerchio prostrato, Se adonque la somma delle altre quarte della maggior sphaera si del la mezza sphaera superiore comē della inferiore siano sotto ressiute (alla similitudine di quelle) de superficie quadrilatera & trilatera, & alla maggior sphaera sarà iscritto un corpo di settantadue base le quale non toccano la superficie della minor sphaera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphaera sia statudolo unaltro simil corporela proportion di luno a laltro, sarà si come la proportion treppata dal diametro di luno sphaera al diametro di laltro. Perche le settantadue base di cadauno corpo saranno base di tante pyramide laterate le uertice ouer ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphaere, & queste pyramide compiral, se da ciascuno di angoli delli iscritti corpi (li quali sono le estremità delle corde & di corausti) produrai le linee alli centri del le sphaere, E per tanto studia di prouare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le pyramide di uno esser simile alle sue relative pyramide di laltro: il che prouato (per la, 8. di questo) la proportion di cadauna di quelle alla sua relativa di laltro sarà si come la proportion treppata delli semidiametri di esse sphaere (per che li semidiametri delle sphaere sono illati di tutte le pyramide (& perche la proportion di semidiametri & di diametri e una medesima (per la decimaquinta del quinto) facilmente concluderai il proposito (per la, 13. del medesimo.

Il Traduttore.

La dimostrazione del sopra scritto primo proposito patisse oppositione, per che la non dilucida a sufficiencia il detto proposito egie ben uero che li lati del poligono iscritto nel cerchio chi giace in piano (li quali) sono tutti equali alla linea, d. h. non toccano la minor sphaera per ilche e necessario anchora che niuno lato di quelle, 7. base del detto corpo iscritto (o siano quadrangole ouer triangole) tocchi la medesima minor sphaera, conelo sia che tutti questi lati siano





equali ouer minori a quelle corde, tamen se benia minor sphaera nō pol toccare
 alcuno di detti lati(per le cose dimostrate)nō siamo pero certi chi quella nō possi
 si toccar le bafe quadrangole nelli lor centri(masime le maggiore iuerbi gratia
 pigliamo p esempio la bafa.q.d.s.h.la quale e una delle quadrangole maggiori.
 Dico che e ben niun di suoi quattro lati cioe.d.h.& q.h.s.s.q.) non puo toccar
 la minor sphaera(per esser.d.q.& h.s.equali al.d.h.& q.h.s.minore peche le linee equa
 le sono equalmete distante dal centro della sphaera,& le minore sono molto piu
 lōtane dal detto centro(tamē nō siamo per certi che la detta sphaera tūmore nō
 possa toccare la detta bafa.q.d.s.h.(& le altre simille)nel centro g. per che il der
 to centro g.e molto piu propinquo al detto centro dellaminor sphaera che nō so
 no alcun di detti quattro lati.l che si manifesta tirādo li duoi diametri.q.h.& d.s.
 cadauno di quelli e maggiore di qual si uoglia di detti quattro lati per il che ca
 dauno di loro e piu propinquo al centro della sphaera di alcuno di detti quattro
 lati(per la.1.4.del.3.)seguita adonque che li detti diametri potriano forsi toccar
 la detta minor sphaera e cōsequētemente la bafa.q.d.s.h.nel suo centro g.adon
 que la demonstration dal comētor adutta patisse cōtraditione ma a uoler res
 tamente prouarlo,cioe dimostrare a sufficiētia che la minor sphaera nō puo toc
 car in cōto alcuna di quelle.72.bafe.Sia tirato dal centro.g. una linea(p
 la.11.del.11.)perpēdicolare alla bafa.d.q.h.s.del detto corpo(come che in distal
 tra secōda figura appare)la quale sia.g.g.da poi dal pōto g.sia tirate quattro li
 nee alli quattro angoli d'detta bafa le qual linee uerano a esser.g.g.q.g.d.g.h.g.
 le quale tutte cōtēnerāno angolo retto cō la ppendicolare.g.g.(per la.2.difini
 tione del.11.)il che le dette quattro linee.g.g.q.g.d.g.h.g.s.farāno equali(per la
 penultima del primo & p la cōmuna sentētia)peche le loro ypothēse sono es
 quale cioe le linee tirate mentalmete del centro.g.a cadauno di quattro angoli.
 q.d.h.s.Adōque se sopra il pōto p.sara descritta mentalmete un cerchio secon
 do la quēsta dli.p.h.la circōferētia di quello trāsira per li altri tre angoli.d.q.
 s.(come in la terza figura appare)& perche li tre lati.d.h.d.q.h.s.sono equali &
 lo.g.s.e minore adonque l'arco.d.h.sara piu dli quarto della circōferētia di tut
 to il detto cerchio p il che l'angolo.d.g.h.sara ottuso e pero il quadrato dello lato
 d.h.sara piu che doppio al quadrato della.d.g.ouer della.h.g.& questo terat
 in mente da poi immaginaremo la detta bafa secōdo il suo debito star nella spha
 ra maggiore della figura che gia fu in principio descrittali circoli giacenti si del
 la maggiore come della minore poniamo siano li infra scritti con la detta bafa
 quadrangola.q.d.s.h.stante secondo il suo cōueniente star con la sua pōtata
 perpēdicolare dal pōto.g.(centro di ambedue le sphaere)al pōto.g.cētro del
 la detta figura quadrilatera,da poi dal pōto.d.al pōto.k.ritreremo la linea.d.k
 la quale segara la linea.g.h.orthogonalmente in pōto.g.& non toccherà il cer
 chio,se.e della minor sphaera(per lo correlario posto sopra la.13.di questo)perche
 questa linea.d.k.e similmēte posta come e la linea.n.m.in la figura della detta.13.
 di questo,hor dico che il pōto.g.e piu remoto ouer lōtano dal pōto.g.(cētro de
 le ambedue le sphaere proposte)chi non e il pōto.g.cioe che la linea.g.g.e piu
 longha che la linea.g.g.& se la minor sphaera nō tocca la detta linea.d.k.in pon
 to.g.manco toccherà la bafa.q.d.s.h.in pōto.g.la qual cosa se dimostrara in qsto
 modo,eglie manifesto che la linea.m.g.e piu della mita di tutta la linea.m.h.p il
 che la linea.m.g.uen a esser man co del doppio di la linea.m.g.& tal proportio
 ne qual e della linea.m.h.alla linea.m.g.tala sera del rettāgolo contenuto sotto
 della linea.m.h.& della.g.h.al rettāgolo cōtēnuto sotto delle due linee.m.g.&
 g.h.(& questo facilmente prouaral p la prima del.6.)adonque il rettāgolo di
 m.h.in.g.h.sara men chel doppio del rettāgolo di m.g.in.g.h.& peche il quad
 rato della linea.d.g.e equal al rettāgolo della.m.g.in.g.h.p la.35.del.3.seguita chel
 rettāgolo della.m.h.in.g.h.sia men del doppio dli qdrato della.d.g.& se al qua
 drato della.d.g. el qle e quātto il rettāgolo della.m.g.in.g.h.(gli agglgi il qua
 drato della.g.h.tal suma(p la penultima del primo)sara e quale al quadrato del
 la.d.h.& peche il rettāgolo della.m.g.in.g.h.giōto cō il qdrato della.g.h.tal suma
 (per la.3.



(per la 3. del 1.) S'ara egale al rettangolo di tutta la, m. h. in. g. h. seguita adõg che il quadrato de. d. h. sia men del doppio del quadrato di d. g. & ben ti risort di già fu prouato che il quadrato della medema d. h. era piu che doppio al quadrato di. d. ouer di. g. h. seguita adõg che il quadrato. d. g. sia minore del quadrato di. d. g. & pche cadauno delli dui angoli. d. g. & d. g. g. e retto & la linea. g. d. e ypothusa misa comuna a luno e laltro se del quadrato di qlla ne cauamo il quadrato della linea. d. g. lo residuo; (per la penultima del primo) s'ara eguale al quadrato della linea. g. g. & similmete se del quadrato della medema linea. g. d. ne cauamo il quadrato della linea. d. g. qsto secondo residuo s'ara egale al quadrato della linea. g. g. & pche lo quadrato della. d. g. era maggiore del quadrato della. d. g. (p comuna scietia) lo quadrato della linea. g. g. s'ara maggiore del quadrato della linea. g. g. p ilche la linea. g. g. e maggiore della linea. g. g. seguita adõg che il poto. v. sia piu lontano dal cetro. g. che nò e il poto. g. & se la minor sphaera nò tocca il poto. g. máco toccara la bassa. g. d. s. h. in poto. g. & nò toccadola in poto. g. máco la tocara in altro poto pche qsto e il piu ppinquo al cetro. g. di qualunquero & se la detta minor sphaera nò pol toccare la detta bassa qdrágola (la qle e una delle maggiori del detto corpo) máco potra toccare alcuna delle altre minore pche le misore sono piu remote ouer lóntane dal cetro. g. delle maggiori per le ragione adutte in la decimaquarta del terzo che e il proposito.

Theorema. xiii. Propositione. xv.

15 Di ogni due sphaere la proportione di luna a laltra, e si come la proportione treppata del suo diametro al diametro di laltra.

Siano le due sphaere. a. b. & c. d. delle quale li diametri siano. a. b. & c. d. Dico che la pporzione di qle e si come la pporzione di suoi diametri treppata la demetrane di qle e pche ne a una sphaera che sia minore della sphaera. c. d. ne a una maggiore e la pporzione della sphaera. a. b. e si come del diametro. a. b. al diametro. c. d. treppata. Hor sia la pporzione della sphaera. a. b. alla sphaera. e. f. si come del diametro. a. b. (della sphaera. a. b.) al diametro. c. d. treppata. Demostraro adõg che la sphaera. e. f. nò puol esser minore ne maggiore della sphaera. c. d. pche affirmado lauerario qle esser minore imaginaro qle esser inclusa nella sphaera. c. d. & essercircodutta al medesimo cetro. & inscriuero (cò la imaginatione) in la sphaera. c. d. uno corpo di molte base il qle nò tocchi la sphaera. e. f. el qle sia etiam detto. c. d. & inscriuero in la sphaera. a. b. unaltro corpo di molte base simile al corpo di molte base. c. d. el qle sia etia chiamato di nome della sua sphaera. cior. a. b. adõg e manifestto (dalla secòda pte della scedète & della. ii. del. 5.) che la pporzione della sphaera. a. b. alla sphaera. e. f. e si come qle del corpo di molte base. a. b. al corpo di molte base. c. d. pche luna e laltra e si come qle del diametro. a. b. al diametro. c. d. treppata (luna dal púposito e laltra p la. 2. pte della scedète) per la qual cosa pmutatamete la pporzione della sphaera. a. b. al corpo di molte base. a. b. e si come della sphaera. e. f. al corpo di molte base. c. d. còcio sia adonque che la sphaera. a. b. sia maggiore del corpo di molte base. a. b. etiam la sphaera. e. f. s'ara maggiore del corpo di molte base. c. d. & qsto e impossibile, pche qle e parte di qsto. adonque la sphaera. e. f. nò e minore della sphaera. c. d. Ma se lauerario dice si quella esser maggiore lo còfondaremo in qsto altro modo spche (p la conuersa pporcionalita) dalla sphaera. e. f. alla sphaera. a. b. s'ara si come del diametro. c. d. al diametro. a. b. treppata. E per tito sia la medesima della sphaera. c. d. alla sphaera. g. h. et per la. 14. del quinto) la sphaera. g. h. s'ara minore della sphaera. a. b. impero che la sphaera. c. d. fu posta minore della sphaera. e. f. p la qual cosa la pporzione della sphaera. c. d. ad alcuna sphaera minore della sphaera. a. b. e si come del diametro. c. d. al diametro. a. b. treppata, & questo e impossibile, perche da qsto seguita che la pte sia maggiore del suo tutto, come per auanti fu dimonstrato, adonque la sphaera. e. f. nò e maggiore ne minore che la sphaera. c. d. adõg (per la. 7. del quinto) còclude la pporzione còclusione la quale mette fine al duodecimo libro.

Fine del duodecimo libro.



LIBRO INCOMINCIA IL TERZODECIMO LIBRO DI

EVCLIDE DE LA ADMIRANDA VERTV E POSSANZA

de la linea diuisa secondo la proportion e hauente il mezzo: &
duoi libreimi & della formatione di cinque corpi regolari
da Nicolo Tartalea Brilicano reastado e Integrado
secondo le due traduzioni: & per commun uel
liza dal latino in uolgar tradotto & in mol-
ti passi oscuri dilucidato.

Theorema primo. Propositione prima.

Quando sara diuisa una linea secondo la proportion hauente il mezzo & duoi istremi, se alla sua maggior parte si agionga in lungo la mita di essa linea cosi proportionalmente diuisa, seguita di necessita chel quadrato de la linea composta da quelle due esser quincuplo del quadrato della mita della medesima linea diuisa.

Sia la linea $a.b.$ diuisa in ponto c , come insegna la uigesimanona del sexto & c. Sia la sua maggior parte la linea $b.c.$ alla quale sia aggiunto direttamente la linea $a.b.$ di cui sia eguale alla mita di tutta la linea $a.b.$ Dico chel quadrato della linea $c.d.$ fara quincuplo al quadrato della linea $b.d.$ (cioe cinque volte tanto) & per dimostrare questo quadrato la linea $b.d.$ & sia il suo quadrato $d.e.$ & circosponeto a questo quadrato un gnomone secondo la quantita della linea $b.c.$ pro tratto il diametro $f.b.g.$ & sia il circocomposto gnomone $e.g.d.$ & (per la uigesimatercia del sexto.) la superficie composta da questo la qual sia $h.k.$ fara si come il quadrato della linea $c.d.$ Dico adonque el quadrato $h.k.$ esser cinque volte tanto del quadrato $d.e.$ cioe quincuplo a quello. Adonq al quadrato $c.d.$ del circocomposto gnomone sia circocomposto un altro gnomone alla quantita della linea $a.c.$ pro tratto el diametro $f.b.$ per fina al $m.$ & sia questo gnomone $e.c.m.l.$ & siano pro tratte le linee $c.n.$ & $p.l.$ & quidistamente alli lati oppositi segandosi sopra il diametro $f.m.$ in ponto $g.$ Et e manifesto (per la uigesimatercia del sexto) che il composto di questo secondo gnomone & del quadrato $c.l.$ del quale e il quadrato $a.q.$ e il quadrato della linea $a.b.$ el quale (per la quarta del secondo) e necessario esser quadruplo al quadrato $d.e.$ imperoche la linea $b.d.$ e la mita della linea $a.b.$ & con cio sia che la superficie $a.n.$ (per la decimasextima del sexto) sia eguale al quadrato $c.l.$ & similmente la superficie $m.l.$ (per la quadragesima tercia del primo) perche la superficie $a.n.$ & similmente la $m.l.$ perulene dal $a.b.d.n.$ & c. & lo quadrato $c.l.$ perulene dalla $c.b.i.n.$ se medesima, & con cio sia che (per la prima del sexto) la $a.l.$ sia doppia alla $l.d.$ e pero fara eguale alla $l.d.$ & c. e tolle insieme (per la quadragesimatercia del primo) lo quadrato $a.q.$ & p que sta communia sententia se a quantita eguale sia aglonto quantita eguale le summe saranno etiam eguale (fara eguale al gnomone $e.g.d.$ adonque questo gnomone e quadruplo al quadrato $d.e.$ si come era il quadrato $a.q.$ Adonque tutto il quadrato $h.k.$ con cio sia che quello sia composto dal sempio & dal quadruplo (per communia scientia) fara quincuplo al medesimo che e il proposito. A dimostrare il medesimo altramente (per la quarta del secondo) e manifesto che il quadrato della linea $a.b.$ e quadruplo al quadrato della linea $b.d.$

seconda

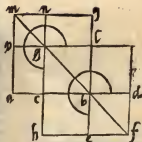


seconda del medesimo) quello che uien fatto dalla a, b in la b, c & in la a, c e uguale al quadrato della a, b & quello che uien fatto dalla a, b in la a, b , & in la a, b , & e uguale a quello che uien fatto dalla b, d due volte in la b, c la qual cosa (per la prima del secondo, e manifesto) con cio sia che la a, b sia doppia alla b, d , et a quello che uien fatto dalla a, b in la a, c (per la prima parte della decima settima del sexto) e uguale al quadrato della b, c adunque (per comuna scienza) quello che uien fatto dalla b, d due volte in la b, c & quello che uien fatto dalla a, b , & in la medesima e uguale al quadrato della a, b & pero e quadruplo al quadrato della b, d per la qual cosa gioua sopra lo quadrato della b, d tutto lo aggregato fare quincuplo al quadrato della b, d cioe quello che uien fatto dalla b, d due volte in la b, c , con el quadrato della a, b & con lo quadrato della b, d & perche (per la quarta del secondo) quest tutto e uguale al quadrato della a, c & manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Theorema.ii. Proposizione.ii.

$\frac{1}{2}$ Se a qualunque linea (diuisa in due parti) della qual el quadrato sia quincuplo del quadrato de luna delle sue parti, gli sia aggiunto una linea in lungo per sua a tanto che l'altra parte insieme con la linea aggiunta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia fara diuisa secondo la proportion e hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella fara la linea media.

Questa e il conuerso della precedente, & stante in tutto la disposizione della medesima ritornando in drio per la medesima uia se dimostra anchora in due modi si come quella ueroi gracia sia el quadrato a, b, c quincuplo al quadrato d, e, f della linea a, b doppia alla linea b, d Dico che la linea a, b e diuisa secondo la proportion e hauente il mezzo e duoi estremi in punto c , & la maggior parte di quella e la linea media che e la c, b perche egiue manifesto (per la quarta del secondo) che il quadrato a, c e quadruplo al quadrato d, e Adunque el gnomone c, g, d e uguale al quadrato a, c per la qual cosa il duoi supplementi d, d & c, e tutti insieme sono quanto el gnomone c, m, l . Anchora si medesimi supplementi tutti insieme (per la prima del sexto) sono quante a, b, d & sono etia quanto c, g seguita che c, g sia uguale al gnomone c, m, l adoque leua da uia da l'uno e da l'altro la supericie m, n fara el q drato c, l egale alla supericie a, n cioe cosa adoque che la supericie a, n sia fatta dalla a, b in la a, c & lo q drato c, l sia lo q drato di la linea c, b (per la seconda parte della 17. del sexto) la proportion della a, b alla a, c e la come della b, c alla c, a adoque per la diuisione della linea diuisa secondo la proportion e hauente il mezzo e duoi estremi posta nel principio del sexto libro pocho del proposito anchora se poi dimostrare il medesimo per questa altra uia. Con cio sia che il quadrato della c, d sia quincuplo del piu possito al q drato della b, d & lo quadrato della a, b (per la quarta del secondo) sia quincuplo al medesimo, & lo q drato della c, d (per la medesima) se eguale al q drato della c, b & al q drato della b, d & a qilo che uien fatto dalla b, d due volte in la c, b seguita che qilo che uien fatto dalla b, d due volte in la c, b , co el q drato della c, b sia egale al q drato della a, b ma q lo che uien fatto somate dalla b, d due volte in la c, b e quatro qilo che uien fatto dalla a, b in la b, c imperoche la a, b e doppia alla b, d adoque qilo che uien fatto dilla a, b in la b, c co lo q drato della b, c e egale al q drato della a, b & pche (per la 1. del secondo) quello che uien fatto dalla a, b in la b, c & in la a, c e egale al q drato della a, b seguita (per comuna scienza) che il q drato della linea b, c e uguale a quello che uien fatto dalla a, b in la a, c adunque (per la seconda parte della decima settima del sexto & per la diuisione e manifesto il proposito.



Theorema.iii. Proposizione.iii.

Quando una linea sarà diuisa secondo la proportionē hauente il $\frac{3}{2}$ mezzo & duoi istremi, se alla minor parte, sia aggiunto direttamente la mita della maggiore sarà che il quadrato della linea così composta sia quincuplo del quadrato che uien descritto dalla mita di essa maggior parte,

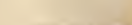
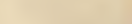
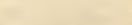


Sia la linea $a.b.$ diuisa secondo la proportionē hauente il mezzo e duoi istremi in ponto $c.$ & sia la maggior parte di quella la linea $c.b.$ la quale sia diuisa in due parti equali in ponto $d.$ Dico che il quadrato della linea $a.d.$ e quincuplo al quadrato della linea $c.d.$ perche essendo descritto el quadrato della $a.b.$ el quale sia $a.e.$ in el quale sia protratto lo diametro $b.f.$ & le linee $g.h.$ & similmente le $k.l.$ & $m.n.$ equidistantemente alli lati opposti segandosi fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti $p.$ & $q.$ & fora del diametro in li duoi altri lochi $r.$ & $s.$ Adonque e manifesto (per la 23. del sesto, ouer per el correlario della quarta del secondo) che tutte le superficie che stanno in el quadrato $a.e.$ che il diametro diuide per mezzo) sono quadrate, & le quatro superficie (che sono $a.r.$ $m.p.$ $p.h.$ & $s.c.$ (per la quadragesima terza del primo, & per la prima del sesto) e manifesto esser fra loro eguale, perche le due ultime $p.h.$ & $s.c.$ sono fra loro eguale (per la prima del sesto, Adonque perche (dal presente presupposto & dalla diffinitione della linea diuisa secondo la proportionē hauente il mezzo & duoi istremi) & per la prima parte della decima settima del sesto) lo quadrato $c.l.$ e eguale alla superficie $a.g.$ e pero etiam al gnomone $r.f.s.$ per questa causa che la superficie $a.r.$ e quale alla superficie $p.h.$ & perche (per la quarta proposizione del secondo libro) lo quadrato $c.l.$ e quadruplo al quadrato $r.s.$ el quale e si come il quadrato della linea $c.d.$ Seguita adonque (per communia scientia) che il quadrato $m.h.$ sia quincuplo al quadrato $r.s.$ perche e composto dal gnomone quadruplo & dal $r.s.$ sempio, & questo e il proposito. A dimostrare il medesimo altramente, Concio sia che la linea $b.c.$ sia diuisa in due parti equali in ponto $d.$ & a quella sia aggiunta la linea $a.c.$ (per la sesta proposizione del secondo libro) quello che uien fatto dalla $a.b.$ in la $a.c.$ con il quadrato della interiacente $c.d.$ sarà eguale al quadrato della $a.d.$ Ma perche quello che uien fatto dalla $a.b.$ in la $a.c.$ e eguale al quadrato della $c.b.$ (per la decima settima proposizione del sesto libro) & questo e quadruplo al quadrato della $c.d.$ Euidentemente e manifesto la uerita di quello che e detto, Parendoti anchora tu puoi etiam in duoi modi (dal consequente di questa) concludere il suo antecedente: dal processo retrogrado, perche essendo la medesima disposizione, stante il quadrato $m.h.$ quincuplo al quadrato $r.s.$ Et lo gnomone $r.f.s.$ sarà eguale al quadrato $c.l.$ perche luno e altro e quadruplo al quadrato $r.s.$ ma perche la superficie $a.g.$ e eguale al predetto gnomone e necessario che la medesima superficie sia eguale al predetto quadrato, per la qual cosa (per la seconda parte della decima settima proposizione del sesto libro) & per la diffinitione) la linea $a.b.$ e diuisa in ponto $c.$ secondo la proportionē hauente il mezzo e duoi istremi: & la sua maggior parte e la linea $c.b.$ a dimostrare il medesimo altramente essendo (per el presupposto) lo quadrato della linea $a.d.$ quincuplo al quadrato della linea $c.d.$ Et (per la sesta proposizione del secondo libro) esso medesimo quadrato sia eguale a quello che uien fatto dalla $a.b.$ in la $a.c.$ con el quadrato della $c.d.$ Seguita che quello che uien fatto dalla $a.b.$ in la $a.c.$ con el quadrato della $c.d.$ sia quincuplo al medesimo quadrato della $c.d.$ e pero leuato uia quello el residuo cioè

diore (quello che vien fatto dalla a, b . in la a, c .) sarà quadruplo a quello medesimo & perche etiam (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea, c, b e quadruplo al medesimo, & necessario che quello che vien fatto dalla a, b . in la a, c sia eguale al quadrato della, c, b . per la qual cosa un'altra uolta (per la seconda parte della decima settima del sexto & per la definizione) la linea, a, b . e divisa secondo la proportionone hauente il mezzo & duoi istremi in ponto, c . & la maggior parte di quella e la linea c, b .

Theorema. iiii. Propositione. iiii.

4 Se sia diuisa (qual si uoglia) linea secondo la proportionone hauente il mezzo e duoi istremi, & a quella sia aggiointo direttamente in 5 lungo una linea eguale alla sua maggior parte, tutta la linea cosi composta sarà diuisa secondo la proportionone hauente il mezzo e duoi istremi, & la sua maggior parte sarà la prima linea.



4 Sia la linea, a, b . diuisa secondo la proportionone che se suppone in ponto, c . & si 5 la maggior parte e di quella la c, b . & a tutta la a, b . sia aggiointo direttamente la linea, b, d . la quale sia eguale alla c, b . Dico che tutta la linea, a, d . e diuisa secondo la medesima proportionone in ponto, b . & la maggior parte di quella e la linea, a, b . (che e la prima linea) perche (per la definizione) della, a, b . alla, b, c . e si come della, b, c . alla, c, a . Ma perche (per la settima del quinto) della, a, b . alla, b, d . e si come alla, b, c . Adunque (per la undecima del medesimo) della, a, b . alla, b, d . e si come della, b, c . alla, c, a . per la qual cosa (per la conuertra proportionality) della, b, d . alla, b, a . e si come della, a, c . alla, c, b . Et congiuntamente della, d, a . alla, a, b . si come della, a, b . alla, b, c . & si concluda sia che (per la settima del quinto) della, a, b . alla, b, c . sia si come alla, b, d . (per la undecima del medesimo) della, d, a . alla, a, b . & si come della, a, b . alla, b, d . Adunque (per la definizione) la linea, a, d . e diuisa in punto, b . secondo la proportionone hauente il mezzo e duoi istremi, & la maggior parte di quella e la linea, a, b . che e il proposito. Anchora per lo medesimo modo se dalla maggior parte di qualunque linea diuisa secondo la proportionone hauente il mezzo e duoi istremi sia detratta una parte eguale alla minore essa maggior parte sarà diuisa secondo la medesima proportionone & la maggior parte di quella sarà la linea detratta uerbi gratia sia la linea, a, b . diuisa si come se propone in ponto, c . & la, a, c . sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la, c, d . eguale alla, c, b . Dico che la, a, e . diuisa secondo la medesima proportionone in ponto, d . & che la maggior parte di quella e la linea, a, d . e perche essendo (per la definizione) della, a, b . alla, a, c . si come della, a, c . alla, c, b . Et (per la settima propositione del quarto libro) della, a, c . alla, c, b . si come alla, c, d . (per la undecima propositione del medesimo) della, a, b . alla, a, e . sarà si come della, a, c . alla, c, d . & pero (per la decima nona propositione del quarto libro) & si come lo resti duo, c, b . al resti duo, d, a . Ma (per la settima propositione del medesimo) della, c, b . alla, d, a . e si come della, c, d . alla, d, a . Adunque della, a, c . alla, c, d . e si come della, c, d . alla, d, a . Adunque (per la definizione) e manifestato quello che hauemo detto. adunque ne quella agiondione che propone lo autore, ne quella detrattione che hauemo proposta al contrario se discorda dalla proprieta della diuisione della primitiua linea distendasi in lungo qual sia non pare quanto si uoglia.

Theorema. v. Propositione. v.

4 Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportionone hauente il

mezzo, & duoi istremi el congiunto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato della sua minor parte fara treppio al quadrato del la maggior parte.

Si a la linea a.b. diuisa in ponto.c. secondo la pportione piu uolte detta, & sia la sua maggior parte la linea c.b. Dico che li quadrati delle due linee a.b. & c.a. tolli insieme sono treppio al quadrato della linea c.b. Perche questi duoi quadrati tolli insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della c.b. & il doppio di quello che uien fatto dalla a.b. in la a.c. Et perche similmente quello che uien fatto dalla a.b. in la a.c. e eguale al quadrato della c.b. (per la diffinitione & per la prima parte della decima settima del sexto) e manifesto il proposito.

Theorema.vi.Propositione.vi.

Luna e l'altra parte, di ogni linea rationale diuisa secondo la pportione hauente il mezzo e duoi istremi e necessario esser residuo.

Si a la linea a.b. rationale diuisa secondo la nostra solita pportione in ponto.c. Dico che luna e l'altra parte di quella e residuo, perche essendo la a.b. la maggior parte di quella alla quale sia aggiunto la a. d. eguale alla mita di tutta la linea a.b. etiam la d.a. fara rationale (per la sesta propositione del decimo libro & per la diffinitione) & e manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea d.c. e quincuplo al quadrato della linea d.a. Adunque la linea d.c. e communicante alla linea d. a. in potentia (per la diffinitione) ma non in lunghezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo libro) per la qual cosa (per la settantesima terza propositione del decimo libro) la linea a.c. e residuo. Concio sia che le due linee d.c. & d.a. siano ambedue rationale: e communicante solamente potenzialmente. Et perche anchora se alla linea a.b. (rationale) sia aggiunto una superficie eguale al quadrato de la linea a.c. (che e residuo) lo secondo lato di quella fara la linea c.b. (per la prima parte della decima settima propositione del sexto libro) e necessario (per la nona gesima settima propositione del decimo libro) che la linea c.b. sia residuo primo, per la qual cosa e manifesto el proposito. Ma piu se della linea c.b. diuisa come se propone: la maggior parte fara rationale, la minore fara un residuo, uerbi gratia si la a.b. come prima diuisa in c. secondo la detta pportione & la maggiore parte di quella (qual e la a.c. (sia rationale: la quale sia diuisa in due parti eguali in ponto.d. & per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della d.b. fara quincuplo al quadrato della d.c. Et perche la d.c. e rationale concho sia che essa sia la mita della a.c. seguita che le due linee d.c. & d.b. sono rationale communicante solamente in potentia (per la prima parte della decima settima propositione del sexto libro) Ma se una linea rationale (come e la a.b.) diuisa secondo la pportione hauente il mezzo e duoi istremi anchora necessario che luna e l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la a.b. rationale solamente in potentia diuisa si come le pportione in ponto.c. & stando tolta alcuna linea rationale in lunghezza la qual sia d.e. la quale etiam sia diuisa in ponto.f. secondo la predetta pportione, la qual cosa senza lo aggiunto di alcune di quelle propositioni che seguita non uien stabilita conferma demonstratione. Adunque per la seconda del quattordicesimo libro e manifesto che la pportione della a.b. alla d.c. e si come della a.c. alla d.f. & si come della d.c. alla f.e. Concho si adunque che la a.b. communici in potentia con la d.c. seguita

seguita (per la prima parte della decima quarta del decimo) che la a. c. come muniti con la d. f. & la c. b. con la f. e. in potentia, & perche l'una e l'altra parte della linea d. e. e residuo come e manifesto dalle cose dette, seguita (per la 10.ª del decim) che l'una e l'altra parte della linea a. b. sia etia resti duo ma no de quella medesima specie come in dilo fu dimostrato. Per la qual cosa e manifesto che ogni linea rationale in longhezza ouer solamente in poteria, diuisa secondo la proportion hauente il mezzo e duoi istremi, l'una e l'altra parte e residuo: Et nota che la prima parte della presente dimostrazione per la quale se dimostra che la maggior parte della linea diuisa secondo la proportion hauente il mezzo e duoi istremi sia residuo (se tutta la linea sia rationale) quella medesima procede sufficientemente, o sia posta tutta la linea rationale in longhezza: ouer solamente in potentia, Ma la seconda parte con la quale se dimostra questo medesimo della minor parte: cioe che anchor quella sara residuo (se tutta la linea sara rationale) non se estende sufficientemente se non quando che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per la quale se approua che la minor portione e residuo, Seguita sufficientemente, o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia, adunque a concludere della maggior parte (della linea diuisa al predetto modo) che quella sia residuo: basta a poner tutta la linea diuisa esser rationale solamente in potentia. Ma a concludere anchora questo della minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minor parte per mezzo de tutta, e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza, ouer che egli e necessario arguire per la seconda del quattodecimo libro si come e stato dimostrato.

Theorema. vii. Propositione. vii.

⁷ Se alcuno penthagono, che habbia tre angoli equali, sia equilatero, anchora se approua el medesimo penthagono esser equiangolo.

Sia el penthagono. a. b. c. d. e. equilatero, & siano quali tre angoli si uozia di quello fra loro equali (cioe o siano tolti continuamente, ouer discontinuamente) Hor poniamo che prima siano tolti discontinuamente: cioe poniamo che li tre angoli a. c. d. siano quelli tre che uengono supposti fra loro equali. Di co tutto el penthagono esser equiangolo, & per demostrar questo si no tirate le corde b. e. b. d. & c. e. sotto a questi angoli, & tutto el penthagono sara diuiso in uno triangolo & in uno quadrilatero del quale le due diagonale faranno le corde di duoi prossimi angoli equali segundoli tra loro dentro di esso quadrilatero in ponto. f. & (per la quarta del primo) la basa. b. e. sara eguale alla basa. b. d. & l'angolo. a. e. b. eguale a l'angolo. c. d. b. & con cio sia che (per la quinta del primo) l'angolo. b. e. d. sia eguale a l'angolo. c. d. e. (imperò che li duoi lati. b. e. & b. d. sono equali) (per comuna scientia) lo total angolo. e. sara eguale al totale angolo. d. Similmente tu approuerai lo total angolo. b. e. esser eguale allo total angolo. c. perche (per la quarta del primo) la basa. b. e. e eguale alla basa. c. e. & l'angolo. a. b. e. eguale a l'angolo. d. c. e. & (per la quinta del medesimo cioe del primo) l'angolo. e. b. c. eguale a l'angolo. e. c. b. adique (per comuna scientia) lo total angolo. b. e. eguale al total angolo. c. Et così essendo li tre angoli. b. c. d. tolti continuamente equali: & similmente anchora lo penthagono sara equiangolo, perche (per la quarta del primo) la basa. b. d. sara eguale alla basa. f. e. & l'angolo. c. d. b. a l'angolo. d. c. e. adunque (per comuna scientia) l'angolo. c. d. b. sara eguale a l'angolo. e. c. d. per la qual cosa (per la 6.ª del primo) le due linee. c. f. & d. faranno eguale cōcio sia che li duoi angoli del triangolo. f. c. d. che sono alla basa. c. d. siano equali. Ad que (per questa comuna scientia) se da questa quantita equali sia tolto quantita eguale & c. sara la linea. f. b. eguale alla



linea, f. e. perche tutta la, b. d. era eguale a tutta la, c. e. e pero (per la quinta del primo) l'angolo, f. b. e. sarà eguale al angolo, f. e. b. & (per la medesima) l'angolo a. b. e. e. eguale al angolo a. e. b. adonque (per communia scientia) l'angolo, b. totale e eguale al total angolo e. perche li tre angoli parziali componenti l'uno sono eguali alli tre angoli parziali componenti l'altro cadauno al suo relativo. adonque e manifesto che li tre angoli, e. b. c. tolti discontinuamente in el proposito pentagono sono equali & concio sia che in tal modo egli è stato dimostrar tutto el pentagono esser equiangolo adonque p l'uno e l'altro modo e manifesto el proposito.

Theorema. viii. Proposizione. viii.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien descritto dal suo lato e treppio al quadrato della mita del diametro del cerchio dal quale esso triangolo sarà circoscritto.

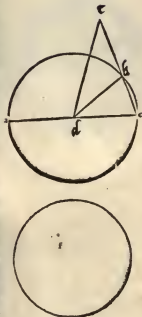
Sia il triangolo, a. b. c. equilatero al qual sia circoscritto lo cerchio, a. b. c. sopra el centro, d. (si come insegna la quinta del quarto libro) & sia protratto in quello lo diametro, a. d. e. Dico adonque che il quadrato della linea, a. b. e treppio al quadrato del mezzo diametro, a. d. & p dimostrar questo siano dutele due linee, b. d. & d. e. & a l'arco, b. e. sia protratto sotto la corda, b. e. & (per la octava del primo libro) l'angolo, b. a. d. sarà eguale a l'angolo, c. a. d. per la qual cosa (per la ultima del sesto) l'arco, b. e. è quale al arco, e. c. & perche (per la uigesimaottava del terzo) li tre archi, a. b. b. c. & c. a. sono fra loro equali impero che le corde di quegli (le quale sono li lati del triangolo) sono eguale (dal presupposito) l'arco, b. e. sarà la sesta parte della circonferentia : e pero la corda, b. e. sarà il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio : per la qual cosa (per el correlario della decimaquinta del quarto) la linea, b. e. è eguale al mezzo diametro, a. d. & e manifesto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) che l'angolo, a. b. e. è retto e pero el quadrato della linea, a. e. è eguale all quadrato delle due linee a. b. & b. e. tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della a. e. è quadruplo al quadrato della, b. e. (per la quarta del secondo) concio sia che la linea, a. e. sia doppia alla, b. e. resta adonque lo quadrato della, a. b. esser treppio al quadrato della, b. e. e pero etiam al quadrato della a. d. che e il proposito, & accio che a noi sia chiaro che la linea, b. c. (che e il lato del triangolo) diuida lo semidiametro, d. e. in due parti equali, sia, f. el ponno del la diuisione, adonque e manifesto (per la quarta del primo) che la, b. f. è eguale alla, f. e. e pero (per la prima parte della tertia del terzo) tutti li angoli che sono al, f. sono retti, per la qual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato del la, b. d. e eguale alli quadrati delle due linee, d. f. & f. b. ma lo quadrato della, b. e. è eguale alli quadrati delle due linee che sono la, b. f. & la, f. e. Et perche la, b. d. è eguale alla, b. e. (per communia scientia) li duoi quadrati delle due linee, b. f. & f. d. tolti insieme saranno equali alli duoi quadrati delle due linee, b. f. & f. e. (per communia scientia) lo quadrato della, f. d. (residuo) sarà eguale al quadrato della, f. e. (residuo) per la qual cosa & la linea, f. d. alla linea, f. e. (per questa cōmunia sententia) quelle linee sono eguale delle quale li quadrati sono equali : adonque per questo e manifesto che la perpendicolare ditta dal centro del cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto e eguale alla mita della linea ditta dal centro del medesimo cerchio alla circonferentia di quello,

Theorema. ix. Proposizione. ix.

² Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equilatero

tero (li quali da un medesimo cerchio ambi duoi fian circonscritti) faranno insieme congiunti direttamente in longo, tutta la linea da questi composta, fara di uisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui istremi; & la maggior parte di quella fara el lato del exagono.

Sia el cerchio, a.b.e. el centro di quale sia, d. & lo diametro, d.e. & sia arco, c.b. la quinta parte del arco del mezzo cerchio, a.b.e. sotto al quale sia tirata la corda, c.b. la quale e manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aglonto alla linea, c.b. in continuo & diretto la linea, b. e. la quale sia posta eguale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea, c.e. esser diuisa in pouito, b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella dico esser la linea, b. e. la quale e el lato del exagono. Et per dimostrar questo siano darte in el centro le due linee, e. d. & b. d. & langolo, e. sia eguale al angolo, b. d. e. (per la quinta del primo) per questo che la linea, c.b. e eguale alla linea, b. d. (per el correlario della decimaquinta del quarto) Anchora langolo, d. b. e. e eguale al angolo, e. (per la quinta del primo) per la qual cosa langolo, a. d. b. (per la trigesima seconda del primo) fara doppio al angolo, d. b. e. & perche (per la medesima) langolo, d. b. e. e doppio al angolo, e. Seguita che langolo, a. d. o. sia quadruplo al angolo, e. perche (per communia scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del sempio) essendo etiam il medesimo angolo, a. d. b. quadruplo al arco, b. c. (per communia scientia) e necessario che langolo, e. sia eguale al angolo, b. d. e. A dunque siano intesi li duoi triangoli, d. e. c. totale & b. d. c. parziale & conosciuta che langolo, e. del totale sia eguale al angolo, b. d. e. del parziale & langolo, e. sia commune a luno e laltro (per la trigesima seconda del primo) e necessario che lor siano equiangoli per la qual cosa, per la quarta del sesto) la proportion di duoi lati, d. e. & c. d. continenti langolo, e. in el total triangolo e siccome di duoi lati, d. e. & c. b. continenti el medesimo angolo in el triangolo parziale, perche adunque la proportion della, e. c. alla, e. d. e si come alla, e. o. (per la seconda parte della settima del quinto (& della d. e. alla, c. b. e si come: d. d. a. c. b. alla medesima) per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportion della, e. c. alla, e. b. sia si come della, c. b. alla, b. e. Adunque (per la diffinitione) conclude il proposito cioe la linea, e. c. esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono la qual cosa, e ita necessario di dimostrare. Anchora conuien dimostrare la conuersa la qual cosa si fa facilmente per uia retrograda cioe tornando in drio per la medesima uia perche quella piglia Prologo meo al nono capitolo della prima distintione del almagesto a dimostrare la qualita delle corde dell archi dun cerchio. Dico adunque che essendo diuisa qual si uoglia lima secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi di quel cerchio chela maggior parte fara il lato del exagono, de quel medesimo la minore fara el lato del decagono & di qsto che la minore fara el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore fara il lato del exagono & per dimostrare duto uia la prima disposizione cioe siante la linea, c.e. diuisa in pouito, b. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella si, a. e. b. Dico che di quel cerchio il quale la linea, a. b. e. lato del exagono di quel medesimo la linea, b. c. e. el lato del decagono & di quel cerchio chela linea, a. b. e. lato del decagono di quel medesimo la linea, c. b. e. lato del exagono (& qsto lorendo di exagoni, & decagoni equilateri) perche essendo la, e. c. el lato del exagono inscritto in lo cerchio, a. b. c. (per el correlario della decimaquinta propositione del quarto) la, e. b. fara uguale alla, d. c. & perche la pportione della



e.e. alla .c.b. e si come della .e.b. alla .b.c. (dal presupposito) sarà (per la settima del quinto. della .e.e. alla .d.c. si come della .d. e. alla .c. b. adunque (per la sesta del sesto) si duoi triangoli .e.d.c. & .d.e.b. sono equiangoli, adunque l'angolo .e.e. è uguale all'angolo .b.d.c. perche quelli riguardano li lati proportionali. & con ciò sia che l'angolo .a.d.b. sia quadruplo al angolo .e. (per la trigesima seconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etia che il medesimo angolo .a.d.b. sia quadruplo al angolo .b.d.c. E perol (per la ultima del sesto) l'arco .a.b. è quadruplo al arco .b.c. A dunque la linea .a.b.c. il lato del decagono inscritto in lo cerchio a.b.c. Ma se la linea .b.c. sarà il lato del decagono del cerchio a.b.c. la .e.b. sarà il lato del esagono de quel medesimo & siem da altramente (per l'auersario) sia adunque la medesima linea .e.b. lato del esagono del cerchio .f. onde (per le cose per avanti dette) la .b.c. sarà il lato del decagono di quel medesimo: siano adunque intesi esser inscritti in li duoi cerchi .a.b.c. & .f. li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea .b.c. & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu prouado in la decima quinta del quarto libro) seguita luno e laltro di duoi decagoni esser equiangoli. Et con ciò sia che tutti li angoli di luno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di laltro tolti insieme si come euidentemente appare (dal le cose dimostrate in la trigesima seconda del primo) e peto e necessario (per questa cōmuna scienza le parti decime di qualunque due quantità uguale ouer qualunque altre parti di medesime denominazioni esser eguale) che luno di que sti decagoni sia equiangolo a laltro: e pero sono simili (per la diffinitione delle superficie simile) Et perche se faranno iscritte due figure simile in duoi cerchi: la pporzione di duoi relativi lati di qlle figure sarà si come delli duoi diametri di quelli cerchi (come appare per il correlario della decimanona del sesto lib. & per la prima del duodecimo) & con ciò sia che li lati di decagoni simili scritti in li duoi cerchi .a.b.c. & .f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e pero anchora li semidiametri di quegli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del esagono (per lo correlario della decima quinta del quarto) adunque la linea .e.b. sarà el lato del esagono iscritto in lo cerchio .a.b.c. si come che e lato del esagono del cerchio .f. a quello uguale & questo e quello che uoleuamo dimostrare, & sapera! che per questa nona di questo decimotercio libro esser di nouo tienuto fuori la decima del quarto libro la quale propone de descrivere uno triangolo di duoi lati equali del quale luno e laltro di duoi angoli chi si stiano sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tale luno e laltro di duoi triangoli .e.d.c. & .d.e.b. & semplicemente ogni triangolo del quale li duoi lati siano equali alla maggior parte di alcuna linea diuisa secondo la proportion e ha uente il mezzo & duoi estremi, & il terzo (che è la basa) sia uguale alla minor parte della medesima linea, oueramente quello del quale li duoi lati siano equali al lato del esagono equilatero iscritto in alcuno cerchio & la basa sia uguale al lato del decagono equilatero iscritto in el medesimo cerchio che e il proposito.

Theorema.x. Proposizione.x.

Ogni lato dun pentagono equilatero e tanto piu potente di l'alto del esagono equilatero, quanto puo il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio.

Sia il cerchio .a.b.c. el centro del quale sia el ponto .d. & lo diametro la linea .a.d.c. Hor sia iscritto a questo uno pentagono equilatero qual sia .a.b.c.d.e. & dal centro .d. sia prottata una perpendicolare a l'arco .a.b. la quale sia producta per fina alla circonferentia in ponto .h. & sia .a.d. b. & siano prouate le due corde .a.h. & .h.b. le quale saranno eguale fra loro (per la seconda parte della terza del terzo)

del terz. & della quarta del primo. E pero etiam li duoi archi. a.h. & h.b. faran-
no equali fra loro (per la uigesimaottaua del terzo) Adonque luna e l'altra del
le due corde. a.h. & h.b. e l'arco del decagono equilatero iscritto in lo proposto cer-
chio. Dico adonque che il quadrato della linea. a.b. (che e il lato del pentagono
no) e eguale alli duoi quadrati delle due linee. b.d. & a.h. tolti insieme delle qua-
le la prima e eguale al lato del exagono (per el correlario della decimaquinta
del quarto) & la seconda lato del decagono & per demonstrar questo sia pro-
tratto dal centro. d. una perpendicolare alla linea. a.h. (la quale e lato del deca-
gono) la quale sia produtta per fina alla circonferentia. & sia la. d.k. la qual se-
ghi la linea. a.b. (che e lato del pentagono) in ponto. l. & sia prorata la linea
h.l. Et e manifesto (per la seconda parte della terza del terzo. & per la quarta del
primo. & uigesimonona del terzo) che la linea. d.k. (che e perpendicolare alla
corda. a.h.) diuidi in duoi parti equali la corda insieme con l'arco, e pero l'arco
a.k.e. eguale al arco. h.b. Per la qual cosa (per la ultima del sesto) l'angolo. a.d.
le eguale a l'angolo. l.d.h. E pero (per la quarta del primo) la basa. a.l. e egual
alla basa. l.h. adonque (per la quinta del primo) l'angolo. a.h.e. e eguale al an-
golo. l.h.a. & concio sia che (per la medesima) l'angolo. h.a.b. sia eguale a l'an-
golo. h.b.a. seguita che l'angolo. l.h.a. sia eguale al angolo. h.b.a. Adonque (per
la trigesima seconda del primo) li duoi triangoli. b.a.h. & a.h.l. sono equiangoli
perche l'angolo. b. del maggiore e eguale al angolo. h. del minore. & l'angolo. a. e
commune a luno e laltro adonche (per la quarta del sesto) la proportion della
b.a. alla h.a. e si come della. a.h. alla l.a. Per la qual cosa (per la prima parte del
la decimasettima del sesto) quello che peruiene dalla. b.a. in la. a.l. e eguale al qua-
drato della linea. a.h. la quale e il lato del decagono. & concio sia che el mezo
cerchio. a.e.c. sia eguale al mezo cerchio. a.f.c. & l'arco. a.e. a l'arco. a.f. l'arco. e
c. (residuo) sia eguale al arco. f.c. (residuo) per la qual cosa l'arco. e.c. e la mit-
ta del arco. e.f. E pero e eguale al arco. a.h. & doppio al arco. h.k. Et perche l'arco
a.b. e doppio al arco b.h. (per la decimasettima del quinto) tutto l'arco. e.c. b. fa
doppio a tutto l'arco. b.h. K. E pero (per la ultima del sesto) l'angolo. c.d.
b. e doppio al angolo. b.d.l. & concio sia che il detto angolo. c.d.b. (sopra il cen-
tro) sia similmente (per la uigesima del terzo) doppio al angolo. b.d.l. (sopra
la circonferentia) adonque (per la communa scientia) l'angolo. b.d.l. sia es-
quale al angolo. b.a.d. onde (per la trigesima seconda propositione del primo)
lo triangolo. b.d.l. fara equiangolo al triangolo. b.a.d. Perche l'angolo. d. del mi-
nore e eguale al angolo. a. del maggiore. & l'angolo. b.e. commune a luno e laltro
Adonque (per la quarta del sesto) la proportion della. a.b. alla b.d. e si come
della. b.d. alla l.b. per la qual cosa (per la prima parte della decimasettima del
sesto) quello che peruiene dalla. a.b. in la. b.l. e eguale al quadrato della. d.b. Et
prima fu prouato che quello che peruiene dalla. a.b. in la. l.a. e eguale al quadra-
to della. a.h. Adonque quello che peruiene dalla. a.b. in la. l.a. & in la. l.b. e egua-
le alli duoi quadrati delle due linee. a.h. & b.d. Et (perche per la seconda del ses-
condo) quello che peruiene dalla. a.b. in la. l.a. & in la. l.b. e eguale al quadrato
della linea. a.b. Et la linea. a.b. e il lato del pentagono equilatero iscritto in lo
proposto cerchio & la linea. a.h. e il lato del decagono equilatero & la linea. b.d.
(per el correlario della decimaquinta del quarto) e eguale al lato del exagono
equilatero. Iseritto in lo proposto cerchio per la qual demonstratione siensi a esse,
uerificando quello che fu detto.



Theorema. xi. Propositione. xi.

Se a duoi propinqui angoli dun pentagono equilatero descritto dentro dun cerchio, dalli termini di suoi lati sian sotto tese ouer tira-
te due linee rette, luna e l'altra di quelle seghara l'altra secondo la pro-

portione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di cadauna di quelle sarà aquale al lato di quel pentagono.

Sia lo pentagono equilatero, a, b, c, d, e, inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere: & a duoi propinqui angoli di quello (quali sono a, & b,) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette, a, c, & b, c, segandose fra loro in ponto, f. Dico adunque luna e l'altra di quelle esser diuisa in ponto, f. secondo la portione hauente il mezzo e di duoi istremi: & che la maggior parte di cadauna di quelle è uguale al lato del pentagono: perche (per la uigesimaottaua del terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonferiue il proposto pentagono (di quali le corde sono li lati di quel pentagono) sono fra loro equali. E pero (per la ultima del sesto) li quattro angoli, a, e, b, a, b, e, b, a, c, & b, c, a, sono fra loro equali. Perche li archi, a, b, a, e, & b, c, sono fra loro equali. Et con ciò sia che l'arco, c, d, e, sia doppio al arco, b, c, Anchora (per la ultima del sesto) l'angolo, c, a, e, sarà doppio al angolo, c, a, b, & (per la prima parte della trigesima seconda del primo) l'angolo, a, f, e, è doppio al angolo, f, a, b, adunque l'angolo, a, f, e, è uguale al angolo, f, a, e, per la qual cosa (per la sesta del primo) la linea, a, e, è uguale alla linea, a, f, e, & li duoi triangoli, a, b, e, & a, f, b, sono equali angoli (per quelle cose che sono state dette: & per la trigesima seconda del primo) perche l'angolo, e, del maggiore è uguale al angolo, a, del minore: & l'angolo, b, e, commune a luno e l'altro, adunque (per la quarta del sesto) la proportion della, e, b, alla, b, a, sarà si come della, b, a, alla, f, b. Et con ciò sia che la e, f, sia uguale alla, a, b, impero che quella (come sia prouado) è uguale alla, a, e. Seguita (per la settima del quinto) che la proportion della, b, e, alla, e, f, sia si come, della, e, f, alla, f, b. Per la qual cosa (per la diffinitione) la linea, e, b, è diuisa secondo la proportion hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella è uguale al lato del pentagono & se questo e il uero de la linea, e, b, Anchora (per la settima del quinto & quinta del medesimo & per la diffinitione) il medesimo sarà uero della linea, a, c, perche tutta la, b, e, è uguale a tutta la, a, c, (per la quarta del primo) etiam le parti alle parti (per la sesta del primo & per la communa sceltia) perche le parti, a, f, & b, f, sono equali (per la sesta del primo) e pero li residui, f, e, & f, c, saranno fra loro equali (per la coniectione) o neramente si pare tu puoi (& più facilmente) dimostrare il proposito della linea, a, c, notando circa a quello come è stato fatto circa alla linea, e, b.

Theorema. xii. Propositione. xii.

- 11** Sel diametro dun cerchio che circonferiua uno pentagono equilatero sarà rationale lo lato di quel pentagono sarà una linea irrationale, cioè quella che è detta linea minore.

Sia il pentagono equilatero, a, b, c, d, e, iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato l'elemento del quale sia el ponto, f, & li duoi diametri, b, g, & a, h, & sia luno e l'altro di questi diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che el lato del detto pentagono iscritto sarà una linea irrationale, cioè quella che se dice linea minore. Perche essendo protracta ouer tirata la linea, a, c, al segni il diametro, b, g, in ponto, k. Et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea, a, c, sarà diuisa dal diametro, b, g, orthogonalmente, & in due parti equali in ponto, k, perche con ciò sia che li semicerchio, b, a, g, sia uguale al semicerchio, b, c, g, & l'arco, b, c, al arco, b, a, si come è manifesto (per la uigesimaottaua del terzo) sarà l'arco, a, g, (residuo) uguale al arco, c, g, (residuo) & pero (per la ultima del sesto) l'angolo, a, b, g, sarà etiam uguale al angolo, c, b, g, adunque con ciò sia che li duoi lati, a, b, & b, c, del triangolo a, b, k, siano equali alli duoi lati, b, g, & b, k.

b.&b.K.dei triangolo.c.b.K.& langolo.b.de luno a langolo.b.dilaltro.(per la quarta del primo) la basa.a.k.sara eguale alla basa.k.c.& tutti li angoli che sono al.k.sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro.a.h s'egli lo lato del pentagono.c.d.in ponto.l.Et similmente la linea.c.d.sara diuisa da diametro.a.h.orthogonalmente & in due parti equali in ponto l.& consi cio sia che li duoi archi.a.d.h.&a.c.h.siano equali & larco.a.c.sia eguale al arco a.d.li duoi residui di semicerchil(che sono.c.h.&.d.h.) faranno equali alli quali essendo sotto tese, quer tirare le due corde che sono.c.h.&.d.h.quelle anchora(g la uigesimanona del tezo)faranno eguale, & perche larco.a.c.e eguale al arco.a.d.(per la oltima del sexto) langolo.c.h.l.sara eguale al angolo.d.h.l.E pero (g la quarta del primo) la basa.c.l.e eguale alla basa.d.l.& tutti li angoli che sono al.l.sono retti (per la prima parte della terza del tertio.) Adonque li duoi triangoli.a.c.l.&.a.f.K.sono egangoli (per la 3.2.del primo)pche langolo.l.del maggiore e eguale al angolo.k.del minore (impero che luno e laltro e retto) Et l'angolo.a.e comune a luno e laltro per la qual cosa(per la quarta del sexto)la pporzione della.l.c.alla.c.a.e si come de la.K.l.alla.f.a.Sia tolto adonque dal diametro.b.g.la linea.f.m.egle alla qta pte del semidiametro&(g la equa pporcionalita) la pporzione de la.c.l.alla quarta pte della linea.a.c.(la quale sia.c.g.)sara si come della.K.f.alla quarta parte della linea.f.a.la quale e.l.m.& perche(per la decima quinta del quinto)la pporzione della.c.d.alla.c.K.e si come della.c.l.alla.c.g.(perche cosi e il doppio al doppiotto come il semplo al semplo) per la undecima del quinto) della.c.d.alla.c.k.sara si come della.K.f.alla.f.m.Et congiuntamente della linea composta dalla.d.c.&.c.K.dalla.c.K.alla.c.k.si come della.f.m.alla.m.f.E pero(per la prima parte della uigesimaseconda del sexto) la pporzione del quadrato della linea composta dalla.d.c.&.c.K.al quadrato della linea.c.k.e si come del quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.Et (per la precedente) e manifesto che se la linea.a.c.sia diuisa secondo la pporzione hauente il mezzo e duoi istremi, la maggior parte di quella,sara eguale alla linea d.c.adonque la linea che e composta dalla linea.d.c.&.c.K.e composta dalla maggior parte de la linea diuisa secondo la pporzione hauente il mezzo e duoi istremi & dalla mita di tutta la linea cosi diuisa:perche la.c.K.e la mita della.a.c.adó que (per la prima di questo,decimotertio libro) lo quadrato della linea composta dalla.d.c.&.c.k.e anchora quincuplo al quadrato della linea.c.k.e pero lo quadrato della linea.k.m.e anchora quincuplo al quadrato della linea.m.f, con cio sia che la pporzione di questi quadrati & de quelli sia una medesima. & la linea.b.m.e quincupla alla linea.m.f.Perche la.m.f.era la quarta parte del semidiametro del proposto cerchio,Adonque el quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.e si come della linea.b.m.alla linea.m.f. & perche (per la seconda parte de la decimanona del sexto)lo quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.e si come della linea.K.m.alla linea.m.f.duplicada, &(per la undecima del quinto) la linea.b.m.alla linea.m.f.sara si come la linea.k.m.af la linea.m.f.duplicada. Adóque la linea.k.m.e media proportionale fra le due linee.b.m.&.m.f.la qual cosa cosi e manifesta, perche essendo la linea.n.p. media proportionale fra quelle,tolta secondo la dottrina della nona del sexto,&(per la diffinitione della pporzione duplicada che e posta in el principio del quinto) la pporzione della.b.m.alla.m.f.sara si come della.b.m.alla.n.p.duplicada:perche la.b.m.alla.n.p.e si come la.n.p.alla.m.f.Etiam (per la undecima del quinto) la pporzione della.b.m.alla.m.f.sara si come della.n.p.alla.m.f.duplicand:adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee.k.m.&.n.p.sono eguale, e pero (per la prima parte della settima del quinto & per la seconda parte della medesima) la linea.k.m.e media proportionale fra la.b.m.&.m.f.per la qual cosa (per el correlario della decimaottaua del sexto) la pporzione del quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k., e si come e della linea.b.m.alla linea.m.f.& perche la linea.b.m.e quincupla alla linea.m.f.el quadrato della linea.b.m.sara quincuplo al quadrato della linea.m.k. & la



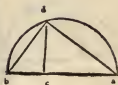
Il Traduttore.

Bi fogna notare che quella parte adutta & approvata in fine del commentatore, se verifica medesimamente nella prima argumentatione, che supponendo il diametro (largo modo) rationale, o sia in lunghezza, o solamente in potentia (che così si debbe intendere la proposizione) se concluderà il proposito.

Problema primo. Propositione. xiii.

- 13** Possiamo fabricare una piramide di quatro base triangolare equilatera circonscritibile da una assegnata sfera. Et dimostrare che il diametro di quella sfera hauree proportione sesquialtera potenzialmente al lato di essa piramide.

Sia la linea, a, b, el diametro della assegnata sfera la quale sia di assa in potentia, talmente che la a, c, sia doppia alla b, c, & sopra quella sia lineato lo semicircolo, a, d, b, & sia produtta la linea, c, d, orthogonalmente sopra la linea, a, b, & siano produtte le linee, b, d, & d, a, e da poi sia fatto el cerchio, f, g, h, sopra il centro, e, el semidiametro dli quale sia eguale alla linea, c, d, in el quale (per la seconda del quarto) sia inscrito un triangolo equilatero el quale sia, f, g, h, alli angoli dli quale (dal centro) siano protratte le linee, e, f, e, g, e, h, e da poi sopra il centro, e, secondo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea, e, k, perpendicularmente a la superficie del cerchio, f, g, h, la quale sia possa eguale alla, a, c, Et dal punto, k, siano tirate le ypothumuse, k, f, k, g, k, h, & sarà compita la piramide di quatro base triangolare equilatera, la quale, dico esser circonscritibile dalla assegnata sfera, etiam dico el quadrato del diametro della proposta sfera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata pyramide perche egliè manifesto (per la prima parte del correlario della ottava del secondo) che la linea, c, d, e media proportionale fra la, a, c, & la, c, b, per la qual cosa per el correlario della, i, g, del medesimo el quadrato della linea, a, c, el quadrato della linea, c, d, e si come la linea, a, c, alla, c, b, adonque congiotramente lo quadrato della, a, c, & lo quadrato della, c, d, al quadrato della, c, d, e si come la, a, b, alla, b, c, si pero (per la penultima del primo) el quadrato della, a, d, al quadrato della, d, e, sarà si come la, a, b, alla, b, c, Concio sia adonque che la linea, a, b, sia treppia alla, b, c, (perche la, a, c, era doppia a quella) anchora lo quadrato della, a, d, sarà treppio al quadrato della, d, e, & (pla oiraua di questo) lo quadrato della, f, g, e treppio al quadrato della, e, f, Per la qual cosa concio sia che (dal presupposito) la linea, d, e, sia eguale alla, e, f, (per communia scientia) la, a, d, sarà eguale alla, f, g, Et perche (per la diffinitione della linea perpendicularare a una superficie) la linea, e, k, contiene angoli retti con cadauna delle linee, e, f, e, g, e, h, delle quale cadauna e eguale alla linea, c, d, & perche quella medesima e eguale alla linea, a, c, & langolo, e, e, retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee, f, k, g, k, h, sarà eguale alla linea, a, d, Adonque e manifesto la fabricata pyramide esser di quatro base triangolare equilatera, Ma che quella sia circonscritibile dalla assegnata sfera tu haureai in questo modo, Sia inteso alla linea, e, k, esser tuti aglonto secondo la retitudine) la linea, e, l, eguale alla linea, c, b, accio che tutta la, k, l, sia eguale alla, a, b, (che e il diametro della assegnata sfera) Dico che questa linea, e, l, tu la immaginari esser sotto al cerchio, f, g, h, etiam perpendicularare alla superficie di quello dalla parte di sotto : si come è la, e, k, dalla parte di sopra, Et cadauna delle tre linee, e, f, e, g, e, h, (si semplicemente qualunque semidiametro del cerchio, f, g, h,) sarà media proportionale fra la, k, e, & la, e, l, si come e la, d, c, fra la, a, c, & la, c, b, Perche queste sono eguale a quelle (cadauna al



la sua relatiua) A dunque se sopra la linea, l, k , sia descritto un mezzo cerchio de quello sia circondutto per fina a tanto chel ritorni al loco doue incominciò a mouersi: la sfera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sfere equali) sarà eguale alla sfera assignata, perche le sfere sono eguale, quando li diametri di quelle sono equali, si come fu detto di cerchi in el principio del terzo. Et questo semicerchio e necessario transire per li tre ponti, f, g, h , li quali sono li angoli della solida pyramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea, k, l , se ferro circondutto per fin chel ritorni al loco doue quello hauera cominciato a mouersi toccherà el cerchio, f, g, h , sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. La qual cosa se approua da questa antiqua uerita. Se una linea retta stà perpendicularmente sopra una linea retta la quale sia posta media proportionale fra le parti di quella alla quale sopra stà, ouer alle due parti che li stà attorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra la quale stà la perpendicularare) la circonferentia di quello necessariamente transirà per la estremità della linea media proportionale posta perpendicularmente, Concio sia adonque che tutti li semidiametri del cerchio, f, g, h , siano perpendiculari alla linea, k, l , & mes di proportionali fra le parti di quella le quale sono, $k, e, & e, l$. Seguita che il semicerchio descritto sopra l, k , essendo circondutto transirà per tutti li ponti della circonferentia, f, g, h , & per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che e duna figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide e inscritibile a quella sfera che descrive el semicerchio (lineato sopra la linea, k, l , nel moto suo. Et perche questa sfera descritta e eguale alla sfera assignata (per la diffinitione delle sfere equali) se guida (per comune scientia) che questa pyramide fabricata sia circonscritibile dalla assignata sfera: che e il proposito. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Hor concio sia che la linea, a, b , sia treppia alla, b, c , (per la euerfa proportionality) la, a, b , sarà sesquialtera alla, a, c . E pero (per la seconda parte del correlario della octaua del sexto & correlario della decima octaua del medesimo) el quadrato della linea, a, b , sarà etiam sesquialtero al quadrato della linea, a, d . Et pero che la linea, a, d , e eguale al lato della fabricata pyramide & la, a, b , e li diametri della sfera e manifesto esser il uero quello che per el correlario e detto.

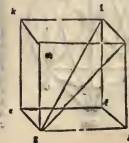
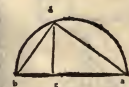
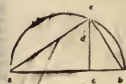
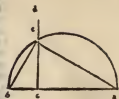
Et accio che non accadi in alcuno a dubitare della proposta antiqua uerita, uolemo quella con demonstratione affermare in questo modo. Sia adonque sopra alla linea, a, b , la linea, c, d , perpendicularare, la quale sia posta media proportionale fra le parti della linea, a, b , le quale siano, $a, c, & c, b$, talmente che la proportion della, a, c , alla, c, d , sia si come della, c, d , alla, c, b . Et sopra la linea, a, b , sia descritto lo mezzo cerchio, a, e, b . Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transirà per el ponto, d , che e la estremità della perpendicularare: & essendo altrimenti (per lo aduersario) ouer segara la linea, c, d , ouer transirà di sopra di quella cioe transiendo & includendo & non toccando tutta quella: seghì adonque primamente quella in ponto, c , & siano dute le linee, $e, b, & c, a$. Et per la prima parte della trigesima prima del terzo) lo total angulo, a, e, b , sarà retto: Adonque (per la prima parte del correlario della, g , del sexto) la proportion della, a, c , alla, c, e , si come della, c, e , alla, c, b , & (per la seconda parte della octaua del quinto) la proportion della, a, c , alla, c, e , maggiore che dalla, a, c , alla, c, d . Imperoche la, c, e , e minore che la, c, d , essendo adonque della, c, e , alla, c, b , si come della, a, c , alla, c, e , & della, c, d , alla, c, b , si come della, a, c , alla, c, d , (per la duodecima del quinto) della, c, c , alla, c, b , sarà maggiore che della, c, d , alla, c, b , & pero (per la prima parte della decima del quinto) la, e, c , sarà maggiore che la, d, c , cioe la parte sarà maggiore del suo tutto, la qual cosa e impossibile, adonque la circonferentia del semicerchio non segara la linea, c, d , transisca adonque di sopra: & sia produtta la, c, d , per fin alla circonferentia, & sia tutta la, c, e , & siano produtte le linee, $e, b, & c, a$, & seguitara, come prima la linea, c, d , esser maggiore che la linea, c, e , che e impossibile adonque e manifesto il proposito: & similmente dicemo.

dicemo che ſel ſara alcun angolo retto al quale ſia ſotto teſa, & ſuer tirato) una b_z ſia ſopra la quale ſia lineado uno mezzo cerchio, la circonferentia di quello e neceſſario tranſire per l'angolo retto & la conuerſa di queſta propone la trigefi^a ma prima del terzo) & quello che hauemo detto ſe manifeſta in quello modo, ſia l'angolo a.b.c. retto al quale ſia tirata ſotto la baſa a.a.c. & ſopra quella ſia lineado un mezzo cerchio. Dico che la circonferentia di quello tranſira per il ponto b. In el qual uanno di compagnia le linee che contengono l'angolo retto, la demonſtratione della quale e che non tranſira di ſopra ne di ſotto & eſſendo poſſibile (per lauerſario) quella tranſisca primamente di ſotto & ſia la a.e.c. & dalango lo b. ſia prodotta la linea b.d. perpendicolare alla baſa a.a.c. la quale ſeghi la circonferentia del ſemicerchio in ponto e, & ſiano protraſe le linee, e.a. & e.c. Et l'angolo a.e.c. ſara retto (per la prima parte della trigefima prima del terzo) & quello e maggiore del angolo a.b.c. (per la trigefima prima del primo) ſe que ſto e impoſſibile & per la terza petitione) concio ſia che l'uno e l'altro ſia retto, l'uno dal preſuppoſito: el altro per la prima parte della trigefima prima del terzo. Adonche la circonferentia del mezzo cerchio non tranſira di ſotto l'angolo b. tranſisca adonche di ſopra (ſe e poſſibile) & ſia la a.f.c. & ſia prodotta la perpendicolare d.b. per ſina che la ſe incontri con la circonferentia del ſemicerchio a.f.c. in ponto f, & ſiano produtte le linee f.a. f.c. & per la prima parte della trigefima prima del terzo) l'angolo a.f.c. ſara retto. & concio ſia che etiam l'angolo a.b.c. (dal preſuppoſito) ſia retto ſeguita lo impoſſibile & per la trigefima prima del primo) ſi come in el principio. R. rimane adonche il propoſito, & queſto e neceſſario alla cognitione delle coſe che ſeguitano.

Problema.ii. Propoſitione. xiiii.

¹⁴ Egli e poſſibile a conſtituire un cubo circonſcrittibile da una aſſignata ſphera, & dimoſtrare il diametro dalla medefima ſphera eſſe potentualmente treppio al lato di quel cubo.

Sia la a.b. el diametro della aſſignata ſphera ſopra la quale ſia lineado lo ſemicerchio a.d.b. & ſia diuiſo il diametro in ponto c. ſecondo la conditione della precedente, cioe che la linea a.c. ſia doppia alla linea c.b. & ſia prodotta la c.d. perpendicolare alla a.b. & ſiano protraſe la d.b. & d.a. & da poi ſia fatto uno quadrato diſi tutti li lati ſiano equali alla linea b.d. & ſia e.f.g.h. ſopra li quattro angoli del quale ſiano erigate (come inſegna la duodecima del undecimo) quattro linee perpendicolare alla ſuperficie di eſſo quadrato, delle quale cadauna ſia etiam poſta eguale alla linea b.d. & ſiano e.k.l.g.m.h.n. & queſte quattro perpendicolare (cadauna a cadauna ſaranno equiditante (per la ſeſta del undecimo) li angoli che contengono con li lati del quadrato ſaranno retti (per la diſtinctione delle linee perpendicolare a una ſuperficie) & da poi ſiano congiunte le ſtremite de queſte perpendicolare dalle protraſe linee k.l.l.n.m.n.m.k. & ſara compilo il cubo contenuto da ſe ſuperficie quadrate. Perche egli e manifeſto (per la trigefimaterza & trigefima quarta del primo) che le quattro ſuperficie che circondano quello (& queſte ſono delle quali li lati oppoſiti ſono le quattro perpendicolare) ſiano tutte quadrate, queſto medefimo in poſto della baſa. Ma della ſuperficie di ſopra che e la k.l.l.n.n.k. che quella ſia quadrato e manifeſto (per la trigefima terza del primo & decima del undecimo) & pero (per la quarta del undecimo) egli e manifeſto tutti li lati del medefimo cubo ſiare orthogonalmente in le due ſuperficie oppoſite di quello. Ma accio che demonſtre mo queſto cubo eſſer circonſcrittibile dalla aſſignata ſphera, ſia protraſto la diagonale in una delle ſue ſuperficie uerbi gratia in la ſuperficie g.h.m.n. & ſia la g.n. & da una delle ſtremite di queſta diagonale ſia protraſto il diametro del cubo l.g. & (per la penultima del primo) lo quadrato della n.g. ſara doppio al qua

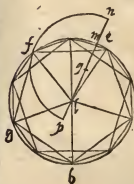
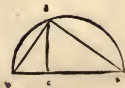


le quale siano, m. c. m. f. m. g. m. h. delle quale anchora e manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte di sopra) che quelle siano eguale fra loro & alli lati del quadrato, adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolare et equilatero ma che qsto sia circoscrittibile della assignata sphaera, tu l'hauerai in questo modo, perche egale manifesto che la linea, l. m. e equal al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea, l. m. fara lineado un mezzo cerchio, el quale sia circoscuoluto per fina a tanto che ritorni al lo co suo, la sphaera che quel descrive con el suo moto fara e quale alla sphaera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphaere eguale) & questo mezzo cerchio transita per li quattro angoli del quadrato, & semplicemente per tutti li ponti della circosferentia del cerchio che circoscrive il quadrato: impeto che, el mezzo diametro del quadrato, che e la linea, f. k. & le parti della linea, l. m. le quale sono, d. k. & k. m. sono fra loro eguale per la qual cosa (per la diffinitione di quello che e una figura esser iscritta in una figura) lo fabricato corpo e inscrittibile in la sphaera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la coactione) e inscrittibile in la assignata sphaera, concio sia che quelle siano fra loro eguale (per la diffinitione) etiam lo correlario e manifesto, perche le due linee, d. b. & d. a. sono eguale (per la quarta del primo) e pero lo quadrato della, a. b. e doppiato al quadrato della, b. d. (per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo e rquale alla linea, b. d. adonque el correlario e uero.

Problema. iiii. Propositione. xvi.

¹⁶ Potemo fabricare el corpo de uinti base triangolare equilatero, circoscrittibile da una data sphaera, che habbia el diametro rationale, & fara manifesto el lato del medesimo corpo esser una linea irrationale cioe quella, che se dice linea minore.

Sia anchora in questo loco el diametro della assignata sphaera la linea, a. b. la quale sia posta esser rationale, ouer in lunghezza ouer solamente in potentia, & si diuisa in ponto, c. talmente che la, a. c. sia quadrupla alla, c. b. & sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio, a. d. b. & sia prodotta la, c. d. perpendicularmente alla, a. b. & sia protratta la linea, d. b. dapoi secondo la quantita della linea, d. b. sia lineado lo cerchio, e. f. g. h. k. sopra il centro, l. al quale uia inscritto uno pentagono equilatero anotato dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro, l. siano durtte le linee, l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se fara in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del pentagono sono corde) in due parti equali & dalli ponti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremita di tutti li lati del pentagono inscritto, Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del pentagono sia erigato uno catheto secondo che insegna la duodecima del uadecimo di quali cadauno sia etiam eguale alla linea, b. d. et siano continuate le estremita di questi cinque catheti con cinque corauiti & li cinque catheti eretti (per la sesta del undecimo) saranno fra loro equidistanti & concio sia che quelli siano equali, Anchora li corauiti (per la trigesima terza del primo) che congiungano le estremita di quelli saranno equali alli lati del pentagono, adonque dalla somma di cadauno di detti catheti tirara due e due ypothemuse alli dai circoscritti angoli del inscrito decagono, & le estremita di queste dieci ypothemuse (che terminano alli cinque ponti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscrito decagono) siano continuate con linee rette inscriuendo una ltra uolta un altro pentagono in esso cerchio, el quale fara anchora equilatero & per la uigesima.



circonuoluto per fina a tanto che quel ritorni al suo primo loco la sfera dal suo moto descrita (per la diffinitione delle sfere) eguale sarà egale alla sfera propo-
 posta. & poché la linea $l.m.e$ media proportionale fra $l.a.l.n.& n.m.e$ pero etià fra la
 $l.n.& p.l$. Anchora qual si uoglia altro mezzo diametro del cerchio (sara medio
 proportionale fra $l.a.l.n.& l.p.e$ con ciò sia che la $l.m.f$ sia eguale al mezzo dia-
 metro del cerchio adunque el mezzo cerchio descritto sopra la $p.n$ trāsira per tut-
 ti li ponti della circonferentia del cerchio. e. f. g. E pero trāsira etiam per tut-
 ti li angoli del solido fabricato che siano in quella circonferentia, & perche (per
 la medesima ragione) tutti li corauiti, che continuano, ouer coligano le estremità
 di catheti angolari con la istremità del catheto centrale sono medij proportio-
 nali fra la $p.m. x m.n$. impero che ciascun di qlli e eguale alla $m.l$. Seguita che
 il medesimo cerchio trāsifica etià per li altri angoli della ista da figura de uinti
 ti base. Adunque questo corpo e inscribibile alla sfera della quale la $p.n.e$ dia-
 metro. E pero e etiam inscribibile al sfera de la quale la $a.b.e$ diametro, & lo la-
 to di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche eglie manifesto che la
 linea $b.d.e$ rationale in potentia con ciò sia che il quadrato di quella sia subquin-
 cuplo al quadrato della linea $a.b.l$ la qual fu posta rationale ouer in lunghezza,
 ouer solamente in potentia. Adunque lo semidiametro del cerchio e. f. g. e etiam
 rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello e eguale alla linea $b.d.$
 Adunque (per la duodecima di questo) lo lato del pentagono equilatero ins-
 critto a questo cerchio e la linea minore; & lo lato di questa figura (come esta
 manifestado in el processo di questa demonstratione) e qto el lato del pèthagono.
 Adonq lo lato di questa figura de uinti base e la linea minore il come se ppone.

Correlatio.

¹⁶ Da questo e manifesto che il diametro della sfera e quincuplo in
 potentia al mezzodiametro del cerchio che circoscriue il corpo di
 uenti base, & che il diametro della sfera e còposto del lato del exa-
 gono, & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

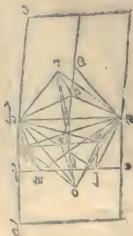
Il Tradottore.

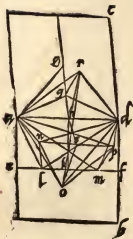
Per il cerchio che circoscriue il detto corpo de uenti base se piglia per il cer-
 chio e. g. h. i. della figura antiposta el mezzo diametro dil quale uien a esser
 eguale alla linea $d.b.$ della prima figura & alla $l.m.$ della seconda figura.

Problema. v. Propositione. xyii.

¹⁷ Potemo costituire el corpo di dodice base pentagonale e equilate-
 re & equiangole, circoscribibile da una assignata sfera che hab-
 bia el diametro rationale. Et fara palese el lato del medesimo corpo
 esser quella linea irrationale, che e detta residuo.

Si fano el cubo (secondo che insegna la decima quarta di questo) circoscri-
 bile dalla assignata sfera: & siano due superficie di quello cubo le $a.b.$ &
 $a.c.$ Et inuaginemo al presente che la $a.c.$ sia la superficie di sopra del cubo &
 la $a.b.$ sia una di quelle di lati, sia la linea $a.d.$ commune a queste due superficie.
 Adonque sian diuisi li duoi lati oppositi (in la superficie $a.b.$) in due parti e quali
 cioe el lato $d.b.$ in ponto $f.$ & lo lato a quello opposito in ponto $e.$ & li ponti delle
 diuisione siano continuati con la linea $e.f.$ Anchora sia diuiso lo lato $a.d.$
 & qto che glie alincòtro in la superficie $a.c.$ in due parti equi, & li poti delle diuisione
 siano còtinuati cò una linea retta la mita della qle sia $g.h.$ & sia el ponto $h.$ el pon-
 to medio del a linea $a.d.$ Similmete sia diuisa la linea $e.f.$ in due parti equi in pon-





to, K. & sia protratta la h.k. adunque diuide cadauna delle tre linee e. K.a. f. & g. h. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in li tre ponti l.m.q. & siano le maggiore parti di esse l.k.k.m. & g.q. le quale e manifesto esser eguale fra loro: concio sia che tutte le linee diulse sono eguale cioe cadauna di quelle e la mita del lato del cubo. Da poi dalli duoi ponti l. & m. elluearai le perpendicolare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie a.b. delle quale luna e l'altra ponerai eguale alla linea k.l. & siano l.n. & m.p. & similmete dal ponto q. tira la q.r. perpendicolarmente alla superficie. a.c. la quale pone eguale alla g.q. Tira adunque le linee a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n.a.r.a.q.d.r.d.q. Adunque (per la quinta di questo) e manifesto che le due linee K.e. & e. l. sono potenzialmente triple alla linea k.l. & pero etiam alla linea l.a. concio sia che la K.l. & l.n. sono eguale. Et la K.e. e eguale a l.a. Adunque le due linee a.e. & e. l. sono in potentia treppia alla linea l.n. per la qual cosa (per la penultima del primo) la a.e. e in potentia treppia alla l.n. & pero (per la medesima) la a. n. e in potentia quadrupla alla l.n. Et cōcio sia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mita. Seguita (per commun scientia) che la a.n. sia doppia in lunghezza alla l.n. & perche la l.m. e doppia alla l.k. & l.k. & l.l. & l.n. sono eguale, la a.n. fara eguale. alla l.m. perche le mita di quelle sono eguale. & perche (per la trigesima tertia del primo) la l.m. e eguale alla n.p. la a.n. fara eguale alla n.p. & pio medesimo modo tu approuerai le tre linee p.d.d.r. & r.a. esser fra loro equale etiam alle due predette, adunque hauemo da queste cinque linee uno pentthagono equilatero el quale e a.n.p.d.r. Ma per auentura tu dirai quello non esser pentthagono perche forsi quello non e tutto in una superficie la qual cosa e necessario in questo accioche sia pentthagono. Adunque che quello sia tutto in una superficie, tu hauerai in questo modo. Dal ponto k. si produtta la linea k.s. perpendicolare alla superficie. a.b. che sia eguale alla l.k. & per questo la fara eguale a luna e l'altra delle due linee l.n. & m.p. & concio sia che quella sia eguale, & equidistante a luna e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo) E pero concio sia che quella sia in la medesima superficie con ambedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistanti) e necessario che il ponto. a. sia in linea n.p. & che diuita quella in due parti eguale. Stano adunque protratte le due linee e. h. & k. s. adonche li duoi triangoli k. s. h. & q. r. h. sono costituiti di sopra uno angolo, cioe sopra l'angolo k. h. q. Et la proportioni della K. h. alla q. r. e si come la k. s. alla q. h. perche come la g. h. alla q. r. cosi e la k. h. alla q. r. (per la settima del quinto) & come la r. q. alla q. h. cosi e la h. s. alla q. h. (per la medesima) ma la g. h. alla q. r. e come la q. r. alla q. h. impero che la q. r. e eguale alla g. q. adunque (per la trigesima prima del sexto) la linea r. h. s. e una sol linea, per la qual cosa (per la seconda del undecimo) tutto lo pentthagono del qual disputamo e in una superficie. Anchora dico quel esser equiangolo perche concio sia che la e. k. sia diuisa secondo la proportioni hauente il mezzo e duoi istremi, & che la k.m. sia eguale alla maggior parte di quella anchora (per la quarta del presente) tutta la e. m. e diuisa secondo la proportioni hauente il mezzo e duoi istremi, & anchora la maggior parte di quella e la linea e. k. & pero (per la quinta) le due linee e. m. & m. K.e. anchora le due e. m. & m. p. (perche la m. p. e eguale alla m. K.) sono in potentia treppia alla linea e. K. e pero etiam alla linea a.e. (perche la a. e. e eguale alla e. K.) Adunque le tre linee a.e. e. m. & m. p. sono in potentia quadrupla alla linea a.e. & (per la penultima del primo tolta due volte) e manifesto che la linea a.p. e in potentia egale alle tre linee a.e. & e. m. & m. p. adunque la a.p. e in potentia quadrupla alla linea a.e. & concio sia che il lato del cubo sia doppio alla linea a.e. in potentia anchora quadruplo a quella (per la quarta del secondo). Adunque (per commun scientia) la a.p. e eguale al lato del cubo & cōcio sia che la a.d. sia uno di lati del cubo, la a.p. fara eguale alla a.d. & pero (per la ottua del primo) l'angolo a.r.d. e eguale al angolo a.n.p. per lo medesimo modo tu approuerai l'angolo d.p.n. esser eguale al angolo d.r.a. & che tu approuerai la linea d.n. esser potenzialmente quadrupla alla mita del lato del cubo. Concio sia adunque

adonque che per queste cose lo pentagono sia equilatero & habbia trel angoli egli (per la 7.^a del presente) quel fara equigolo. adonque se piglia uia e confinabile ragione, fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo, uno pentagono equilatero & equiangolo fara compido un solido e contenuto da dodici superficie pentagone equilateri, & equiangole, perche el cubo ha dodici lati. Hor ci resta a dimostrare questo solido esser circoscrivibile dalla data sphaera, adonque dalla linea a, k, siano prorate due superficie segante el cubo delle quale una lo seghi sopra la linea h, k, & l'altra sopra la linea e, f. Et per la quadragesima prima del undecimo) fara che la comune sectione di queste due superficie seghi lo diametro del cubo, & quella finalmente fara segara dal detto diametro in due parti et equalisfa adonque la comune sectione di quelle per fina al diametro del cubo, la linea k, o, talmente che, o, sia il centro del cubo, & sia dute le linee o, a, o, n, o, p, o, d, o, r, et e manifesto che luna e l'altra delle due linee o, a, & o, d, e mezzo diametro del cubo e pero sono eguali, & della linea o, k, e manifesto (per la quadragesima prima del undecimo) che quella e eguale alla e, k, (cioe alla mita del lato del cubo) & perche la k, s, e eguale alla k, m, la o, s, fara diuisa in ponto k, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & la maggior parte di quella fara la linea o, k, che e eguale alla e, k, Adonque (per la quinta di questo li quadrati delle due linee o, s, & s, k, tolti insieme sono treppii al quadrato della linea o, k, & similmente li quadrati delle due o, s, & s, p, tolti insieme sono treppii al quadrato della medesima o, k, (impercho che la s, p, e eguale alla k, s,) e pero sonerian treppii al quadrato della mita del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea o, p, e treppia in potentia alla mita del lato del cubo. Et per el correlario della decimaquarta di questo) e manifesto che el mezzo diametro della sphaera e treppio in potentia alla mita del lato del cubo che circoscriue a medesima sphaera, adonque la o, p, e quanto lo mezzo diametro della sphaera che circoscriue el proposto cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dute dal ponto o, a tutti li angoli di tutti li pentagoni & non comuni al cubo, dico a tutti li angoli che sono proprii di pentagoni & non comuni a quelli & alle superficie del cubo cioe li proprii quali in el pentagono sta uolto sono li tre angoli n, p, r. Ma di quelle linee che ueneno dal ponto o, a tutti li angoli di pentagoni che sono comuni alli pentagoni & alle superficie del cubo, le quali in el presente pentagono sono li duoi angoli a, & d, e manifesto che esse sono eguali al mezzo diametro della sphaera che circoscriue el cubo, perche quelli sono mezz diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo) Ma el mezzo diametro del cubo e si come il mezzo diametro della sphaera che circoscriue si come appare (per la ratiocinatione della decimaquarta). Adonque tutte le linee dute dal ponto o, a tutti li angoli del dodici base, sono eguali fra loro & al mezzo diametro della sphaera ouer del cubo, essendo circonduoto mezo sopra tutto el diametro della sphaera anchora dico che il lato di questa figura e circoscrivibile dalla assignata sphaera anchora dico che il lato di questa figura e una linea irrationale, cioe quella che e detta residuo, se il diametro della sphaera che circoscriue fara rationale in lunghezza ouer in poterla, perche cio sia che il diametro della sphaera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, onde sei diametro della sphaera fara rationale in lunghezza ouer in poterla, el lato del cubo fara etiam rationale in poterla, & e manifesto (per la undecima che la linea r, p, diuide la linea a, d, che e il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & che la maggior parte di quella e eguale al lato del pentagono, & perche la detta maggior parte di quella e un residuo (per la sexta di questo) e manifesto el lato di questa figura di dodici base esser residuo: come uoleuamo dimostrare. Adonque (per la decima terza e per le quatro che seguitano quella) sonno fabricadi cinque corpi equilateri & equiangoli di quali cadauno e circoscrivibile da una assignata sphaera. Et questi solidi sono questi, cioe el primo e di quatro

basse triangolare, equilatera (& chiamasi Tetracedron) el secondo e di sei base quadrate (& e detto cubo ouer exacedron) il terzo e di otto base triangolare (& e detto ottoedron) & lo quarto solido e detto ycoedron (& e de nenni base triangolare) Er lo quinto e di dodici base pentagone (& e detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli & equilateri, & circonscrittibili dalla sphaera etiam fra loro, & e impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, perche alla costituzione di qual si uoglia angolo solido, e necessario concorrere al manco tre angoli superficiali: perche di duoi soli angoli superficiali li non pol esser compido un angolo solido, Adòque pche li trei angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo, sono equali a quattro angoli retti, ma li tre angoli del eptagono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati sono maggiori di quattro angoli retti, si come euclideramente si puol cauar fora dalla trigesima seconda del primo) Et ogni angolo solido e minore di quattro angoli retti & come testifica la uigesima prima del undecimo: e impossibile con li tre angoli del exagono, & del eptagono, & simplicemete dogni figura equilatera & equiangola de piu lati, costringere un angolo solido, e pero niuna figura solida equilatera & equiangola, puol esser costituita da superficie exagonale, ouer de piu lati perche se li trei angoli duno exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno cadauno angolo solido, molto piu fortemente li quatro & li piu di quatro, eccederanno il medesimo, ma li trei angoli dun pentagono equilatero & equiangolo e manifesto esser minori di quattro angoli retti, & li quatro esser maggiori, Per la qual cosa, egile possibile esser costituito uno angolo solido da li trei angoli dun pentagono equilatero & equiangolo, ma de quatro ouer de piu egile impossibile, E pero solamente uno solido da pentagoni equilateri & equiangoli e stato costituito, cioe illo che e detto duodecedron in el quale li angoli di pentagoni a tre a tre costituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione e in le figure quadrilatera equilatera & equiangole in le pentagone, perche ogni figura quadrilatera se la fara equilatera & equiangola (per la diffinitione) quella fara quadrata, perche tutti li suoi angoli saranno retti (per la trigesima seconda del primo) Adonque da trei angoli di tal superficial figura, egile possibile esser costituito un angolo solido, ma da quatro ouer da piu egile impossibile, per la qual cosa da tri figure superficiali, le quale sono quadrilatera, & equilatera & equiangola, e sta fabricando uno unico solido, el qual noi chiamassimo cubo, Ma di triangoli equilateri li sei angoli sono equali a quattro angoli retti (per la trigesima seconda del primo) Adòque il manco de sei sono minori di quattro angoli retti & li piu di sei sono maggiori, Adonque delli sei angoli de tai triangoli ouer da piu egile impossibile esser fatto un angolo solido, ma da cinque, da quatro, & da trei egile possibile a costituire un angolo solido, Adonque quando li trei angoli dun triangolo equilatero, fanno uno angolo solido uelen fatto de tri angoli equilateri el corpo di quatro base triangolare, & equilatera quando li quattro angoli de tri angoli equilateri costituiscono un angolo solido uelen fatto de otto base, el quale chiamassimo ottoedron Ma se li cinque angoli de tri angoli equilateri contengano un angolo solido, uelen fatto lo corpo ycoedron de uinti base triangolare, & equilatera, per la qual cosa adòque tanti & tali sono li solidi regolari: & pche no siano piu di questi & detto di sopra.

Problema vi. Propositione. xviii.

¹⁸ Potemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima
¹⁸ sphaera circonscrittibili & compararli fra loro, della qual sphaera solo il diametro a noi sia pposito, & pello diametro possemo trouarli.

Sia la a. b. il diametro di alcuna sphaera a noi proposta dalla qual desideremo di trouare li lati di premissi cinque corpi. Diuidemo adonque questo diametro in

ta (sphaera) secondo la pportione haunte il mezzo e duoi istreni in pōte. p. & fia. p. b. la maggior pre di qlla. A dōq; manifestō p la dimostratione della pcedente) che la. p. b. e il lato della figura del. 12. bafe. Adonq; sono trouari li lati dls. pcedenti corpi dal diametro della sphaera a noi pposto. Perche la. a. c. e il lato della pyramide di quatro basela. e. b. el lato del cubo. la. f. b. lo lato del octoedron & la. n. b. el lato del ycoedron. & la linea. p. b. el lato del duodecedron equal de questi lati siano maggiori deli altri, se hauera in questo modo. Perche egie manifestō che la. a. e. e maggiore della. f. b. (perche l'arco. a. e. e maggiore del arco f. b.) Et similmente la. f. b. e maggiore della. e. b. & la. e. b. e maggiore che la. n. b. Dico anchora la. n. b. effer maggiore che la. p. b. Perche concho fia che la. a. c. fia doppia alla. e. b. (per la quarta del secondo) lo quadrato della. a. c. e quadruplo al quadrato della. e. b. Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sefsto, & p el correlario della decima ottaua del medesimo) e manifestō che il quadrato della. a. b. e triplo al quadrato della. b. e. Ma (per la uigesima seconda del sefsto) lo quadrato della. a. b. al quadrato della. b. e. e si come el quadrato della. b. e. al quadrato della. e. b. per questo che la pportione della. a. b. alla. b. e. e si come della. b. e. alla. b. c. (per la seconda parte del correlario della ottaua del sefsto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della. b. e. e triplo al quadrato della. e. b. Et perche lo quadrato della. a. c. e quadruplo al medesimo quadrato (come e sta dimostrado) lo quadrato della. a. c. (per la prima parte della decima del quinto) fara maggiore del quadrato della. b. e. E pero la linea. a. c. e maggiore della linea. b. e. e pero la. a. m. e molto piu maggiore della. b. e. Et e manifestō (per la nona di questo) che se la linea. a. m. fara diuisa secondo la pportione haunte il mezzo e duoi istreni la maggior parte di quella fara la linea. k. m. la quale e eguale alla. m. n. Et quādo che la. b. e. fia diuisa secondo la medesima pportione cioe haunte il mezzo e duoi istreni: la maggior parte di quella e la linea. p. b. Concho fia adonque che tutta la. a. m. sia maggiore di tutta la. b. e. e la. m. n. (che e eguale alla maggior parte della. a. m.) maggiore de la. p. b. (che e la maggior parte della. b. e.) & questo e manifestō (per la seconda propositione del decimo quarto libro) la qual cosa senza agiutto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse ferma demonstratione adonque (per la decima nona del primo) per forza la. n. b. e maggiore che la. p. b. per la qual cosa e manifestō li lati di questi cinque precedenti corpi ecceder si fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo octoedro preteriscono a quello: perche il lato del octoedron eccede il lato del cubo a benchè il cubo anteceda lo octoedron. Ma metteno el cubo aua el octoedro perche per la medesima diuisione del diametro della assignara sphaera se ritroua el lato della pyramide (che ha le quatro bafe triangole) & il lato del cubo. Adonque la. a. e. (lato della pyramide) e maggiore deli lati de cadauno deli altri corpi. Et da poi quello la. f. b. lato del octoedron e maggiore di lati di seguenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la. e. b. (lato del cubo) & in lo quarto loco e la. n. b. (lato de ycoedron) e lo minimo de tutti e la. p. b. (lato del duodecedron.

Il Tradottore.

IN la seconda traductione: la constructione del octoedron e anciana a quella del cubo: per il che li lati di detti corpi se ueneriano a eccederli secondo il medesimo ordine delle loro constructioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea. n. b. (lato del uinti bafe) sia maggiore della linea. b. p. (lato del duodecimo bafe) senza agiutto della seconda del decimoquarto libro: ne da altra propositione che seguiti (come uol el debito)

Arguitmo

Arguiremo in questo modo, Perche la linea, a. c. (dal presupposito) e doppia alla, b. e. adunque tutta la, a. b. fara treppia alla medesima, b. e. Et (per la secon- da parte del correlario della ottaua del sexto & per il correlario della decima ot- taua del medesimo) el quadrato della detta linea, a. b. fara treppio al quadrato della, b. e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima, a. b. e quincuplo al quadrato della, k. m. & similmente al qua- drato della, m. n. (per esser la, m. n. eguale alla, m. k.) seguita adunque che cinque quadrati della, m. n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della, b. e. e. tolti insieme) perche l'una e l'altra somma e eguale al quadrato della, a. b. Hor perche il rettangolo di tutta la, e. b. nella parte, e. p. giunto con il rettangolo della me- desima, b. e. ne l'altra parte . b. p. la detta somma (per la seconda del secondo) e es- quale al quadrato della medesima linea, b. e. Et perche il rettangolo della, b. e. nel- la, p. e. e minore di quello della, b. e. nella altra parte, b. p. (per esser la parte, b. p. maggiore della parte, p. e.) E pero duoi rettangoli della, b. e. nella, p. e. saranno mi- nori delli duoi rettangoli della, b. e. nelle due parti, b. o. & p. e. onde (per commu- na scientia) li detti duoi rettangoli fatti dalla, b. e. nella minor parte, p. e. , saran- no minori del quadrato della, b. e. & perche il rettangolo della, b. e. nella detta minor parte, e. p. e eguale al quadrato de l'altra maggior parte, b. p. (per la dis- finitione della linea cosi diuisa) adunque duoi quadrati della, b. p. saranno mi- nori del quadrato della, b. e. , oet il che il treppio de lli duoi quadrati della, b. p. fa- ranno anchora minori del treppio del quadrato della, b. e. cioe che tre quadrati della, b. e. faranno maggiori de sei quadrati della, b. p. Et perche cinque quadra- ti della, m. n. (come di sopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della, b. e. seguita (per communia sententia) che le cinque quadrati della, m. n. siano maggiori delli sei quadrati della, b. p. & se li cinque sono maggiori delli sei mol- to piu un quadrato solo della, m. n. fara maggiore dun quadrato solo della, b. p. & se il quadrato della, m. n. e maggiore del quadrato della, b. p. etiam la linea, m. n. (per communia scientia) fara maggiore della linea, b. p. Et se la linea, m. n. e maggiore della, b. p. molto piu la linea, n. b. fara maggiore della medesima, b. p. perche la detta, n. b. (per la penultima del primo ouer per la decima ottaua del medesimo) e maggiore della maggiore cioe della, m. n. e pero fara molto piu maggiore della, b. p. che il proposito senza auisio di alcuna delle propositioni che seguitano come e il douere. Nella seconda traduzione credo che uoglia ar- guire per questa medesima uia, ma tal argumentatione e tutta corretta.

Fine del terzodecimo libro.



EUCLIDE DELLE CONVENIENTIE CHE HANNO LI

Theorema primo, Propositione prima.

Sia la linea, a, b, lato del pethagono inscritto in el cerchio el centro del qual sia el ponto, e, & sia parte dal centro, e, una perpendico'are al a linea, a, b, la quale (per la secon da parte della terza del terzo) diuidra quella in due par ti equali & etiam l'arco di quella in due parti equali (per la quarta del primo: & uigesima octaua del terzo) & sia questa perpen dicolare la linea, c, d, segante la li nea, a, b, in ponto, e, & l'arco di quella in ponto, d. A donque la linea, a, e, (come ha uemo detto) e' eguale alla linea, e, b, & l'arco, a, d, al arco, d, b, Sia prorata la li nea, d, b, della quale e manifestò chi quella e il lato del decagono equilatero des critto in el propo sito cerchio: concio sia che quella sotto tende alla mita della qua tra parte di tutta la circonferentia, Dico adonque che la linea, e, c, e' eguale alla mi ta della linea, c, d, & alla mita della linea, d, b, con giunte direttamente i longu' sia compido il diametro, d, c, & sia, d, e, g, & sia fatta la, e, f, eguale alla, d, & sia prorata la, b, f, e, t, (per la quarta del primo) la, b, f, fara eguale alla, b, d, & pero (per la quinta del primo) l'angolo, b, d, f, fara eguale al angolo, b, f, d, Et (per la ultima del setto) e manifestò che l'angolo, g, c, b, e' quadruplo al angolo, b, d, c, Im, pero che l'arco, g, b, e' quadruplo al arco, b, d, & l'angolo, g, c, b, (per la trigesi, na, scinda del primo) e' doppio al angolo, b, d, c, Perche quello extrinseco e' eguale alli doi che sono, b, d, c, & d, b, c, Et quelli sono equali (per la quinta del primo), ad onque l'angolo, b, d, c, e' doppio al angolo, b, c, d, per la qual cosa anchora l'angolo, b, f, d, e' doppio al angolo, b, c, f, Ma l'angolo, b, f, d, e' eguale alli doi intrinseci, li quali sono, b, c, f, & c, b, f, (per la trigesi, na, seconda del primo) A donque li doi angoli, b, c, f, & c, b, f, sono equalle pero (per la sesta del primo) la, c, f, e' eguale alla, b, f, e' pero etia la, c, e' e' qle alla, b, d, peche la, b, d, & la, b, f, sono equalle fra loro Per la q uinta la mita della, c, d, cò la mita della, b, d, e' giro la mita della, c, d, con la mita del la, c, f,

la .e.f. della mita della .c.d. cō la mita della .c.f. e fte la mita della .e.f. due volte doni la mita della .f.d. Et la mita della .c.f. tolta due volte e quāro la .c.f. della mita della .f.d. e quanto la .e.f. Adonque la .c.e. e quanto la mita della .c.d. con la mita della .d.b. che e il propofitoie cōf el correlario e manifefto, perche (per la ottaua del decimoterzo libro) e manifefto che la perpendicolare datta dal centro del cerchio al lato d'l triangolo a quello inferito e eguale alla mita della linea datta dal centro alla circonferentia & quefto e dimoftrado di fopra, cōf e concludo el correlario. Concio fia adonque che (per quefta prima di quefto libro) fia manifefto che la perpendicolare datta dal centro del cerchio al lato del pentagono no fia eguale alla mita della linea datta dal centro alla circonferentia, & alla mita del lato del decagono. feugulta che la perpendicolare datta dal centro del cerchio al lato d'l pentagono fia eguale alla perpendicolare datta dal centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono, defcritti dentro al medefimo cerchio, & quefto e quello che propone el correlario, adō que le d' effer ifpoli cado al prefente quello che dice Arifteo, in el libro Introjado la ifpoftione della fcienda di cinque corpi. Et fimil'mēte Apollonio in el fecondo d'no, in la proportiona della figura del dodeci bafe alla figura del uinti bafe el qual dice che la proportionē delle fuperficie della figura che ha dodeci bafe alle fuperficie della figura che ha uenti bafe e cōf come la proportionē del corpo de dodeci bafe al corpo de uenti bafe, perche anchora la linea datta dal centro del cerchio del pentagono d'la figura delle dodeci bafe del duodecedron, alla circonferentia di quello, e come la linea che prodatta dal centro d'l cerchio del triangolo d'la figura delle uenti bafe del ycoedro alla circonferentia di quello, & quefte fono le parole del grande Apollonio, & fono da effer intefe della figura del dodeci bafe & d'la figura del uinti bafe circonferitibili da una medefima fphera) perche la proportionē del corpo duodecedron al corpo ycoedron (quando una medefima fphera li circonferiue) e fi come la proportionē de tutte le fuperficie del duodecedron tolte infieme, a tutte le fuperficie del ycoedron tolte infieme come cōmemora Apollonio per la prima parte delle precedenti parole, la qual cōfa etiam per la decima di quefto decimoquarto libro uien ftabelida con ferma demonftratione. Et lo cerchio che d'it circonferiue un pentagono del duodecedron, e eguale al cerchio che circonferiue un triangolo del ycoedron, quando che una medefima fphera circonferiue il duodecedron, & lo ycoedron, fi come elfo Apollonio commemora per la feconda parte delle precedenti parole, la qual cōfa etiam fi afferma con demonftratione in la quinta di quefto libro, adonque li diui de tanti grandi huomi fono da effer mandati auanti per antecedenti a fortificatione della ftabile uerita.

Il Traduttore,

LA demonftratione della foprafcritta propofitione e alquanto ofcura & tal argumentatione haue de bñogno di una ltra propofitione la quale e quefta.

DE ogni due quātita ineguale la mita della maggiore giōnta con la mita della minore, e quanto la mita della minore tolta due uolte giōntoli poi la mita della differentia nella quale la maggiore auanza la minore uerbi gratia la mita della .c.d. (maggiore) giōnta con la mita della .c.f. (minore) e quanto due uolte la mita della .c.f. (minore) giōntoli poi la mita della .f.d. (cioe della differentia nella quale la .c.d. (maggiore) auanza la .c.f. (minore) ma per non abondar in tante propofitioni ne demonftrationi, Demonftraremo la medefima con demonftratione plu euidente fenza la prefente propofitione. ¶ Perche la .c.f. e eguale alla .b.d. (come nel principio fu approuado) giungendo alla .c.f. la .f.e. & alla .b.d. la .e.d. (per la .2. communia fententia) le due fomme faranno anchora eguale cioe le due linee .b.d. & .e.d. faranno eguale alle due .c.f. & .f.e. e .& perche le due linee .c.f. & .f.e. fono eguale a tutta la linea .c.e. feugulta adonque che

la detta perpendicolare, &c. sia eguale alle due linee, d. b. & d. e. Adôque se a queste due linee, d. b. & d. e. gl'aggiungemo la linea, c. e. (che e eguale a lor due) iurta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, etiam alla medesima, c. e. & perche la somma delle dette tre linee, d. b. d. e. & c. e. sono quanto le due, c. d. & d. b. perche la c. d. e composta delle due, c. e. & d. e. Seguita adonque che le due linee, c. d. & d. b. giunte insieme tal somma sia doppia alla linea, c. e. adonque la perpendicolare, c. e. uien a esser la mita dela somma delle due linee, c. d. & d. b. & perche la d. c. e eguale al lato del esagono, & la d. b. al lato del decagono, seguita il proposto.

Ita Eto. 7.

Theorema. ii. Proposizione. ii.

2 Ciascuna cosa la quale interuenghi a una linea diuisa secondo la
o proporzionone hauente il mezzo, & duoi istremi, el si approua interuenire il medesimo a ogni linea similmente diuisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee, a. b. & d. e. diuisa secondo la proporzionone hauente il mezzo e duoi istremi, a. b. in ponto, c. & la e. d. in ponto, f. & la maggior parte della a. b. sia la a. c. & di l'altra la d. f. Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proporzionone. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proporzionone: Et anchora delle maggiori parti alle minori una medesima: & al contrario: & permutatamente: & congiuntamente, & disgiuntamente: & euertamente, & questo non e altro che ciascuna cosa la quale accada a una di quelle, il medesimo anchora accadere a l'altra, perche (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proporzionone hauente il mezzo e duoi istremi, & per la prima parte della decima settima del sexto) e manifesto che quello che uien fatto dalla, a. b. in b. c. e eguale al quadrato della a. c. Et per lo medesimo modo illo che uien fatto dalla, d. e. in la. e. f. e eguale al quadrato della, d. f. Et per la proporzionone di quello che uien fatto dalla, a. b. in la. b. c. al quadrato della, a. c. e si come di quello che uien fatto dalla, d. e. in la. e. f. al quadrato della, d. f. (perche l'una e l'altra e proporzionone di equalita) adonque el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a. b. in la. b. c. al quadrato della, a. c. e si come el quadruplo di quello che uien fatto dalla, d. e. in la. e. f. al quadrato della, d. f. sia quai cosa (per la decima quinta del quinto e per la permutata: & euertamente) e manifesto, per la qual cosa congiuntamente el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a. b. in la. b. c. con el quadrato della, a. c. al quadrato della, a. c. e si come al quadruplo di quello che uien fatto dalla, d. e. in la. e. f. con el quadrato della, d. f. al quadrato della, d. f. Et sia aggiunto (secondo la retitudine) al la linea, a. b. una linea che sia eguale alla b. c. la qual sia detta, b. g. & alla, d. e. sia aggiunto un'altra eguale alla e. f. la quale sia detta, e. h. Adonque e manifesto (per la ottava del secondo) che el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a. b. in b. g. con el quadrato della, a. c. e eguale al quadrato della linea, a. g. et similmente el quadruplo di quello che uien fatto dalla, d. e. in la. e. h. con el quadrato della, d. f. e eguale al quadrato della, d. h. Et (per commun sententia) el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a. b. in b. c. e eguale al quadruplo di quello che uien fatto dalla, a. b. in b. g. impero che la, b. c. & b. g. sono eguale. Similmente anchora el quadruplo di quello che uien fatto dalla, d. e. in la. e. f. e eguale al quadruplo di quello che uien fatto dalla, d. e. in la. e. h. impero che la, e. f. & e. h. sono eguale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della, a. g. al quadrato della, a. c. e si come el quadrato della, d. h. al quadrato della, d. f. Per la qual cosa (per la seconda parte della undecima seconda del sexto) la proporzionone della, a. g. alla linea, a. c. e si come della linea, d. h. alla linea, d. f. & congiuntamente della, a. g. & a. c. alla, a. c. e si come della, d. h. & d. f. alla d. f. Et la, a. g. con la a. c. sono si come il doppio della a. b. & la, d. h. con la d. f. sono si come il doppio della, d. e. Per la qual cosa el doppio della

pio della a.a.b. alla a.c. e si come el doppio della d.e. alla d.f. & permutatamente el doppio della a.b. al doppio della d.e. e si come la a.a. alla d.f. Ma el doppio della a.b. al doppio della d.e. e si come la a.b. alla d.e. (per la decima quinta del quinto) A dunque della a.b. alla d.e. e si come della a.c. alla d.f. adòque permutatamente, & ruerfamente, & conuerfamente, & difgiatamente, & congioatamēte la qual cofa bifognaua dimoſtrare.

Theorema .iii. Propoſitione .iii.

Diuiſo uno lato dun exagono, ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi la maggior parte di quello, ſara el lato del decagono circonſcritto, da quel cerchio, che circonſcriue lo exagono.

Sia la linea a.b. el lato del exagono di alcun cerchio: ſia duiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi in ponto, e. & ſia la maggior parte di quella la b.c. dico che di qualque cerchio la a.b. e lato del exagono, di quel medefimo la b.c. ſara il lato del decagono perche eſſendo agl'oro alla linea a.b. la linea b.d. la quale ſia el lato del decagono di quel cerchio: di quale la a.b. e lato del exagono. Et (per la nona del decimotertio) la linea a.d. ſara diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi, & la maggior parte di quella ſara la linea a.b. Concio ſia adonque che iſua e l'altra delle due linee a.b. & a.d. ſia diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi. Adonque (per la precedente) de ambedue gli e alle ſue maggior parti ſara una medefima proportionē, adonque della d.a. alla a.b. (che e la ſua maggior parte) ſe ſi come della a.b. alla b.c. (che e etiam la ſua maggior parte) ma della d.a. alla a.b. (ſua maggior parte) e ſi come della a.b. alla b.d. (per la diſinitione della linea di uiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi. Adonque (per la undecima del quinto della a.b. alla b.d. e ſi come della a.b. alla b.c. per la qualcoſa (per la ſeconda parte della nona del quinto) le due linee b.d. & b.c. ſono equali. Concioſia adonque che la b.d. ſia el lato del decagono anchora la b.c. (per communia ſcienda) ſara el lato del decagono. A dimoſtrare il medefimo altramente, alla linea a.b. ſia agionta la b.d. e quale alla b.c. & (per la quarta del decimotertio) tutta la a.d. ſara diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi, & la maggior parte di quella e la linea a.b. adòque (per la conuerſa della nona del decimotertio la quale dimoſtraſimo continuamente da poi quella) di quel cerchio che la linea a.b. e lato del exagono di quel medefimo la linea b.d. e pero (etiam la linea b.c. ſe eguale) e lato del decagono. Anchor parendone poſſemo dimoſtrare il medefimo per un'altra uia. Hor ſia la c.f. eguale alla a.b. la quale anchora ſia diuiſa in ponto g. ſecondo la proportionē hauente il mezzo & duoi iſtremi: & ſia la maggior parte di quella la linea f.g. Adonque (per la precedent) e manifeſto che ſi come la a.b. e eguale alla c.f. con la a.c. e eguale alla c.g. & la c.b. e eguale alla g.f. Et quando che alla a.b. ſara agionta la b.d. (lato del decagono di quel medefimo cerchio di quale la a.b. e lato del exagono) noi ſara (ſi come per auanti fu detto per la nona del decimotertio) tutta la a.d. diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo e duoi iſtremi, la maggior parte di quella ſara la linea a.b. Adonque (per la precedent) della a.b. alla b.d. e ſi come della f.g. alla g.e. per la qualcoſa (per la prima parte della decimaſetta del ſeſto) quello che uien fatto dalla a.b. in la g. e eguale a quello che uien fatto della b.d. in la f. g. Et concio ſia che la a.b. ſia eguale alla c.f. etiam quello che uien fatto dalla c.f. in la e.g. ſara eguale a quello che e fatto dalla b.d. in la f.g. Ma quello che uien fatto dalla e.g. ſin la g.e. e eguale al quadrato della f.g. (per la diſinitione della linea diuiſa ſecondo la proportionē hauente il mezzo & duoi iſtremi, & per la prima parte della decima ſettima del ſeſto) Adonque quello che



uen fatto dalla b.d. in la.f.g.e. eguale al quadrato della.f.g. E pero per la prima del ſesto la linea d.b.e. eguale alla.f.g. & perche la.f.g.e. eguale alla.c.b. Ancho ra la.c.b. ſara eguale alla.b.d. (lato del decagono) la qual coſa biſogno aua di moſtrare.

Theorema.iiii. ProPoſitione.iiii.

El quadrato dun lato dun pentagono deſcritto dentro dun cerchio, & lo quadrato della linea che ſotto tende al angolo di quel pentagono, Ambidui queſti quadrati tolti inſieme, pronontio eſſer quincupli al quadrato della mita del diametro di quel medefimo cerchio.

La deſcripto in el cerchio a.b.c. (el centro del quale ſia el ponto.d.) uno pentagono equilatero dil quale la.a.b. ſia un lato, & ſia protratto el diametro.e.d. diuidente la linea.a.b. etiam larco di quella in due parti equali, Adonche ſarco.a.c. la mita della quinta parte della circonferentia di quel cerchio, Per la qual coſa larco.a.c. e li duoi quinti di tutta la circonferentia: A donque ſiano protratte le due linee.a.e. & .a.c. & la.a.e. ſata el lato del decagono equilatero, impero che larco di quella e la mita della quinta parte della circonferentia, & la linea.a.c. ſara quella che ſotto tende a uno deſti angoli del predetto pentagono: In pero che larco.a.c. e le due quinte parte della circonferentia del cerchio, Dico adonque che li quadrati delle due linee.a.b. & .a.c. tolti inſieme ſono quincupli al quadrato della linea.d.e. Perche (per la quarta del ſecundo) lo quadrato della linea.c.e. e quadruplo al quadrato della linea.d. e. & concio ſia che l'angolo.c.a.e. ſia retto (per la prima parte della trigefima prima del terzo) & li quadrati delle due linee.c.a. & .a.e. (per la penultima del primo) ſaranno quadrupli al quadrato della linea.d.e. Adonque li quadrati delle tre linee.c.a. & .a.c. & .d.e. tolti inſieme ſono quincupli al quadrato della linea.d.e. Et perche (per la decima del tertio decimo libro) lo quadrato della.a.b. e eguale alli oua quadrati delle due linee.a.c. & .d.e. Seguita che li quadrati delle due linee.a.b. & .c.a. ſiano quincupli al quadrato della.d.e. che e il propoſito.

Correlario.

Adonque e manifeſto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci baſe, (quando che una medefima ſphera circonſcriue quel cubo & quella figura de dodice baſe) ambidui li detti quadrati tolti inſieme ſono quincupli al quadrato della mita del diametro dil cerchio che circonſcriue lo pentagono di quella medefima figura de dodice baſe.

Veſto correlario ueramente e manifeſto, perche (per la demonſtratione della decima ſettima del terzo decimo libro) e manifeſto che el lato del cubo ſotto tende al angolo del pentagono del duodeciron: quado che una medefima ſphera circonſcriue il cubo & lo duodeciron, Adonque per quella quarta lezza oppoſitione e manifeſto il correlario.

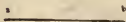
Theorema.v. Propoſitione.v.

El pentagono della figura de dodice baſe & lo triangolo della figura de



ra de uinti bafe (che una medefima fphera li circonferiue) fono cir
conferitti da uno medefimo cerchio.

Sia una fphera (el diametro della qual fia $a.b.$) la quale circonferiue, due
figure folide, cioè el duodecèdron (del quale $e.$ fia uno di fuoi dodici pen-
tagoni) & lo yocèdro (del quale $d.$ fia uno di fuoi uenti triangoli) & al pen-
tagono $e.$ & al triangolo $d.$ fopra li duoi centri $d.$ & $e.$ fiano circonferitti duoi
cerchij, luno fia $e.f.$ (per la decima quarta del quarto) & laltro $k.d.$ (per la quin-
ta del medefimo) Dico adonque che quefti duoi cerchi delle propofte fphera
(di quali luno circonferiue el pentagono $e.$ & laltro lo triangolo $d.$) fono equa-
li, fiano fignati li duoi lati del pentagono $e.$ conuenienti uno de fuoi angoli per
le lettere $e.f.$ & $f.g.$ & fia protratta la linea $e.g.$ la quale fotto tendi al angolo $f.$ &
lo femidiametro del cerchio el quale fia $e.f.$ & efcauno di lati del triangolo $d.$ fia
fignato con le lettere $k.h.$ & fia protratto il femidiametro del fuo cerchio el qua-
le fia $d.k.$ & da poi fia tolta la linea $i.m.$ alla quale la linea $a.b.$ (che e il diame-
tro della allignata fphera) fia quincupla in potentia, la qual linea $i.m.$ fia diuifa
in ponto $n.$ fecondo la proportion hauente il mezzo e duoi lftremi & la fua mag-
gior parte fia la linea $i.n.$ & fecondo la quantita di tutta la $i.m.$ fia lineado il cer-
chio $p.q.$ Adonque el femidiametro del cerchio $p.q.$ fie eguale alla linea $i.m.$ & et
(per el correlario della decima quinta del quarto) la linea $i.m.$ e fi come el la-
to del exagono equilatero, infcritto in lo cerchio $p.q.$ adonque (per la terza di
quefto) la linea $i.n.$ fara fi come il lato del decagono equilatero infcritto in lo
medefimo cerchio. Adonque (per la undecima del quarto) fia infcritto uno pen-
tagon equilatero in el cerchio $p.q.$ del quale uno lato fia la $p.q.$ Et (per la de-
cima del decimotertio libro) lo quadrato della $p.q.$ fara eguale alli quadrati del-
le due linee $i.m.$ & $i.n.$ tolti infieme. Et (per la demonftratione della decima fe-
fta del terzodecimo) e manifefto che la $h.k.$ e eguale alla $p.q.$ Adonque el qua-
drato della $h.k.$ e eguale alli quadrati delle due linee $i.m.$ & $i.n.$ tolti infieme. Et
(per la demonftratione della decima fettima del decimotertio) e manifefto che
la $e.g.$ il lato del cubo circonferibile dalla medefima fphera . Per la qual cofa
(per el correlario della decima quarta del terzodecimo) la $a.b.$ (che e il diame-
tro della fphera) potencialmente e tripla ala $e.g.$ che e il lato del cubo & fe la $e.g.$
fia diuifa fecondo la proportion hauente il mezzo e duoi lftremi (per la de-
monftratione della decima fettima del . i .) e manifefto che la $e.f.$ e fi co me
la maggior parte di quella . Adonque (per la feconda di quefto della $e.g.$ alla
 $i.m.$ e fi come della $e.f.$ alla $i.n.$ perche fi come e la tutta alla tutta cofi la mag-
gior parte alla maggior parte. Adonque (per la uigefima feconda del fifto) el
quadrato della $e.g.$ al quadrato della $i.m.$ e fi come el quadrato della $e.f.$ al qua-
drato della $i.n.$ per la qual cofa (per la decimaterza del quinto) li quadrati del-
le due linee $e.g.$ & $e.f.$ tolti infieme alli quadrati delle due linee $i.m.$ & $i.n.$ tolti
infieme fono fi come el quadrato della $e.g.$ al quadrato della $i.m.$ adonque (per
la decima quinta del quinto & per la premutata & equa proportionalita) el trep-
pio deli duoi quadrati delle due linee $e.g.$ & $e.f.$ tolti infieme alli quadrati delle
due linee $i.m.$ & $i.n.$ tolti infieme e fi come el treppio del quadrato della $e.g.$ al
quadrato della $i.m.$ Ma el treppio del quadrato della $e.g.$ e tanto quanto el qua-
drato della $a.b.$ (per el correlario della decima quarta del terzodecimo) & lo qua-
drato della $a.b.$ (per el prefuppofto) e quincuplo al quadrato della $i.m.$ adon-
que el treppio del quadrato della $e.g.$ e anchor quincuplo al quadrato della $i.m.$
per la qual cofa etiam el treppio di quadrati delle due linee $e.g.$ & $e.f.$ tolti in-
fieme e quincuplo alli quadrati delle due linee $i.m.$ & $i.n.$ tolti infieme, & perci e
eglie fia approuado che el quadrato della $h.k.$ e eguale alli quadrati delle due
linee $i.m.$ & $i.n.$ tolti infieme fequit (per communia fcientia) che el treppio
deli quadrati delle $e.g.$ & $e.f.$ fia quincuplo al quadrato della $h.k.$ Et per la ora-
ua del terzodecimo) e manifefto che el quincuplo del quadrato della $h.k.$ e quin-



decuplo del quadrato della, d. K. (cioe quindecim volte tanto) perche el sempio e treppio, & (per la quarta di questo) e manifesto che el treppio di quadrati della, e. g. & c. e quindecuplo del quadrato della, c. f. perche el sempio e quindecuplo adonq el quindecuplo del quadrato della, c. f. e eguale al quindecuplo del quadrato della, d. K. e pero (per la nona del quinto) el quadrato della, c. f. e eguale al quadrato della, d. K. per la qual cosa etiam la linea, c. f. e eguale alla linea, d. K. adonq (per la definitione di cerchi e quali) lo cerchio che circonferiue el pentagono, c. e eguale al cerchio che circonferiue el triangolo, d. la qual cosa dal principio era da dimostrare, perche il semidiametri di questi cerchi sono e quali cioe, la, c. f. & la, d. K.

Il Traduttore.

Doue, che di sopra dice che la linea, h. K. (per la demonstratione della decima, sesta del terzodecimo) fara eguale alla, p. q., questo se uerifica pche in quella fu dimostrato che il diametro della sfera era quindecuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del pentagono descritto nel detto cerchio era eguale al lato del uenti base e pero in questo uoco il cerchio, p. q. uien a esser il cerchio del uenti base & il lato del pentagono di quello uien a esser il lato del uenti base, e per questo la linea, p. q. uien a esser eguale al, K. h. (lato del uenti base.)

Theorema. vi. Propositione. vi.

6 Anchora il quadrato che e trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare datta dal centro del cerchio, che circonferiue un pentagono, della figura de dodice base, al lato del pentagono, & sotto del lato di esso pentagono, el se conuenue di necessita esser eguale a tutte le superficie del corpo di dodici base tolte insieme.

Sia el pentagono, a. una delle dodici base della figura del duodecedron, & uno di suoi lati sia la, b. c. & a quello (per la decima quarta del quarto) sia circoscritto un cerchio sopra il centro, a. & sian protatte le linee, a. b. & a. c. & la, a. d. perpendicolare alla, b. c. Dico adouque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a. d. in la, b. c. e eguale a tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, perche egli e manifesto il pentagono, a. esser diuisibile in cinque triangoli eguali al triangolo, a. b. c. (per la ottaua del primo) Concio sia adonq che tutti li dodici pentagoni del duodecedron siano, eguali e simili al pentagono a. sono diuisibili in sessanta triangoli di quali, ciascuno (per la ottaua del primo) e eguale al triangolo, a. b. c. & quello che uien fatto dalla, a. d. in la, b. c. (per la quadagesima prima del primo) e doppio al triangolo, a. b. c. Adonq el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a. d. in la, b. c. e sessantuplo al triangolo, a. b. c. (cioe sessanta volte tanto quanto e il triangolo, a. b. c.) perche si come el sempio al sempio cosi e il doppio al doppio. Concio sia adonq che tutte le superficie del duodecedron tolte insieme: siano etiam sessantuplo al triangolo, a. b. c. (cioe sessanta volte tanto quanto e il detto triangolo, a. b. c.) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a. d. in la, b. c. sia eguale a tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, che e il proposito.



Theorema. vii. Propositione. vii.

7 Anchora el quadrato che e trentuplo del rettangolo che e contenuto sotto

to sotto della perpendicolare ditta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e eguale a tutte le superficie della figura del uinti base tolte insieme,

Si anchora in questo loco el triangolo, e una delle uinti base della figura del ycoedron, & uno de suoi lati sia la *a.f.g.* Et a quello (per la quinta del. 4.) sia circoscritto un cerchio sopra el centro *e.* & siano protratte le linee *e.f.e.g.* & la *e.h.* perpendicolare alla *a.f.g.* Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla *e.h.* in la *a.f.g.* e eguale a tutte le superficie del ycoedron tolte insieme: moltiplice che tutte le superficie del ycoedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto e lo rettangolo contenuto sotto della *e.h.* & della *a.f.g.* perche e manifesto el triangolo, e esser diuisibile in tre triangoli cadauno di quelli (per la ortaua & quarta del primo) e eguale al triangolo *e.f.g.* Adonque tutti li uinti triangoli del ycoedron tolti insieme (conclo sia che tutti siano equali & simili al triangolo *e.f.g.*) sono si come el sessantuplo del triangolo *e.f.g.* Et perche (per la quadragesima prima del primo) quello che uien fatto dalla *e.h.* in la *a.f.g.* e doppio al triangolo *e.f.g.* & pero el trentuplo di questo e eguale al sessantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che uien fatto della *e.h.* in la *a.f.g.* sia eguale a tutte le superficie del ycoedron tolte insieme la qual cosa era da dimostrare.

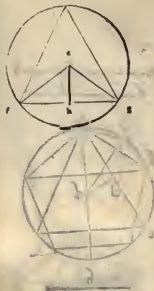
Correlatio.

Adonque e manifesto che la proportion delle superficie della figura del dodice base (contenute in qualche sphaera) alle superficie del la figura de uinti base concludese in la medesima sphaera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato dun pentagono di essa figura de dodice base; & sotto della perpendicolare ditta dal centro del suo cerchio al lato di esso pentagono: Al rettangolo contenuto sotto del lato dun triangolo di essa figura di uinti base, & della perpendicolare ditta dal centro del suo cerchio al lato di quel triangolo il corpo di uinti base.

Et e manifesto esser il uero dlo che se concludese per el correlario, o sia la figura del. 12. base & la figura del. 20. base circoscritibile da una medesima sphaera, & se propone ouer se farano etia circoscritibile da diuerse sphaere: Ma el se propone ouer que figure siano circoscritibile da una medesima sphaera perche qsto modo uale & e sufficiente al ppositore adq: la comuna uerita di qlo cosi se manifesta: perche (p la. 6. di qsto) e manifesto che el trentuplo di qlo che uien fatto dalla *a.d.* in la *b.c.* e eguale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del qle el pentagono *a.e.* una de le sue 2. superficie, & (p qsta. 7.) similmete e manifesto che il trentuplo di qlo che uien fatto dalla *e.h.* in la *a.f.g.* e eguale a tutte le superficie del ycoedro tolte insieme di qle el triangolo *e.f.g.* e una delle sue 20. base o sia che qd dodecedro & qto ycoedro una medesima sphaera li circoscriua, ouer diuerse. adq: la proportion del trentuplo della *a.d.* in la *b.c.* a tutte le superficie di qd dodecedro tolte insieme e si come quella del trentuplo della *e.h.* in la *a.f.g.* a tutte le superficie del ycoedro tolte insieme perche luna e l'altra pportioe de equilibra la qd cosa pmutatamete el trentuplo della *a.d.* in la *b.c.* al trentuplo della *e.h.* in la *a.f.g.* e si come tutte le superficie di qd dodecedro a tutte le superficie di qto ycoedro: & (p la. 5. del. 5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del sempro al sempro, adq: e manifesto (p la. 11. del. 5.) che la pportioe di tutte le superficie di qd dodecedro a tutte le superficie di qto ycoedro e come quella di qlo che uien fatto dalla *a.d.* in la *b.c.* a quello uien fatto dalla *e.h.* in la *a.f.g.* Et questo e quello che propone el correlario.

Theorema. viii. Propositione. viii.

La proportion de tutte le superficie del corpo de dodici base tolte



insieme a tutte le superficie del corpo de uinti base tolte insieme (che siano da una medesima sphaera circoscritti) e si come la proportionone del lato del cubo (che circoscriue la medesima sphaera) al lato del triangolo di quel medesimo corpo di uinti base.

A Cio che ogni dubitatione si patta dal pcesso della dimostratione di qsta. g. del. 14. bisogna primamete saper qste. Che se alcuna linea sara diuisa secon-
do la pportione haue il mezzo e duoi istremi, & dalla mita di qlla: sia detratto
tanto quato e la mita della sua maggior pte anchora qlla medesima mita sara di
uifa secodo la proportione haudente il mezzo e duoi istremi, & la sua maggior pte
e si come la mita della pte maggiore della sua doppia, uerbi gratia, Sia la. a. b. di
uifa secodo la pportione haudente il mezzo & duoi istremi in ponto. c. & la mag-
gior pte di qlla sia la. a. c. & sia la. d. e. si come la mita della. a. b. & la. d. f. si come la
mita della. a. c. Dico adoque che la. d. e. e diuisa in poto, f. secodo la pportione ha-
uente il mezzo & duoi istremi & la maggior pte di qlla e la. d. f. Perche per la. 15.
del. 5. e manifesto che la proportionone della. a. b. alla. a. c. e si come della. d. e. alla
d. f. (cioe el doppio al doppio: e si come el sempro al sempro) Per la qual cosa pre-
mutamete della. a. b. alla. d. e. e si come della. a. c. alla. d. f. adoque per la. 9. del
quinto) della. c. b. alla. f. e. e si come della. a. b. alla. d. e. adoque la. c. b. e doppia a la
f. e. perche cosi e la. a. b. alla. d. e. & cio sia adoque che tutta la. a. b. sia doppia
a tutta la. d. e. e cosi ciascuna delle pti della. a. b. a ciascuna delle pti della. d. e. ca-
dauna alla sua relatiua. Per la qual cosa (per la. 15. del quinto: & per la. 1. del me-
desimo, & pla diffinitione della linea diuisa secodo la pportione haue il mezzo
e duoi istremi) la linea. d. e. sara diuisa in poto. f. si cõe se ppone. Adoque al pte-
sente sollicitemo alla dimostratiõe di qlo che fu pposito allo esemplo del qle sia lo cer-
chio. a. b. c. (el centro del qual: sia. d.) circoscribente un penthagono del dodece-
dron & un triangolo de ycoedron. li quali una medesima sphaera li circoscriua &
concluda equalmete ambidui. Perche (p la. 1. di qsto) e manifesto che il medesimo
cerchio circoscriue qsto penthagone: & q triangolo, & sia la linea. a. b. lato del
penthagone & la linea. a. c. del triangolo: & sia la linea. h. si come el lato del cubo
circoscritto dalla medesima sphaera. Dico adoque che la proportionone de tutte le
superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycoedron tolte in-
sieme si come la linea. h. alla linea. a. c. perche essendo produtta dal centro. d.
una ppendicolare alla. a. b. la qual trassica p fina alla circosferentia segando la. a.
b. in poto. e. & arco di qlla in poto. f. Et e manifesto qsta ppendicolare diuidere in
due particequale si la linea. a. b. come arco di quella. La corda. a. b. (p la. 2. parte
della terza del terzo) & arco di qlla (per la quarta del primo, & per la. 17. del ter-
zo, adoque l'arco. f. a. e la decima pte della circosferentia. Sia adoque sono a qlo
tirata la corda. a. f. la quale sara el lato del decagono eglatero di q medesimo cer-
chio, adoque (p la. 9. del. 1. e) e manifesto che la linea cõpõsta dalla. d. f. & f. a. sara
diuisa secondo la proportionone haudente il mezzo e duoi istremi & la maggior par-
te di quella sara la linea. d. f. (et per la prima di questo) la. d. e. e eguale alla mita
della. d. f. & alla mita della. f. a. congiunte direttamente in lõgo. Sia adongli. a. d. g.
perpendicolare alla. a. c. & p el correlatio della. ottaua del. 13.) la. g. d. sara si co-
me la mita della. d. f. Adoque se della linea. d. e. (la quale e si come la mita dele
la. d. f. a. (quando che la. d. f. & f. a. sia una linea) Sia detratto una eguale alla. d.
g. (la quale e si come la mita della. d. f.) La linea. d. e. (per quello che fu ap-
prouato auanti questa) sara diuisa secondo la proportionone haudente il mezzo &
duoi istremi, & la maggior parte sara si come la. g. d. Et (per la mostraione della
17. del terzodecimo) e manifesto che se la linea. h. (che e lato del cubo) sia
diuisa secondo la proportionone haudente il mezzo e duoi istremi la maggior parte
di quella sara si come la. a. b. che e lo lato del penthagono della figura de dodeci
base. Adoque (per la seconda di questo) la proportionone della. h. alla. a. b. e si
come della. d. e. alla. g. d. per la qual cosa (per la prima parte della decima sesta
del testo



del ſesto) quello che peruiene dalla. h. in la. g. d. e. e quale a quello che uien fatto dalla. a. b. in la. d. e. Et (per el correlario della precedente) ſe manifeſto che la proportionē de tutte le ſuperficie del dodecedro del quale el lato e la. a. b. (tolte inſieme, a tutte le ſuperficie del yoccedro del quale el lato e la. a. c.) ſolte inſieme, e ſi come di quello che uien fatto dalla. a. b. in la. d. e. a quello che uien fatto dalla. a. c. in la. g. d. Adonque (per la prima parte della ſetima del quinto, & undeciſima del medefimo) a proportionē di quello che peruiene dalla. h. in la. g. d. a quello che peruiene dalla. a. c. in la. g. d. e ſi come de tutte le ſuperficie di quel dodecedron a tutte quelle di queſto yoccedro. Ma di quello che peruiene dalla. h. in la. g. d. a quello che peruiene dalla. a. c. in la. g. d. (per la prima del ſesto) e ſi come della. h. alla. a. c. Adonque (per la. 11. del. 5. la proportionē di tutte le ſuperficie di quel dodecedro a tutte quelle di queſto yoccedron e ſi come, della. h. alla. a. c. che e il propoſito. Queſto medefimo potremo prouare altramente: ſe auanti quello poneremo un antecedente neceſſario el qual e queſto,

Se in qualunque cerchio ſara inſcritto un pentagono equilatero lo rettangolo che e cōtenuto ſotto il dodrante del diametro di quel cerchio & ſotto dextante di quella linea che tende ſotto al angolo di quel pentagono de neceſſita el biſogna eſſer eguale al medefimo pentagono.

Li noſtri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuiderno cadauno Integro in dodeci parti equali & tutte dille p. arti inſieme (cioe quel tutto) lo chiaſo morno. A ſe & le undice di quelle parti gli diſono deunce. Et ſe dice, dextante le noue dodrante, & le otto biſſe, & le ſette, ſe piunce ouer ſeptante ouer quincunce & le ſeiſſemiſ, & le cinque quincunce & le quatro triente: & le tre, quadrante: & le due ſextante, & la una, adimandorno oncia, & quelle piu uolte ſono ſta trouate in li antiqui libri deſignate per l'ordine de tai figure,

$\int$	fff	fff	ff	ff	f
As	Deunce	Dextante	Dodrante	Biſſe	Sequince
S	ff	B	P	f	f
Semis,	Quincunce.	Triente,	Quadrante	Sextante,	Vncia.

Anchora la onza la qual hauemo detto douer eſſer la. 12. parte del As. la diuiderno in altre. 12. ſractioni, ma p. un'altra uia, pche la mita della onza gli diſi ſono. ſemioncia. La terza parte duella, la quarta ſicilico. la ſeiſſa ſemula. la ottauadragma la duodecima emiſſela. la. 8. trenuile. la. 4. ſcrupulo. la. 48. obolo. la. 72. Biliſiqua. la. 96. cerates, la ultima chi e la. 144. pte di eſſa oncia chiamorno ſilqua, & a queſte. 12. ſractioni della oncia li poſteriori, gli hāno agiōto el calco & lo carco e la. 132. pte della oncia del qual agiōgimēto ne ſu cauſa acido che el diateſſeron & el diapente delle ſimphonie di toni & ſemitoni diſtinti p. interualli di queſte ſractioni. la denominazione aſcendefſe ouer le eſtendefſe per ſina al minimo ſitremouē tutte dille ſractioni li anotaauo ſecondo l'ordine de tai figure.

$\int$ bb v c x p
Semioncia. Duella. Sicilico. Dragma. Emiſſella.

H ff v xx z bb 2
T. miſſe ſcrupulo. Obolo. Biliſiqua. Cerates. Silqua. calco.
cc ii



Adonque el senso di quello che e detto e q̄sto, che se in alcun cerchio sia inscritto un p̄thagono eglatero, quello che uien fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del p̄thagono inscritto e q̄le al p̄thagono uerbi gratia sia el cerchio a.b.c. sopra el centro d. & a. d̄lio (p. la. 11. del. 4.) sia inscritto un p̄thagono eglatero del quale il dolo latē d̄betenir uno di soi angoli si in la a.b. & b.c. & a. l'angolo b. sia sotto tesa la linea a.c. & sia tirado lo diametro b.d. e el qual seghi la linea a.c. in due parti e quali in ponto g. & sia la d.f. la mita della d.e. & la g.h. doppia alla h.c. & la b.f. fara el dodrate del diametro, che li tre quarti di quello, & la a.h. fara el dextrante della a.c. perche quella e li cinque sesti di quella, & sia tirata la linea a.d. Dico che quello che peruiene dalla b.f. in la a.h. e uguale al p̄thagono inscritto in el cerchio (perche concio sia chela a.g. sia perpendicolare alla b.d. (per la quadragesima prima del primo) quello che peruiene dalla b.d. in la a.g. fara doppio al triangolo a.b.d. E pero quello che peruiene dalla b.f. in la a.g. fara triplo al medesimo triangolo & quello che peruiene dalla b.f. in la h.g. fara doppio, & dalla b.f. in tutta la a.h. fara quintuplo. Concio sia adonque, che tutto el p̄thagono sia quintuplo al medesimo triangolo. E q̄le manifesto che quello che uien fatto della b.f. in la a.h. e uguale al p̄thagono. Et questo era da dimostrare. Hor dimostramo quello che fu proposto dal principio per un'altra uia si come fu promesso. Sia adonque in el cerchio del quale el centro sia h. inscritto uno p̄thagono della figura de dodeci base & un triangolo della figura de undici base li quali una medesima sphaera li circonscruiat̄ per la quinta di questo e manifesto che el p̄thagono di questo dodecedron & lo triangolo di quello ycoedron, sono circonduiti dal medesimo cerchio & sia lo p̄thagono a.b.c.d.e. & lo triangolo a.f.g. & l'angolo a. del p̄thagono sia sotto tesa la linea b.e. la quale (per la dimostrazione della decima settima del terzodecimo) fara el lato del cubo che circonclude la medesima sphaera. Adonque sia tirato lo diametro a.h. k. el qual sega orthogonalmete, & in due parti equali luna e l'altra delle due linee b.e. & f.g. luna in ponto l. & l'altra in ponto m. Dico adonque che la proportionē de tutte le superficie del dodecedron a tutte quelle del ycoedron (delli quali el p̄thagono, & triangolo sian descritti in el medesimo cerchio) e si come della linea b.e. (che e lato del cubo circoncluso dalla medesima sphaera) alla linea f.g. che e lato del triangolo del ycoedron) perche (per el correlario della g. del. 13.) e manifesto che la linea h.m. e la mita della linea a.h. & pero la linea a.m. fara el dodrate del diametro a.h. (perche la e li tre quarti di quello) Sia adonque la l.n. doppia alla u.e. & la b.n. fara lo dextrante della b.e. perche la e li cinque sesti di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che peruiene dalla a.m. in la b.n. fara uguale al p̄thagono a.b.c.d.e. & quello che peruiene dalla a.m. in la m.f. e uguale al triangolo a.f.g. Adonque (per la prima del sesto) la proportionē del p̄thagono al triangolo, e si come la b.n. alla m.f. per la qual cosa el quincuplo di quel p̄thagono al uigintuplo di questo triangolo e si come el dodecuplo della linea b.n. al uigintuplo della linea m.f. la qual cosa e manifesta (per la decimaquinta propositione del quintolibro) & per la equa proportionē naita & lo dodecuplo della b.n. e si come, el decuplo della b.e. perche dodeci dextranti se egualiano a dieci assi (cioe dieci tutti) & lo uigintuplo della m.f. e si come el decuplo della f.g. perche la f.g. e doppia alla m.f. Adonque el dodecuplo de questo p̄thagono al uigintuplo di questo triangolo e si come el decuplo della b.e. al decuplo della f.g. Et perche el dodecuplo di quel p̄thagono, e tutte le superficie del dodecedron: Et lo uigintuplo di questo triangolo e tutte le superficie del ycoedron, & perche (per la decima quinta propositione del quinto) el decuplo della b.e. al decuplo della f.g. e si come la b.e. semplice alla f.g. semplice, (per la undecima propositione del quinto libro) la proportionē de tutte le superficie del dodecedron (tolte insieme) a tutte le superficie del ycoedron (tolte insieme) fara si come della b.e. alla f.g. & questo e quello che bisognaua dimostrare.

Qualunque

Theorema. ix. Propositione. ix.

2
o Qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, fara si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de uenti base contenuto in la medesima sphaera con quello.

Si la linea. a. b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di quella sia la linea. a. c. & sopra il centro. a. secondo la quantita della linea. a. b. sia descritto il cerchio. d. b. e. & a quello sia inscritto (p la undecima del quarto) uno pentagono equilatero del quale la. d. e. sia un lato & (per la seconda del medesimo) gli sia etiam iscritto uno triangolo equilatero del quale la. d. f. sia uno lato & a uno dell angoli del pentagono (qual sia d.) sia sotto retta la linea. e. g. Adonque (per la quinta di questo) e manifesto che la sphaera che circoscriue el dodecedron de quel pentagono, del quale un lato e la. d. e. circoscriue insieme lo yoccedron de quel triangolo del quale un lato e la. d. f. Et (per la dimostrazione della decima settima del terzodecimo) e manifesto che la medesima sphaera circoscriue el cubo del quale la. e. g. e el suo lato, a donque sia tolta la linea. h. potente sopra tutta la. a. b. & la sua maggior parte. a. c. & similmente la. k. potente sopra tutta la. a. b. & la minor parte. b. c. di quella. Dico adonque, che la proportione della. e. g. alla. d. f. (cio come del lato del cubo, al lato del triangolo del yoccedron contenuto insieme con esso cubo dalla medesima sphaera) e si come della. h. alla. k. Perche eggle manifesto (per el correlario della. 15. del quarto) che la. a. b. e si come el lato del exagono equilatero inscritto in lo cerchio. b. d. e. Adonque (per la terza di questo) la. a. c. e si come el lato del exagono del medesimo cerchio. Adonque (per la. 10. del terzodecimo) la. d. e. e potente sopra tutta la. a. b. & alla maggior pte. a. c. di quella, per la qual cosa la. d. e. e eguale alla. h. peche el quadrato di cada una di quelle e tanto quanto li quadrati delle due linee. a. b. & a. c. roici insieme, & e manifesto (per la. 8. del. 13. che la. d. f. e trepla potentialmete alla. a. b. & (p la. 5. del medesimo) e manifesto che la. k. e anchor treppia potentialmete alla. a. c. Adonque (p la. 1. parte della. 22. del sesto) la proportione della. d. f. alla. a. b. e si come della. k. alla. a. c. p la qual cosa smutata mente della. d. f. alla. a. b. e si come della. a. b. alla. a. c. & peche (p la dimostrazione della. 17. del. 13. e manifesto che se la. e. g. sia diuisa secondo la pporiõe hauente il mezzo e duoi istremi la maggior pte di quella fara si come la. d. e. (per la. 2. pte di questo) la pporiõe della. e. g. alla. d. e. fara si come della. a. b. alla. a. c. Per la q̃l cosa (p la. 11. del. 5.) fara anchora della. e. g. alla. d. e. si come della. d. f. alla. k. & smutatamente della. e. g. alla. d. f. si come della. d. e. alla. k. & perche (p la prima pte della. 7. del quinto) della. d. e. alla. k. fara si come della. h. alla. k. (impero che la. d. e. & la. h. sono egli (p la. 11. del. 5.) della. e. g. alla. d. f. fara si come della. h. alla. k. che e il pposito. & no solamete la pporiõe della. e. g. (lato del cubo) alla. d. f. (lato del triangolo del yoccedron) e si come della. h. alla. k. anzi e simplicemete si come di q̃lque due linee (de luna a l'altra) de le q̃le luna possi sopra tutta q̃lunque linea diuisa secondo la pporiõe hauente il mezzo e duoi istremi & sopra la maggior parte di quella, & la linea sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tai linee a una per una e una medesima proportione. uerbi gratia stante li medesimi pre supposti i cerca alle linee. a. b. h. & k. & sia tolta anchora qualunque altra linea (la qual sia. l. m.) diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in ponto. n. & la maggior parte sia. l. n. Et sia la. p. potente sopra tutta la. l. m. & sopra la. l. n. maggior parte di quella & la linea. q. sia potente sopra tutta la. l. m. & sopra la. m. n. minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della. p. alla. q. e si come della. h. alla. k. perche (per la seconda di questo libro) e



manifesto che della .b.a. alla .a.e. si come della .l.m. alla .l.n. adonque (per la prima parte della uigesima seconda del sesto) del quadrato della .b.a. al quadrato della .a.e. si come del quadrato della .m.l. al quadrato della .n.l. per la qual cosa congiuntamente del quadrato della .h.a. al quadrato della .a.e. si come del quadrato della .p.a. al quadrato della .l.n. et simutatamente del quadrato della .h.a. al quadrato della .p.e. si come del quadrato .a.c. al quadrato della .l.n. (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportion de' quadrato della .k.a. al quadrato della .q.e. si come del quadrato della .c.b. al quadrato della .n.m. & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della uigesima seconda del sesto) lo quadrato della .a.c. al quadrato della .l.n. si come lo quadrato della .c.b. al quadrato della .m.n. (per la undecima del quinto) lo quadrato della .h.a. al quadrato della .p.e. si come el quadrato della .k.a. al quadrato della .q. per la qual cosa (per la seconda parte della uigesima seconda del sesto della .h. alla .p. e si come della .k. alla .q. et premutatamente della .h. alla .k. si come della .p. alla .q. la qual cosa era da dimostrare)

H Ora, accio che alcun loco de dubitatione non el offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, habbiamo imaginado di mandar auanti al presente, alcune propositioni, per le quale le cose sequente rimangerano ferme & stabile per demonstrationi.

Se alcuna superficie plana, seghara qual si uoglia sphaera, la commune sectione della superficie plana che sega, & della superficie curua della sphaera sara una circonferentia la quale contenera un cerchio.



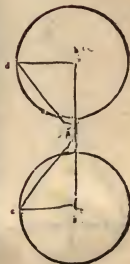
Sia adonque alcuna superficie plana che seghi una sphaera, & sia la linea *cud* sua .a.b. la commune sectione della superficie segante, & della superficie della sphaera. dico che la linea .a.b. e circonferentia dun cerchio perche ouer che il centro della sphaera e in la superficie plana che sega ouer che eglie fora di detta superficie. Ma sel sara in quella, sia posto doue si uoglia, & sia el ponto .c. perche adonque tutta la linea .a.b. e in la superficie della sphaera: & perche tutte le linee dute dal centro della sphaera alla circonferentia di quella, sono e quale (si come e manifesto per la diffinitione della sphaera seguita che tutte le linee dute dal ponto .c. alla linea .a.b. siano e quale) adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea .a.b. e un cerchio, & il centro di quello e il ponto .c. cioe quel medesimo che e centro della sphaera. Ma sel centro della sphaera sara fora della superficie segante, adonque sia posto che sia el ponto .d. (sia doue si uoglia) dal quale (secondo la dottrina della undecima del undecimo) sia ditta la linea .d.c. perpendiculara alla superficie segante, & dal medesimo centro .d. siano prottratte due linee rette (caschino come si uoglia) alla linea .a.b. le quale siano .d.a. & .d.b. & sia congionto .c. con .a. & con .b. & le due linee .d.a. & .d.b. saranno e quale, impeto che quelle uengono dal centro della sphaera alla superficie di quella, et (per la diffinitione delle linee perpendiculara a una superficie) e manifesto che li angoli .d.c.a. & .d.c.b. sono retti, & pero (per la penultima del primo & (per quella commune scientia, quelle cose che sono eguale a cose eguale fra loro sono eguale) Li quadrati delle due linee .d.c. & .c.a. tolti insieme saranno eguali alli quadrati delle due linee .d.c. & .c.b. tolti insieme : adonque leuado uia da l'una bida & da l'altra lo quadrato della .d.c. lo quadrato della .c.a. sara eguale al quadrato della .c.b. Per la qual cosa etiam la linea .c.a. sara eguale alla linea .c.b. per lo medesimo genere de argumentatione e necessario che tutte le linee dute dal ponto .c. alla linea .a.b. esser eguale . Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea .a.b. e un cerchio & il centro di quello e il ponto .c. che e il proposito.

Adonque

Correlario.

Adonque 'da questo e manifesto che quando una superficie segna una sfera sopra il centro di quella. Lo settore che peruiene in la superficie della sfera e una linea continente un cerchio, el cetro del la quale e centro della sfera. Et quando una superficie sega una sfera, non sopra il centro di quella anchora lo settore che peruiene in la superficie della sfera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare ditta dal centro della sfera alla superficie legante, & piu dico che se in alcuna sfera faranno cerchi equali le perpendicolare dutte dal centro della sfera alla superficie di quelli cerchi saranno fra loro e quale.

Sta in la sfera (della quale el centro e a.) Signati li doi cerchi. b. & c. equali alla superficie di quali sian proutte le perpendicolare dal cetro della sfera cioe dal ponto. a. (si come insegna la undecima del undecimo) a luno sia la linea. a. b. a laltro la linea. a. c. Dico che le due linee. a. b. & a. c. sono equali: pero che se siano proutte dalli ponti. b. & c. alla circonferentia de quelli due cerchi rette delle quale luna sia. b. d. & laltra. c. e. & sia giunto. a. con. d. & con. e. Et (per la diffinitione della linea che stia perpendicolarmente sopra una superficie) luno e laltro di doi angoli. a. b. d. & a. c. e. e retto, & (per la seconda parte del precedente correlario) e manifesto che li doi ponti. b. & c. sono centri di doi cerchi b. & c. E pero le due linee. b. d. & c. e. sono li semidiametri di queglii cerchi equali (quando che sian posti equali) Seguita (per la diffinitione di cerchi equali) questi semidiametri esser equali, & perche le due linee. a. d. & a. e. sono equali (perche sono dutte dal centro della sfera alla superficie di quella) le due perpendicolare. a. b. & a. c. saranno equali (per la penultima del primo) la qual cosa bisogna dimostrare adonque al presente ritornamo al proposito.



Theorema. x. Propositione. x.

La proportion del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (li quali ambidui siano inclusi in una medesima sfera) e si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

Questo e quello che di sopra commemorasmo da poi la dimostrazione della prima di questo, per autorita di Aristotele, & de Apollonio la dimostrazione della quale e caua euidentemente dalle cose che sono poste di sopra. Pero che (per la 5. di questo) e manifesto che li cerchi di quali luno circonscrive un pentagono del dodecedron, & laltro lo triangolo del icocedron (che una medesima sfera circonscriva ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sfera alle superficie de tutti li cerchi che circonscrivono il pentagono di questo dodecedron, & li triangoli di quello icocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equali, & si come dalle cose premesse e manifesto. Perche tutti questi cerchi (come testifica la quinta propositione di questo) come e detto sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le bafe sono li pentagoni del dodecedron, & li coni di quelli sono

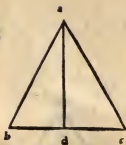
el centro della sfera, & le pyramide (delle quale le bafe sono li triangoli del ycoedron: & li conì di quelle sono fimilmente el centro della sfera) sono egualmente alte: perche le perpendicolari che calcano dalli conì alle bafe: nifi furano ouer determinauo la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide egualmente alte e necessario effer proportionale alle fue bafe (fi come in la feſta del duodecimo è ſtato prouado (Adonque la proportion de la pyramide della quale la bafa è un pethagone del dodecedron alla pyramide della quale la bafa è uno di triangoli del ycoedron, e fi come del pethagone al triangolo. E pero (per la uigefima quarta propoſitione del quinto libro) la proportion de la dodecuplo di quella pyramide, della quale la bafa è uno di pethagoni del dodecedron: alla pyramide della quale la bafa è uno di triangoli del ycoedron, e fi come del dodecuplo di quel pethagone a queſto triangolo, & queſte dodec pyramide delle quale le bafe ſonoli dodeci pethagoni del dodecedron ſono tanto quanto tutto el corpo di eſſo dodecedron, & li dodeci pethagoni tanto quanto tutte le ſuperficie di quello. Adonque la proportion de el corpo del dodecedron alla pyramide della quale la bafa è un triangolo del ycoedron: e fi come la proportion de tutte le ſuperficie del dodecedron al triangolo del ycoedron. Per la qual coſa (unaltra uolta per la uigefima quarta propoſitione del quinto libro) la proportion de el corpo del dodecedron al uintuplo di quella pyramide della quale la bafa è un triangolo del ycoedron. e fi come de tutte le ſuperficie del dodecedron al uintuplo del triangolo del ycoedron. Concio ſia adonque che el uintuplo di queſta pyramide, ſia tanto quanto tutto el corpo del ycoedron, & il uintuplo di queſto triangolo fi come tutte le ſuperficie di quel ycoedron. La proportion de el corpo del dodecedron, al corpo del ycoedron, li quali circoncluda una medefima ſphera) ſara fi come la proportion de tutte le ſuperficie del corpo del dodecedron tolte inſieme a tutte le ſuperficie del corpo del ycoedron tolte inſieme. Et queſto è la ſiſta ſententia & la ferma e ſolida demonſtratione di predetti philoſophi della proportion de que ſi duoi corpi. Alla quale anchora eglie da effer agionto queſto. Et concio ſia che la proportion del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycoedron (quando che inſieme ſian circoncluſi da una medefima ſphera) ſia fi come la proportion de tutte le ſuperficie del corpo del dodecedron tolte inſieme a tutte, le ſuperficie di quel ycoedron incluſi in la medefima ſphera (fi come fu dimoſtrato in la ottaua propoſitione di queſto) la proportion de el corpo del dodecedron al corpo del ycoedron (che una medefima ſphera circonuolue) ſara (per la undecima propoſitione del quinto libro) fi come la proportion de el lato del cubo (Inſcrittibile a quella medefima ſphera) al lato del triangolo di quel ycoedron. Ma piu: perche diuiſa (qual ſi uoglia linea) ſecondo la proportion hauente il mezzo e duoi iſtremi. La proportion de la linea potente ſopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente ſopra la tutta & la minor parte di quella, e fi come del lato del cubo inſcritto in alcuna ſphera: al lato del triangolo del corpo del ycoedron circonſcritto dalla medefima ſphera (fi come fu dimoſtrato dalla nona propoſitione di queſto) Etiam (per la undecima propoſitione del quinto) ſara che diuiſa qualunque linea ſecondo la proportion hauente il mezzo e duoi iſtremi, la proportion de la linea potente ſopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente ſopra la tutta & la minor parte di quella, ſia fi come la proportion de el corpo del dodecedron al corpo del ycoedron, li quali una medefima ſphera li circonſcriua ambidui: Adonque dalle coſe dette è manifeſto, che la proportion de el lato del cubo inſcritto in alcuna ſphera, al lato del triangolo del ycoedron dalla medefima ſphera circonſcritto. Similmente la proportion de tutte le ſuperficie del dodecedron, a tutte le ſuperficie del ycoedron (li quali ſiano ambidui circonſcritti da una medefima ſphera) Anchora la proportion de la linea potente ſopra qual ſi uoglia linea diuiſa ſecondo la proportion hauente il mezzo, & duoi iſtremi: & ſopra la maggior parte di quella: alla linea potente ſopra la medefima &



sima & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportionione del corpo del dodecedron al corpo del ycoedron (li quali circonferuua una medesima sfera) e una medesima proportionione. Adonque e mirabile la possanza della linea diuisa secondo la proportionione hauente il mezzo e duoi istremi, alla quale concio sia che tutta la moltitudine de philosophanti conuengono in questo principio degno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile dell'i principii superiori, che si diuersi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiam de figura, concordati rationabilmente una l'ratior nal concordantia: certamente egli e stato dimostrandolo, che la proportionione del corpo del dodecedron al corpo ycoedron (che circonferuua una medesima sfera) e si come la proportionione della linea potente sopra qualunque linea diuisa secondo la proportionione hauente il mezzo e duoi istremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima: & la minor parte di quella. Et perche de l'altri tre corpi regolari: non hauemo detto cosa alcuna, studiamo di dire qualche cosa de quelli.

Theorema.xi. Propositione.xi.

- 11** In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condotta una perpendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo conuen esser sesquitertio in potentia a essa perpendicolare.



Si el triangolo $a.b.c$ equilatero, & dal angolo a sia condotta la linea $a.d$. S'perpendicolare alla basa $b.c$. Dico che lo lato $a.b$ e potenzialmente sesquiterzio alla $a.d$. Perche (per la quinta del primo) li duoi angoli b & c son o equali, & perche li angoli che sono a & d sono retti (per la uigesima sesta del primo) la linea $b.c$ e diuisa in due parti equali in ponto d . Adonque (per la quinta del secondo) lo quadrato della $b.c$ e quadruplo al quadrato della $b.d$. E pero etia lo quadrato della $a.b$ e quadruplo al quadrato della $b.d$ (perche el triangolo e equilatero) per la qual cosa (per la penultima propositione del primo) li quadrati delle due linee $a.d$ & $b.d$ uolti insieme, sono quadrupli al quadrato della $b.d$. Adonque lo quadrato della $a.d$ e treppio al quadrato della $b.d$. Adonque e manifesto il p'oposito.

Theorema.xii. Propositione.xii.

- 11** La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato e rationale, se approua esser mediale.

Si a come prima el triangolo $a.b.c$ equilatero: & lo lato $a.b$ di quello sia rationale ouer in longhezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che esso triangolo, e superficie mediale, Perche se sia ditta dal angolo a la perpendicolare $a.d$ alla basa (per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione della superficie rationale) lo quadrato della linea $a.d$ fara rationale & la linea $a.d$ fara rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della nona del decimo, mediante la precedente) fara incommensurabile alla linea $a.b$, pero etiam alla linea $b.d$ (la quale e si come la mita di quella) Adonque le due linee $a.d$ & $b.d$ sono rationale comunicante solamente potenzialmente. Adonque (per la uigesima terza del decimo) la superficie di lona di quelle in l'altra e mediale, Et concio sia che la superficie di lona di quelle in l'altra: sia eguale al triangolo $a.b.c$ egli e manifesto esser il uero o quel o che hauemo detto.

Theorema, xiii. Propositione, xiii.

- ¹³ Tutte le superficie de qual si uoglia di duo solidi, di quali luno e la
^o piramide di quatro bale triangolare, & equilatera, & laltro e il cor-
 po di otto bale triangolare, & equilatera: tolte insieme (sel diame-
 tro de la sphaera che li circonscrive fara rationale) componeno su-
 perficie mediale.

Perche sel diametro della sphaera (che circonscrive luno di questi duol corpi
 proposte) fara rationale, o in lunghezza, o solamente in potentia (per el cor-
 relario della decimaterza propositione del terzodecimo libro) el lato della py-
 ramide fara rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del
 medesimo) el lato del medesimo corpo de otto bale fara anchora rationale in
 potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base de qual
 corpo si uoglia de questi duoi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli
 di qual si uoglia de quelli, sono tra loro equali, tutte le superficie tolte in-
 sieme de qual si uoglia de quelli: per la ultesima quinta del decimo) saranno com-
 ponente superficie mediale: si come si propone.

Theorema, xiiii. Propositione, xiiii.

- ¹⁴ Se una medesima sphaera circonscrive, il tetracedron & lo octoce-
^o dron, una delle base del tetracedron fara sesquitercia a una delle ba-
 se del octocedron, Et tutte le base del octocedron (tolte insieme)
 a tutte le base del tetracedron (tolte insieme) e necessario hauere
 proportione sesquialtera.

Sia el diametro de alcuna sphaera circonscrivente la pyramide della quale
 el lato sia b , & lo octocedron del quale el lato sia c . Dico adunque: che el
 triangolo equilatero del quale el lato sia b , e sesquitercio al triangolo equilate-
 ro del quale el lato sia c . Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de
 cadauno di quali la, c , e lato e sesquialtera alla superficie che componeno li qua-
 tro triangoli equilateri de cadauno di quali la, b , e lato. Perche (per el correla-
 rio della decimaterza propositione del terzodecimo) e manifesto che el quadra-
 to della a , al quadrato della b , e si come $6, a, 4$. Adunque al contrario el qua-
 drato della b , al quadrato della a , e si come $4, a, 6$. Et (per el correlario della de-
 cima quinta del medesimo) e manifesto che el quadrato della a , al quadrato
 della c , e si come $6, a, 3$. Adunque (per la eua proportionalita) el quadrato del
 la, b , al quadrato della c , e si come $4, a, 3$, & lo quadrato della b , al quadrato del
 la, c , e si come el triangolo equilatero (del quale el lato e b) al triangolo equi-
 latero del quale el lato e c . Perche da luno a laltro e si come la proportione
 della b , alla c , duplicata (per la seconda parte della decima octava del sexto.)
 Adunque lo triangolo equilatero del quale el lato e la, b , al triangolo equilate-
 ro del quale el lato e la, c , e si come $4, a, 3$. Per la qual cosa e manifesto la prima
 parte del proposito, dalla quale se cauaua euidentemente la seconda. Perche (per
 la conuerfa proportionalita) lo triangolo equilatero del quale el lato e la, c , al
 triangolo equilatero del quale el lato e la, b , fara si come tre a quatro. E pero lo
 ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la, c , al quadruplo del triango-
 lo equilatero del quale el lato e la, b , e si come lo ottuplo del ternario al quadru-
 plo del quaternario cio e si come de $24, a, 16$. Et perche lo ottuplo del triango-
 lo equilatero del quale el lato e la, c , e tutte le base del octocedron del quale la
 c , e lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la, b , e lato: e tutte le
 base della pyramide della quale la, b , e lato, & perche la proportione de ueneti
 quatro



quattro a sedeci e sesquialtera, seguita che la superfide che componeno tutte le base del ottoedron del quale la .c.e lato alla superfide che componeno tutte le base della pyramide della quale la .b.e lato e sesquialtera si come fu detto in la proportionone.

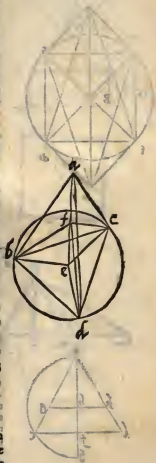
Theorema.xv.Propositione.xv.

- 15 Della pyramide di quattro base triangolare & equilatera, collocata dentro di una sphaera, se da uno di suoi angoli si condotta una linea retta, per el centro della sphaera, alla basa, quella e necessario cascare in el centro del cerchio che circoscriue la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.

Si la pyramide .a.b.c.d. di quattro base triangolare & equilatera collocata dentro di una sphaera, el centro della quale sia .f. Et concio sia che cadauno di quattro angoli di questa pyramide puol esser cono di quella, & cadauno di quattro triangoli puol esser basa. Al presente imaginemo lo angolo .a. solido di quella esser el cono, & lo triangolo .b.c.d. imaginamo esser la basa. Anchora a questa basa intendamo esserli circoscripto il cerchio .b.c.d. Et da pol dal ponto .a. (el quale habuemo imaginato cono della pyramide) conducemo alla basa .b.c.d. una linea retta, che transisca per el ponto .f. (che e centro della sphaera che circoscriue la pyramide della quale disputamo) & questa linea occorra alla superfide .b.c.d. (la quale habuemo imaginata basa della pyramide) sopra el ponto .e. Dico adonque che el ponto .e. e centro del cerchio .b.c.d. & che la linea .a.f.e. e perpendicolare alla superfide .b.c.d. Et per dimostrar questo produo le linee .f.b.f.c.f.d. Et perche li quattro ponti .a.b.c.d. sono in la superfide della sphaera (el centro della quale e il ponto .f.) (Per questo che egli e stato posto quella sphaera circoscripta a questa pyramide) tutte le quattro linee .f.a.f.b.f.c.f.d. saranno fra loro equali, perche sono dritte dal centro della sphaera, alla superfide di quella. Adonque perche li duoi lati .a.f. & .f.b. del triangolo .a.f.b. son equali alli duoi lati .a.f. & .f.c. del triangolo .a.f.c. & la basa .a.b. alla basa .a.c. (perche la pyramide fu posta equilatera) l'angolo .a.f.b. (per la ottaua del primo) sara eguale a l'angolo .a.f.c. E per lo (per la decimaterza del primo) anchora l'angolo .b.f.e. sara eguale a l'angolo .c.f.e. per lo medesimo modo tu appreuera l'angolo .d.f.e. esser eguale al angolo .c.f.e. Perche egli e necessari (per la ottaua del primo) che l'angolo .a.f.e. sia eguale al angolo .a.f.d. per la qual cosa (pla. 13. del primo) anchora l'angolo .e.f. sara eguale a l'angolo .d.f.e. Adonq li tri angoli .b.f.e. c.f.e. d.f.e. sono fra loro equali per tanto adonq li linee .e.b.e.c.e.d. seguita (per la .4. del primo tra due uolte) quelle esser fra loro equali, & pero (per la nona del terzo) el ponto .e. e centro del cerchio .b.c.d. Fe perche la perpendicolare ditta dal centro della sphaera alla superfide di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio si come per le cose che sono sta poste di sopra: adonq come intendesti da quell antecedenti li quali precedono immediate la decima di questo) se conuenne la linea .a.f.e. esser perpendicolare alla superfide del cerchio .a.b.c.d. si come se propone, essendo altrimenti (per lo auersario) saranno duoi centri del medesimo cerchio la qual cosa la natura si come impossibile non patisce.

Theorema.xvi.Propositione.xvi.

- 16 El solido de otto base triangolare, & equilatera, el quale sia circoscripto di alcuna sphaera, e diuisibile in due pyramide equalmente alte alla altezza delle quale e eguale al mezzo diametro della sphaera, Et



la bafa di luna e de l'altra e un quadrato, el quale e subduplo al quadrato del diametro della sphaera.

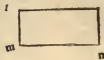
Sia un corpo de otto bafe triangolare, & equilatero (li sei angoli del quale fiano .a.b.c.d.e.f.) circonferito da una fphera el centro della quale fia el ponto.g. Adouque e manifesto che li sei ponti.a.b.c.d.e.f. sono in la superficie della fphera el centro della quale e il ponto.g. Adouque congiungendo el ponto.g. con cadauno di quefti sei ponti, le linee congiogente quello faranno fra loro es quale, conciofia che quelle fiano dute dal centro della fphera alla fuperficie: & concio fia che (per el corollario della decima quinta del terzodecimo) el diametro della fphera fia potenzialmente doppiolato di questo corpo(per la quarta del fecondo)ellato di questo corpo fara potenzialmente doppio al femidiametro della fphera, Adouque el quadrato della.c.f.e doppio ai quadrato della.c.g.E pero e eguale allai duoi quadrati delle due linee.c.g.&.g.f.Adouque (per la ultima del primo)l'angolo.c.g.f.e retto, per la medefima ragione cadauno del li tre angoli.f.g.d.g.e.f.&.e.g.c.e retto, per la qual cofa (per la decima quarta del primo)la.c.g.d.&.f.a.f.g.c.e una linea,Adouque(per la feconda del undecimo)li cinque ponti.e.f.d.e.g.sono in una fuperficie:&(per la quinta del primo)& trigefima feconda del medefimo) e manifesto che cadauno dell quattro angoli.e.f.d.e.g.e.e.f.effer retto, adoue(pla diffinitione del quadrato)la fuperficie.c.e.d.f.e quadrata.Er perche el lato di quella e el lato del propofito corpo(per el corollario della decima quinta del decimoterzo)questo quadrato e manifesto effere fubduplo al quadrato del diametro della fphera,anchora con fimil argumentatione e manifesto,luna e l'altra delle due linee.a.g.&.g.b.contenere angolo retto, con cadauna delle quatro linee.c.g.f.g.d.g.e.g. pero (per la quarta del undecimo) luna e l'altra de quelle e manifesto effere perpendicularare alla fuperficie.c.e.d.f.& ambedue(cioe la.a.g.&.la.g.b.(per la decima quarta del primo)conponere una linea,Adouque el prepollo corpo e diuifo in la pyramide.a.c.f.d.e, la bafa della quale e il quadrato.c.e.d.f.el quale e fubduplo al quadrato del diametro della fphera & anchora la altezza e la linea.a.g., la quale e el femidiametro della fphera,& in la pyramide.b.c.f.d.e la bafa della quale e il predetto quadrato,& la altezza di quella e la linea.g.b.la quale e el femidiametro della fphera: & quello e quello che bifogna dimoftrare.

Theorema. xvii. Propositione. xvii.

La piramide di quatro base triangolare, & equilatera, circonscritta da alcuna sfera. La proportion del rettangolo contenuto sotto la linea potenzialmente sublequitertia al dodrante del lato di essa piramide, & sotto a una linea cōnente il medesimo dodrante & delle uinti sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del diametro della sfera, sarà sì come del corpo di quella piramide, al corpo de otto base triangolare, & equilatera, li quali siano circonscritti dalla medesima sfera.

Sia una sfera et diametro della quale sia la, a. b. et el centro, h, la quale circon-
scriua la pyramide di quatro bafe triangolare & equilatera, e, a. c. d. et lo corpo
de otto bafe triangolare regulari et el qual sia e, et sia la linea, l. m. potentialmen-
te infubel quisterta al dodrante della linea, a. c. (che e lato della pyramide) e la li-
nea, n. o. m. coſtenga il medefimo dodrante & li cinque untrifetti: ſimi di quello, & ſia
p. el quadrato del diametro, a. b. Dico adunque che la proportion de la pyrami-
de, a. c. d. al octoedron, e, e ſi come della ſuperficie della, m. l. in l. a. m. n. al qua-
dro, p. perche ſe ima ginemo l'angolo ſolido, a. c. d. et el corpo della pyramide, et la bafa
della

della pyramide (della quale el lato e la d. c.) segare el diametro della sphaera in ponto. f. Et (per la arguementatione della decima terza del terzodecimo) fara manifesto si come la. a. f. e doppia alla. f. b. Et concio sia che anchora la. a. b. sia doppia alla. b. h. (per la decimanona del quinto) la. b. f. fara doppia alla. h. f. Et pero la. a. f. fara quadrupla alla. f. h. Adonque imaginemo una superficie leganaire la pyramide. a. c. d. sopra il centro della sphaera equidistantemente alla basa di quella. x. sia la linea. g. k. la communa sectione di questa superficie, & del triangolo. a. c. d. Et (per la decima settima del undecimo) la proportionone della. c. a. alla a. g. fara si come della. f. x. alla. a. h. Adonque della. c. a. alla. a. g. fara si come da quattro a tre. Perche (per la euclida proportionalita) cosi, & della. f. a. alla. a. h. anchora e manifesto (per la seconda parte della uigesima nona propositione del primolibro) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto & per la distinctione delle superficie similiti di corpi simili) che la pyramide. a. g. k. e simile alla pyramide. a. c. d. Et pero (per la ottaua propositione del duodecimo) la proportionone della pyramide. a. c. d. alla pyramide. a. g. k. e si come della. c. a. alla. a. g. triplicata per la qual cosa e si come quella de quattro a tre. treplis cada i. & e manifesto (per la seconda propositione del ottauo) che la proportionone de quattro a tre triplicata, e si come de sessanta quattro a uinti sette. Adonque la proportionone della pyramide. a. c. d. alla pyramide. a. g. k. e si come de sessanta quattro a uinti sette. Sia adonque fatto el triangolo. q. r. s. equilatero, da una linea equale alla. a. g. (la quale e manifesto esser el dodrante della linea. a. c.) & sia prodotta la linea. q. t. perpendicolare alla. r. s. Et (per la undecima propositione di questo libro) la linea. q. t. fara potentialmente subsequitertia alla linea. q. r. Et pero (fara equale alla. l. m. Anchora sia agionto alla linea. r. s. la linea. s. x. ralmente che la proportionone della. r. x. alla. r. s. sia si come de sessanta quatro a uinti sette & sia diuisa la. r. x. in due parti equali in ponto. u. accio che la. r. u. sia tren rai di quelle parti delle quale la. r. s. e uintisette ouer che la. r. x. e e sessanta quattro & la. r. u. fara equale alla. m. n. & siano drette le linee. q. u. & q. x. Et (per la prima propositione del sesto) la proportionone del triangolo. q. r. x. al triangolo. q. r. s. fara si come de sessanta quatro a uinti sette. Et concio sia che (per la medesima) lo triangolo. q. r. x. sia doppio al triangolo. q. r. u. & (per la quadragesima prima propositione del primo) quello che uien fatto dalla. q. t. in la. r. u. sia anchora doppio al triangolo. q. r. u. quello che uien fatto dalla. q. r. in la. r. u. (& quello e equale alla superficie. l. n.) fara equale al triangolo. q. r. x. Per la qual cosa la proportionone della superficie. l. n. al triangolo. q. r. s. e si come sessanta quatro a uinti sette e pero si come della pyramide. a. c. d. alla pyramide. a. g. k. & e nund sesto (per la decima quinta propositione di questo) che la linea. a. f. e perpendicolare alla basa della pyramide. a. c. d. e pero (per la decima nona propositione del undecimo) la linea. a. h. e etiam perpendicolare alla basa della pyramide. a. g. k. Adonque la altezza della pyramide. a. g. k. e el semidiametro della sphaera, Adonque sia diuiso lo ottoedron. e. si come propone la precedente. Adonque luna e l'altra delle due pyramide in le quale uien diuiso esso corpo e. fara equalmete alta alla pyramide. a. g. k. perche la altezza di cadauna e el semidiametro della sphaera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionale alle sue base (come in la sesta propositione del duodecimo, su dimostrado) la proportionone della pyramide. a. g. k. a luna e l'altra de quelle in le quale e diuiso lo ottoedron. e. si come della basa di quella alle base di quelle. Per la qual cosa (per la uigesima quarta del quinto) la proportionone della pyramide. a. g. k. a tutto lo ottoedro. e. si come della sua basa (la quale e manifesto esser equale al triangolo. q. r. s.) alle base de ambedue le pyramide in le quale e diuiso lo corpo. o. tolte insieme, le quale e manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphaera (per la precedente) cioe al quadrato. p. Adonque perche la proportionone della pyramide. a. c. d. alla pyramide. a. g. k. e si come del triangolo ouer del tetrangolo. l. n. al triangolo. q. r. s. cioe come de sessanta quatro a uinti



sette & della pyramide. a. g. K. al ottoedro e si come del triangolo. q. r. s. al quadrato. p. (p. la equa proportionalita) la proportion della pyramide. a. c. d. al ottoedro. e. e si come del tetragono. i. n. al quadrato. p. & questo era da dimostrare.

Correlario.

Adonque per le cose poste di sopra e manifesto che la perpendicolare che uien dal centro della sphaera, che circonscrive la piramide di quatro bafe triangolare, & equilatera, a cadauna delle bafe di essa piramide, e eguale alla sesta parte del diametro della sphaera.

Perche concio sia che tutti li triangoli che circondano la pyramide siano simili, & equali: Anchora li cerchi che circonscrivono quelli faranno eguali, & pero le perpendicolare condutte dal centro della sphaera a quelli medesimi cerchi (in li centri di quelli) faranno etiam eguale, & le perpendicolare cadente alli detti cerchi sono perpendicolare alle bafe della pyramide, Adonque le perpendicolare alle bafe sono fra loro eguale, Ma la linea. h. f. e perpendicolare alla bafe della pyramide. a. c. d. la qual h. f. perche (dalle cose predette) e manifesto esser la sesta pte del diametro. a. b. Adonque rimane esser il uero quello che se conclude per el correlario.

Il medesimo se conuiene dimostrare, altramente douendo esser questo antecedente ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la bafa, e treppia alla perpendicolare che uien dal centro del cerchio che circonscrive esso triangolo, a cadauna lato di quello.

Hor sia el triangolo. a. b. c. equilatero, & sia. d. el centro del cerchio che circonscrive, dal qual siano condutte le linee a cadauno de suoi angoli, le quale e manifesto esser eguale, concio sia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre punti. a. b. c. sono in la circonferentia del cerchio che circonscrive esso triangolo, & sia protratta la. a. d. in continuo e direttamente per finna che la peruegna al lato. b. c. sopra el ponto. e. Adonque (per la ottaua propositione del primo) e manifesto che l'angolo. a. d. b. e eguale al angolo. a. d. c. e pero (per la decimaterza propositione del primo) l'angolo. b. d. e. e eguale al angolo. c. d. e. per la qual cosa (per la quarta propositione del primo) la. b. e. e eguale alla. c. e. & li angoli che sono al. e, sono retti, & pero la. d. e. (la quale uien dal centro del cerchio che circonscrive lo triangolo. a. b. c.) e perpendicolare alla. b. c. & la. a. e. (la qua uien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta. b. c. Dico adonque che la. a. e. e treppia alla. e. d. Perche egli e manifesto che el tetragono che uien fatto dalla. d. e. in la. e. b. e eguale al triangolo. b. d. c. Lo tetragono anchora che uien fatto dalla. a. e. in la. e. b. e eguale al triangolo. a. b. c. & perche el triangolo. a. b. c. e treppio al triangolo. d. b. c. & lo tetragono che uien fatto dalla. a. e. in la. e. b. e treppio a quello che uien fatto dalla. d. e. in la. e. b. Concio sia adonque che (per la prima propositione del sexto) la proportion del tetragono della. a. e. in la. e. b. al tetragono della. d. e. in la. e. b. e si come della. a. c. alla. c. d. la. a. e. fara treppia alla. e. d. si come se propone.

Adonque



Correlario,

Adonque e necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposto, trassiſſa per el centro del cerchio che circonſcriue quel tal triangolo.

ADonque affoluemo al preſente quello che hauemo propoſto, & a queſto Imaginaremo la pyramide di quatro baſe triangolare, & equilatera (della quale una delle quatro baſe di quella ſia el triangolo, a.b.c.) eſſet circonſcritto della ſphera della quale el centro e el ponto, d. et ſia protratta la linea, d.e. perpendicolare alla ſuperficie del triangolo, a.b.c. la quale e, manifeſto caſcar in el centro del cerchio che circonſcriue el detto triangolo. dico adonque la linea, d.e. eſſet la ſeſta parte del diametro della ſphera, che circonſcriue la propoſta pyramide. et per dimoſtrar queſto produro la linea, d.c. & la linea, e.f. perpendicolare alla linea, a.b. la qual, c.f. per el precedente correlario e manifeſto quella tranſiſſe per el ponto, e. & (per il premeſſo antecedente) eſſet treppia alla, c.f. et (per la quarta del ſecſdo) e manifeſto che quando el quadrato del diametro della ſphera (della quale el centro e il ponto, d.) e, 36. el quadrato del ſemidiametro, d.e. e, 9. & (per el correlario della decima terza del terzodecimo) lo quadrato della b.c. e 14. & (per la undecima di queſto) lo quadrato della, c.f. e 18. & (per lo precedente antecedente) lo quadrato della, c.e. e, g. Adonque perche quando che il quadrato del diametro della ſphera e 36. lo quadrato della, d.c.e. 9. & lo quadrato della, c.e. e, g. Onde per la penultima del primo) lo quadrato della, d.e. uien a rimaner uno, per il che ſeguita che la linea, e.d. e uno quando lo diametro della ſphera e 6. la qual coſa biſognaua dimoſtrare, & per lo medefimo genere de dimoſtratione da noi le dimoſtrara che el ſemidiametro della ſphera che circonſcriue el corpo di otto baſe triangolare & equilatera, e treppio in potentia alla perpendicolare deſcendente dal centro della ſphera (ch' circonſcriue eſſo corpo) a cadauna delle ſue baſe perche (ſi come e detto per auanti) che quando tutte le baſe di queſto corpo ſono eguale e ſimile, li cerchi che circonſcriuono quelle faranno equali: & pero le perpendicolare che cadono dal cetro della ſphera in li centri de eſſi cerchi faranno ſra loro eguale, et conſcio ſia che le perpendicolare alli cerchi delle baſe ſiano anchora perpendicolare alle baſe: ſeguita che le perpendicolare che ueneno dal centro della ſphera a cadauna baſa ſiano eguale, eſſendo adonque prouado (quello che hauemo detto) de una perpendicolare a una delle ſue baſe, rimara eſſet il uero quello che e, propoſto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a.b.c. una delle baſe del ottoedron circonſcritto dalla ſphera della quale el centro e, d. & ſiano fatte tutte le altre coſe come per auanti. Conſcio ſia adonque che (per el correlario della decima quinta del terzodecimo libro) lo diametro della ſphera ſia potencialmente doppio al lato del ottoedron, ſeguita che el lato del ottoedron ſia potencialmente doppio al ſemidiametro della ſphera, e pero quando el quadrato della linea, b.c.e. 1. lo quadrato della linea, d.c. (che e el ſemidiametro della ſphera) ſara, 6. & per la undecima di queſto) quando el quadrato della, b.c.e. 1. lo quadrato della, c.f. e, 9. (per lo premeſſo antecedente) lo quadrato della, c.e. e, 4. & perche (per la penultima del primo) lo quadrato della, d.c. e eguale alli quadrati delle due linee, c.e. & e, d. ſeguita che el quadrato della, e.d. e 2. quando el quadrato della, d.e. e, 6. Adonque e manifeſto quello che hauemo detto.

Theorema. xviii. Propoſitione. xviii.

El doppio del quadrato, del diametro della ſphera che circonſcriue el cubo, e eguale a tutte le ſuperficie di quel cubo tolte inſieme, an,

chora la perpendicolar e, che uien produtta dal centro della sphaera a cadauna delle superficie del cubo, el se conuence de necessita esser eguale alla mita del lato del medesimo cubo.

Perche eglie manifesto (per el correlario della decima quarta del terzodecimo) che, el diametro della sphaera) che inchiude quel caso) e trepplo in potentia al lato del cubo, concio sia adouque che el quadrato del diametro della sphaera sia trepplo al quadrato del cubo, & cosi el doppio del quadrato del diametro della sphaera e eguale al sessuplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le superficie del cubo sono sei quadrati li quali sono prodotti dal lato del cubo duto in se medesimo. Adouque el doppio del quadrato de diametro della sphaera e eguale a tutte le superficie del cubo. Et per tanto e manifesto la prima parte, & la seconda facilmente approuerai (per la decima ottaua & decimanona & quadragesima prima del undecimo libro.

Correlario.

Adouque da queste cose dimostrate e necessario accadere questo, che della mita del lato del cubo in Basse del quadrato del diametro della sphaera, che circoda quel cubo, sia pducto la solidata del cubo.

Il Traduttore.

Quello che conchiude questo correlario ha de bisogno di un poco de dimostratione cio: chel duto della mita del lato del cubo in bise (cioe nel li duoi terzi) del quadrato del diametro della sphaera che circonda quel cubo produca la quantita corporale del detto cubo, il che se manifesta in questo modo. Se dal centro della sphaera (ouer del cubo) a ciascaduno angolo del cubo (li quali sono otto) sia tirata una linea retta mentalmente se uedera il detto cubo esser diuiso in sei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, ouer della sphaera & la basa di cadauna uerra a esser una delle superficie quadrate del cubo & la perpendicolar di cadauna di quelle fara (per le cose probate di sopra) la mita del lato del cubo. Et perche il duto della detta perpendicolar in la quantita della sua basa produca (per le cose dimostrate sopra la ottaua del duodecimo) la quantita corporale di tre pyramide, adouque el duto della detta perpendicolar nella quantita de due base produca la quantita corporea di sei pyramide (cioe di tutto il cubo) & perche li duoi terzi del quadrato del diametro de la sphaera (per le cose dimostrate di sopra) e quanto le dette due base el correlario uien a esser manifesto.

Fine del quattordicesimo Libro.



INCOMINCIA

IL QVINTODECIMO, ET VLTIMO

LIBRO DE EVCLIDE DELLA REPETITA FORMATIONE

di cinque corpi regolari & della difficillima figurazione & intermissionedi luno in laltro, da Nicolo Tartalea Brilciano reafsetato & integrato fecondo le due traduttioni & per communa utilità dal latino in uolgar tradotto & dilucidato con due intermissioni, ouer inſcrittioni (oltre quelle di Euclide) da lui aggiunte & ritrouate.



Problema primo. Propoſitione prima.

1. Dentro a un propoſto cubo, poſſemo deſignare el corpo che ha quatro baſe triangole, de lati equali

Sia un cubo, la baſa del quale e il quadrato, $a. b. c. d.$; & la ſuprema ſuperficie, di quello lo quadrato, $e. f. g. h.$ Et quello conuenſi fabricare con queſta arte: al quadrato della baſa deſcritto (per la quadrageſima quinta propoſitione del primo libro) ſecondo la quantita di qual linea ſi uo- glia) ſopra cadauno di ſuoi angoli, ſia erigato un catheto (per la duodecima propoſitione del undecimo libro) ſecondo la miſura del lato de quel quadrato. li quali catheti (per la ſeſta propoſitione del undecimo libro e manifeſto eſſer egualdistanti. Siano adunque continuati a duoi a duoi de quelli con un corauſto impoſto a quelli equidistantemente allato del quadrato, Adonque e manifeſto eſſer compoſto il cubo: perche le quatro ſuperficie laterale di quello, ſono quadrate (per la trigefima terza propoſitione del primo libro: & trigefima quarta del medefimo, & per la diſtinctione del quadrato: & della ſuprema ſuperficie, e anchora manifeſto che quella e quadrata (per la decima propoſitione anzi piu preſto per la uigefima quarta del undecimo: & per queſta commun ſententia, quelle coſe che ſono eguale a coſe eguale anchora fra loro ſono eguale: & per la diſtinctione del quadrato.

Se adonque deſideri de inſerluere a queſto cubo, el corpo di quatro baſe triangolare & equilatero in la baſa & in la ſuperficie ſuprema di quello ſiano protratti li duoi diametri di qualiluno continui le due ſtremira inſime de duoi catheti, & laltro continui le ſupreme delli altri duoi, & luno di quali ſia il diametro, $a. c.$ & laltro ſia il diametro, $h. f.$ & da poi queſto dalli duoi ponti, $h. b.$ & $e. c.$ che terminan lo diametro della ſuperficie ſuprema) tirarai ypothemicalmente duoi e duoi diametri che diuidono le quatro ſuperficie laterale delli quali li duoi ſiano, $h. a.$ & $h. c.$ & li altri duoi ſiano, $f. a.$ & $f. c.$ ſitto queſto in atto ouer con lantimo, tu uederai dalle ſei linee diagonale (che diuidono le ſuperficie del cubo) eſſer perfettamente fatta la pyramide di quatro baſe triangolare: la quale (per la diſtinctione) e manifeſto eſſer inſcritta in lo propoſto cubo) & le baſe di queſta pyramide e manifeſto eſſer equilatero: impero che (per la quarta propoſitione del primo) tutte queſte ſei diagonale ſono fra loro eguale.

Il Traduttore.

La repetita fabrication del cubo poſta nel principio di queſta iſpoſitione & ſimilmente delli altri quatro corpi poſte nelle ſequenti propoſitioni ſe ri-

DD



troua solamente nella prima tradottione,

Problema.ii.Propositione.ii.

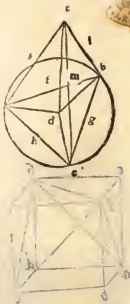
- 2 Dentro a un dato corpo di quatro base triangolare equilatera, po
 2 lemo descriuere un corpo di otto base triangolare equilatera.

SE dentro una pyramide di quatro base triangolare equilatera uorai descri-
 uere lo ottoedron, prima si conuen fabricare quella tal pyramide la quale
 con certa ragione, se compone in questo modo. Sia statuto uno triangolo e-
 quilatero (secondo la quantita di qual si uoglia linea) el qual sia lo triangolo. a
 b.c, a torno al quale sia circonscritto un cerchio sopra el centro. d, & tirasi la li-
 nea. d. f. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima pro-
 positione del undecimo) la quale sia posta esser doppia in potentia al semidia-
 metro del cerchio che circoscriue el triangolo. a. b. c. & dal ponto. e. siano tirate le
 tre ypothemiſse che cadono sopra li trei ponti. a. b. c. Adonque e compita la py-
 ramide di quatro base triangolare & equilatera : & siano tirate le linee. d. a. d. b.
 d. c. Concio sia adoque che li angoli (che contiene la linea. e. d. con cadauna del-
 le linee d. a. d. b. d. c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicola-
 re a una superficie) & concio sia che el quadrato della linea. e. d. sia doppio dal
 presupposito al quadrato del semidiametro del cerchio. a. b. c. (per la penultima
 propositione del primo) lo quadrato di cadauna delle tre linee. e. a. e. b. e. c. ypo-
 themiſſale fara treppio al quadrato del semidiametro del cerchio. a. b. c. mas per
 la ottaua propositione del terzodecimo) Anchora lo quadrato di cadauno del
 li trei lati del triangolo. a. b. c. e treppio al quadrato del semidiametro del mede-
 simo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata pyramide sono fra loro equali
 per la qual cosa quella e de base equilatera . Quando adonque uorremo inchiu-
 dere in quella un ottoedron : diuideremo cadauno di sei lati di quella in due
 parti equali, & continueremo li ponti di mezzo di cadauno lato con li ponti di
 mezzo di ciascuno dell' altri duoi lati, & li quali esso contiene angolo superficiali,
 uerbi gratia, diuidero li lati della basa in li ponti. f. g. h. & le ypothemiſse che
 cadono dal. e. in li ponti. k. l. m. & continuaro lo ponto. f. col ponto. g. & con. h. &
 con. k. & con. l. Et lo ponto. m. con li medesimi. g. h. k. l. & g. con. h. & con. l. & k. con
 li medesimi. h. & l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare con
 tenuto da queste dodice linee congiogenti li ponti medii di lati della fabricata
 pyramide & questo otto base (per la quarta propositione, del primo repetita
 quante uolte bisogna) e manifesto esser equilatera , anchora e manifesto esso
 corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la statuta pyramide si come fu pro-
 posito di fare.

Il Tradottore.

Volendo con breuita trouar la linea. d. e. cioe una linea che sia doppia in po-
 tentia al semidiametro del cerchio che circoscriue el triangolo. a. b. c. fara
 uno angolo retto con le due linee. g. h. & h. i. & che cadauna de dette due linee
 sia egale al semidiametro del detto cerchio (che circoscriue el detto triangolo,
 a. b. c.) da poi tirarsi la ypothemiſſa. g. i. & questa ypothemiſſa. g. i. e quella che
 cerchiamo cioe che fara doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per
 la penultima propositione del primo libro) e manifesta, perche se cadauno di
 duoi lati. g. h. & h. i. sono equali fra loro , etiam al semidiametro del detto cer-
 chio e lo quadrato della linea. g. i. e uguale alli quadrati delle due linee. g. h. & g.
 h. i. old insieme (per la detta penultima propositione del primo libro) seguita
 adonque che il quadrato della detta linea. g. i. sia doppio a uno solo quadrato
 de una di dette due linee. g. h. ouer de. h. i. e consequentemente al quadrato del
 semidiametro del detto cerchio che li presupposito.

Problema



Problema.iii. Proposizione.iii.

³ Dentro a uno assegnato cubo possiamo costituire la figura de otto
³ base triangolare de lati equali cioè intendemo de inscrivere lo otto-
 cedron in el cubo,

Come si debbia procedere a componere el cubo, è stato detto, sufficiente-
 mente in la prima di questo. Fabricato adunque il cubo in quello (per la
 prima proposizione di questo libro) sia designato la pyramide di quattro base
 triangolare equilatera, & dentro di essa pyramide (per la precedente) sia de-
 scritto lo ottocedron, & fatto questo: sarà etiam inscripto quello che uoleua-
 mo. Perche (per la argumentatione della prima) tutti li lati di essa pyramide
 inscritta e manifesto esser diagonale delle base del cubo: & per la argumenta-
 zione della precedente) e manifesto tutti li angoli del ottocedron destinti in essa
 pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per la qual cosa e manifesto, tutti le
 ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assegnato cubo. Adon-
 que (per la diffinitione) hauemo il proposito. Et a concludere el medesimo al-
 tramente: i trouato li centri di tutte le base del cubo: si come in la nona del quar-
 to, fu fatto) dal centro della superiore superficie di quella: tira quattro ypothet-
 tisse alli centri delle quattro laterale superficie: & dal centro della infima, leua
 quattro altre ypothetisse alla centri delle medesime quattro superficie laterale.
 Anchora continua li quattro centri delle dette quattro superficie laterale, con qua-
 tro linee rette: cioè talmente che continuano solamente li centri di quelle che
 fra loro si segnano, uerbi gratia tu giungirai el centro di quella dauanti con il
 centro della destra, & con el centro della sinistra anchora il centro della ultima
 (cioè di quella di dietro) tu lo aggiongirai con li medesimi, cioè con il centro del-
 la destra, & con il centro della sinistra. Tu harai adunque un corpo de otto ba-
 se triangolare equilatera contenuto da queste dodici linee che continuano li cen-
 tri delle superficie del cubo. Se adunque uorrai prouare quelle base esser equi-
 latera: dalli centri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del
 detto cubo, le quale necessariamente diuiderauno li lati del cubo in due parti
 equali (per la seconda parte della terza proposizione del terzo libro) la qual
 cosa è chiara se a cadauna delle base del cubo circonscrinerai un cerchio, e pero
 eglie manifesto gile cōcorrere a due a due sopra uno medesimo ponto in li lati
 del cubo, & quelle (per la seconda parte della decimaquarta proposizione) del
 terzo libro) e manifesto esser fra loro eguale: & equidistante alli lati del cubo
 (per la seconda parte della uigesima ottaua proposizione del primo libro.) Et
 etiam cadauna di quelle esser eguale alla metà del lato del cubo. Adunque (per
 la decima proposizione del undecimo libro) e manifesto, le due e due di quelle
 che concorrono sopra un medesimo lato del cubo in el ponto medio di quello,
 contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono qua-
 drate. Per la qual cosa adunque quelle dodici linee che continuano li centri
 delle superficie del cubo: & tendono sotto li angoli che contengono quelle linee
 concorrente a due a due sopra li punti di mezzo dellli lati del cubo: quelle saran-
 no (per la quarta proposizione del primo, ouer per la penultima del primo)
 fra loro eguale. Adunque in el proposto cubo e designato el corpo di otto base
 triangolare & equilatera come bisognaua fare.

Problema.iiii. Proposizione.iiii.

⁴ Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatera
 D 9

uoi figurare un cubo.

El corpo di otto base triangolare equilatera con dottrina fabricarai in questo modo, Diuidi qual si uoglia linea retta in suso perpendicolarmente sopra alcun piano, in due parti equali, & dal ponto medio di quella, ne caueraì due linee una di qua e l'altra di là perpendicolare alla prima linea, le quale insieme compongano e facciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segnano: cioè la prima, la quale e eretta orthogonalmente sopra el proposto piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo, faranno situade (per la prima parte della seconda propositione del undecimo) in una medesima superficie. A quella superficie adunque (in la quale sono situade) sopra el ponto commune dalla sectione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) la qual farà penetrare quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in el quale fra loro se segnano eguale, tilmnte che cadauna di uidi cadauna delle altre orthogonalmente in due parti equali, & con cio sia che siano tre: ciascuna due di quelle contegneranno a angoli retti el fa lursi uero e uenerando signo di croce: adunque dal ponto superiore di quella linea eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothemisse alle istremita delle due linee che segnano quella. poi dal ponto, inferiore di quella medesima linea eretta, eleua quattro altre ypothemisse alle medesime istremita delle due linee segnan te. Vidiamamente continua anchora le istremita di queste ypothemisse con quattro linee, le quale contengano uno quadrato, & queste dodice linee, cioè le quattro ypothemisse, che discendono dalla superiore istremita ouer ponto della linea eretta perpendicolare, & le quattro che sono eleuate (dalla inferiore istremita ouer ponto di quella medesima) in suso: Et le altre quattro linee che continuano ouer cõgiungano le istremita di queste ypothemisse (per la penultima propositione del primo) senza altra aglonta) più uolte repetita) faranno equale fra loro. Per la qual cosa e manifesto el corpo terminato da' quelle medesime contener ouo base triangolare, & equilatera. Se adunque tu dicta de inscriuere in questo corpo, un cubo, bisogna trouare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) & da quei trouadi, quelli continua con dodici linee in questo modo, che il centro di cadauno di questi triangoli sia copulato per linea retta con li centri di quelli tre che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questa cosa non e molto arda de dipingere in piano, E pero resta che quello che se dice che tu uedi con la mente, & quello se ti pare comprai in atto ouer in opera & uedrai le dodice linee che in tal modo continuano li centri di questi triangoli contenere un cubo, el quale resta che tu dimostri. quel esser concluso da superficie equilatera, & rettangolo. Perche el non sarà cubo: se tutte le superficie di quello non fusseno quadrate. Adonque condurai da cadauno angolo di triangoli delle superficie del ottoedron, una perpendicolare al lato opposto a quel angolo: Et queste perpendicolare (per la undecima propositione del quarto decimo libro) e manifesto esser fra loro eguale, & diuidere quelli lati alli quali stanno perpendicolarmente in due parti equali, E pero e manifesto quelle conuenire a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra il quale stanno perpendicolarmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono sta dimostrate in la decima setima propositione del quartodecimo) e manifesto quelle transire per li centri di triangoli, pero e manifesto quelli transire etiam per le istremita di lati del corpo incluso: & le portioni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono state dimostrate in la medesima) e manifesto esser eguale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare che se congiungano a due a due, (per la ottaua propositione del primo libro e manifesto esser equali) Et perche queste perpendicolare, & le sue parti: alte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, faranno anchora li angoli

(che con-

(che contengono le due e due linee che cadau dalli centri di triangoli alli lati perpendicolarmente fra loro equali, & concio sia che li lati di quel corpo del qual disputamo tédano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente tolta) el corpo inclusio esset equilatero etiam rettangolo, perche essendo tirate le diagonale in cadauna superficie, quelle diagonale (per la quarta del primo) tu conuenerai tutte esser fra loro eguale mediane teli angoli contenuti dalle due perpendicolare che trassicono per le estremi ta di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) quelli angoli esser fra loro equali. Concio sia adonque che li diametri de le base quadrangole di questo corpo siano fra loro eguale. Anhora li lati delle medesime base e necessario esser eguale (per la ottaua del primo piu uolte repetita) quelle base quadrangole e necessario esser equiangoli. Et (per la trigesima seconda del primo tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quattro angoli retti. Seguita quelle esset rettangole. A donque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. A donque lo inscritto corpo e manifesto esset cubo si come intendeuamo di fare.

Il Traduttore.

LA descriptione del cubo nel otto base secondo che di sopra è stato fatto patetia oppositione, perche el cubo descritto scédo tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base in tal sorte probleme a me pare che sempre se intende & se debbe intendere, il maggiore che capir uol possar. Hor per inscriuere il maggiore che capir uol possa diuiderei cadauno di quattro lati superiori del otto base. & similmente cadauna di quatro lati di sotto. In due tal parti ineguali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & li parti maggiori delli lati di sotto restino uerso il ponto, ouer angolo loro giacente in piano del detto otto base. Da poi congiugnendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: & da poi congiungere anchora cadauno di superiori con il ponto che eglie dalla destra, etiam con quello che eglie dalla sinistra nel la parte superiore & da poi congiungere etiam quelli quatro della parte inferiore per il medesimo modo. Et fatto questo se trouara che le dette dodice linee congiungente li detti ponti formarono un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te sarà cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo inclusio corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscriptione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che e il proposito.

MA per uoler diuidere il lato del detto otto base che l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra: (il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiungi insieme direttamente in longo & harai formata una l' linea diuisa nel ponto del congiungimento. Hora diuiderei lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea diuisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterza del sexto) & harai fatto il proposito.

Problema.v. Propositione.v.

In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatero se gli puo inscriuere una piramide di quatro base triangolare equilatera

In lo assignato corpo di otto base (secondo li precetti della precedente) inscriue un cubo: & in lo cubo inscriuisci la pyramide che si propone, (come insegna la prima di questo) concio sia addeque che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, si come (per demonstratione della prima) e manifesto: & tutti li angoli (per la precedente) sono in le superficie del assignato octaedron. Anchora a tutti li angoli di questo pyramide sono in le superficie del corpo de otto base, al quale preponemo de inscriuere quella per la qual cosa (per la diffinitione) e manifesto noi hauer fatto quello che se admanda.

Problema.vi. Propositione.vi.

6 Drento a un dato dato corpo di uinti base equilatero se puo comparere
5 ponere singularmente un corpo di dodice base pentagonale de lati & angoli equali.

Non mostratemo in questo luoco a fabricar e el corpo de uinti base, perche eglie assai euidente (per la decima settima del terzodecimo) con che arte questo debba esser fatto. Cōposto adonq: quello come se insegna in la detta. 16. se in quello se diletta di includere un corpo de dodice base pentagonale & equilatero, eglie da procedere per questa uia. Perche eglie manifesto li uinti triangoli (del detto corpo) hauere. 60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di cadauno angolo solido del corpo del ycoedron gli conuengono cinque angoli superficiali (si come se apprende dalla demonstratione della decima sesta del terzodecimo) quel corpo adonque e manifesto esser compito da dodici angoli solidi. Trouati adonq: li centri de tutti li triangoli (si come fu fatto in la propositione antecedente) che terminano tutto lo ycoedron: quelli continua con trenta linee rette, talmente che tu congiungi cadaun centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno attorno con li quali communica in lato: Quando adonque tu hauerai fatto questo tu uederai da quelle. 30. linee esser constituito dodici pentagoni oppositi alli dodice angoli solidi del dato ycoedron.

CAdonque tu approuerai questi pentagoni esser equilateri, si come fetti delle base del cubo nella propositione antecedente alla precedente. Perche eglie necessario che li centri di ciascuno duoi triangoli, che hanno un medesimo lato comune siano distanti de uno medesimo spacio. Resta adonque che tu approui quelli li esser etiam equiangoli. & e manifesto (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) el dato corpo de uinti base esser circonscrittibile della medesima sfera: della quale li diametro e si come el diametro di questo corpo, cioe la linea che continua li duoi angoli oppositi di quello. Se sia adonque segnato questo diametro in due parti equali, el ponto della sectione fara el centro della sfera che circonscrive quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li pentagoni (per la undecima del duodecimo) dute le perpendicolare & dal ponto dute che dette perpendicolare caderanno in cadauno pentagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dopo sia continuato el centro della sfera con cadauno delli angoli di essi pentagoni: fa adonche che tu prouai in questo modo quelli esser equiangoli, & concio sia che tutti li cerchi che circonscrivono li triangoli del ycoedron siano equali, tutte le perpendicolare che uengono dal centro della sfera a quelli, le quale cadono in el centro de quelli faranno eguale. Adonque tutte le linee che uengono dal centro della sfera a cadauno delli angoli del pentagono, sono equali, perche li angoli di pentagoni sono li centri di cerchi che circonscrivono quelli triangoli del ycoedron (dal presupposito) Adonque (per la penultima propositione del primo con el medesimo genere de demonstratione, co el quale arguentassimo di sopra in la decima quarta propositione) lo settore che peruiene in la superficie della sfera quando alcuna superficie plana, sega la sfera (non sopra el centro di quella

di quella) effer una circonferentia che contiene un cerchio) e necessario le cinque linee che ueneno dal concorso delle linee dritte perpendicolarmente dal centro della sphaera alle superficie de tutti li pentagoni, alli cinque angoli di cadauno de detti pentagoni, effer fra loro eguale, Adonque a tutti quelli dodici pentagoni, e glie un cerchio che li circonscrive, Concio sia adonque che quelli siano equilateri: etiam el se conuenue quelli effer egualangoli, la qual cosa bisogna dimostrarla.

Problema.vii. Propositione.vii.

Se dentro a un dato corpo di dodice base pentagonale equilatera & equiangole, uoi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatera.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodici base pentagonale, e equilatera & equiangole recorra alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo eouenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatera, impatalo in questo luogo. Trouati li centri de iuoi pentagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno pentagono sia congiunto con el ceniro di cadauno pentagono communican.e con sego in lato: cioe talmente che el centro de cadauno di pentagoni e sia continuado con li cinque centri di cinque pentagoni terminanti: ouer che gli stiano congiunti a torno. Quando adonque tu hauea fatto questo, a te se rappresentaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di pentagoni. Et questi uinti triangoli faranno oppositi alli uinti angoli solidi del dodecedron, li quali abazzaranno un corpo di uinti base triangolare (le quale dimostreremo effer equilatera) Et li .x. angoli solidi di qsto corpo de uinti base, farano terminati in li centri de li dodici pentagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li uenti triangoli effer equilateri. Dalli centri di pentagoni, conduife le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno eguale. Adonque tu approuerai (per la octaua del primo) a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di pentagoni le quale sono tendono a quelli angoli contenuti da le due e due perpendicolare (concio sia che tutte le perpendicolare, siano eguale (per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di pentagoni faranno eguale che e il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali angoli & effer tutte fra loro eguale apprende in questo modo. ((per la quinta del primo, & uigesima sesta del medesimo) e manifesto cadauna di quelle, diuidere li lati del li pentagoni sopra li quali cagiono: in due parti equali: etiam effer fra loro eguale, il che se approua per le linee dritte dalli centri di pentagoni, a tutti li angoli di quelli, per la qual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato se congiungono in compagnia in uno medesimo ponto del detto lato, impero che luna e l'altra diuide quel lato commune a quelli duoi pentagoni (dalli centri di quali uengono) in due parti eguale. Produrai adonque queste due e due perpendicolare: per el centro di pentagoni per fina alli angoli dalli quali e el lato commune (in el quale se congiungano de compagnia) e opposto, & sono alli medesimi angoli tirati due linee le quale (per la dimostrazione della .17. del .17.) e manifesto effer tanto quanto e li lato del cubo, circonscritibile dalla medesima sphaera co el pposito dodecedron, e pero eglie manifesto che effer eglie impero che tutti li lati del cubo sono egli: & e manifesto per la .9. del .14. che effer equidistante per questo che ambe due sono equidistante a quel lato commune in el quale concorrono le due e due perpendicolare, & quelle medesime, e manifesto effer diuise in due parti eguale da queste perpendicolare. Adonque (per la trigesima terza del .14.) tutte le linee che continuano li ponti in li qli le due e due per-

pendicolare concorrano sopra quelle linee le quale dicesimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro eguale, perche tutte sono tanto quanto el lato del cubo: Adonque (per la ottava del primo) li angoli contenuti dalle due e due perpendicolare: sono eguali, per la qual cosa (per la quarta del medesimo) anchora la linee che continuano li centri di pentagoni: sono fra loro eguale. Adonque in el proposto dodecedron .e. Inscritto il corpo de uinti base triangolare & equilatera, come fu proposto di fare.

Problema.viii.Propositione.viii.

Volendo dentro a uno proposto solido de dodice base pentagonale, & equilatera, descivere un cubo.

Condo sia chel dodecedro sia fabricato sopra li lati del cubo e manifesto (per la decima settima del terzodecimo) e qn'l fabricato poca difficulta al contrario a inferiorul el cubo, perche conelo sia che siano dodici pentagoni: se a uno angolo de cadauno di quelli tiraral sotto una corda alla figura del cubo, da dodice corde tu uederai scoder fuori sel superficie equilatera & rettangole, le quale abrazzaranno & compiranno el corpo del cubo: Quelle esser equilatera e manifesto (per la quarta del primo) & rettangole (per lo medesimo genere di argumentatione, con e quale prouissimo (in la scita di questo) le base del dodecedro, inscrito in el dato dodecedron esser equiangole. Certamente e manifesto per la decima settima del terzodecimo, el proposto dodecedron esser circoscrittibile de una sphaera, Adonque dal centro di quella sphaera a tutte queste superficie quadrilatera tira le perpendicolare come insegna la undecima del undecimo, & dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatera con el centro della sphaera: & queste linee che continuano el centro della sphaera con li angoli delle figure quadrilatera, saranno semidiametri della sphaera, perche tolto dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per la penultima del primo) rimaneno li quadrati delle linee che continuano el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatera, e necessario tutte queste superficie quadrilatera esser in circoli che li circonscrive, & pero e necessario quelle esser equiangole conio sia che sono equilatera. Et perche (per la trigesima seconda del primo) li angoli di cadauna di quelle retti insieme sono eguali a quatro angoli retti: segula quelle esser rettangoli: Adonque al detto corpo inscrito non gli manca niente della ragion del cubo che il proposito.

Problema.ix.Propositione.ix.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchiudere un ottoedro,

Composto un dodecedro (come se insegna in la decima settima del terzodecimo) li sei lati delle sue superficie (cioe quelli che congiungono li catheti sopra le sei linee, che diuidono li lati oppositi delle superficie del cubo in due parti eguale tirati come corausti di quelli) diuide in due parti eguali, & quelle diuisioni ouer ponti, continua li duoi e duoi oppositi con tre linee, le quale (per la quadragesima prima del undecimo) se legaranno fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti eguali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se diuidano anchora fra loro ad angoli retti: Adonque se tu conuinarai le estremite di queste tre linee con dodice linee rette a te peruenira un corpo di otto base triangolare, & equilatera (per la quarta del primo) ouer (per la penultima

ultima del primo > la qual cosa bisogna dimostrare.

Il Traduttore.

A Chi non ha ben in memoria la qualità ouer forma del corpo di dodice base non sarà molto capace di questa sopra scritta inscrizione. Ma uolendone esser ben chiaro, bisogna formarle materialmente, il detto corpo & da poi immaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decima festina del decimo terzo & uederasse opposito a cadauna superficie del cubo in acce traue fare un lato del dodice base, qual diuiso per mita, e continuar li ponti di tal diuisioni (li quali saranno sei per esser sei le superficie del cubo) con le linee reate diametralmente (come parla il commento) le quale saranno tre da poi congiungere le estremità di dette tre linee con altre dodice linee se uedera peruenire il detto corpo di otto base qual facilmente se prouara esser equilatero & equian golo.

Problema.x. Propositione.x,

Resta al presente de descriuere dentro a uno dodecedron, una piramide di quattro base triangolare equilatera.

I nscriue in el dato dodecedron (per la ottaua di questo) un cubo, & in el detto cubo (per la prima di questo) inscriua una pyramide di quattro base triangolare equilatera. Concio sia adunque, che li angoli della pyramide siano in li angoli del cubo (come e manifesto per el processo di la prima) & li angoli del cubo per el processo della ottaua) sono in li angoli del dodecedron. Anchora li angoli della pyramide: saranno in li angoli del dodecedron, Adonque e manifesto quello che noi uolemo,

Problema.xi. Propositione.xi.

Proposto un icocedron, e uolendo in quello figurare un cubo.

E ssendo inscrito nel yocedron, un dodecedron (per la sesta) & in el dodecedron un cubo (per la ottaua) & (per la demonstratione della sesta) e manifesto che tutti li angoli del dodecedron calchano sopra el cetro delle base del yocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron, Adonque li angoli del cubo sono in li cetri delle base del yocedron, adonq; hauemo il proposto.

Problema.xii. Propositione.xii.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quattro base triangolare, & equilatera.

S i in el dato yocedron (per la precedente) inscriuerai un cubo, & in el cubo (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alle dimande del yocedro: Ma bisogna sapere che concio sia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo decimoquinto libro uien determinato la loro mutua inscrizione, se cadauno de quelli fusse inscrivibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia uinti inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque sarian inscrivibili in cadauno delli altri quattro: E pero quatro siada cinque inscrittioni (che e uinti) necessariamente peruenieria, Ma, nella pyramide solamente lo omocedro puol esser inscrito, perche,

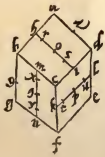
nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in li quali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer etiam del dodecedro) possano toccare li estremi di essa pyramide , anchora el cubo e atto a receuere in se solamente la pyramide & lo ottoedro. Similmente lo ottoedro e atto a reuere solamente la pyramide & el cubo, & in niun di questi e possibile a collocarui alcuno delli altri cioe lo ycocedro & lo dodecedro. Auenga che lo ycocedro a tre delli altri dila rietto al ottoedro solamente ha denegato esser rettaculo, perche li sei angoli del ottoedro, receuono la oppositione fra loro a duoi a duoi semidiametra lincute & le linee che continuano quelli se diuidono fra loro orthogonalmente in due parti equali e, per tanto formano qđ gloriofo signo di croce, che tutti li demoni fa tremare) triplicato, adonque queste segni di croce, ne li triangoli, ne le base: ne li angoli, ne li lati del ycocedro li possono receuere sotto al suo sito, perche in quello non si puol trouare sei base: ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuati da questa diametrale & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, a niuno delli altri a prohibito ouer uetato alloggiamento, immo de tutti e rettaculo. E pero non inconuenientemente, la figura del dodecedro i li antiqui discipoli di Platone la attribuirno al celo si come la forma della pyramide al fuoco imo che qđlo uola in suso in figura de pyramide, & la figura del ottoedro al acre, perche si come iacere in parua del moto, sequita il foco, così la forma del ottoedro sequita la forma della pyramide al moto della habilita. Ma la figura del uinti base la dēdicoorno al acqua. Perche concio sia che quella sia piu circolabile in la sphaera de tutti li altri: per la moltitudine delle sue base: parue conuenire piu al moto delle cose scorrente, che delle ascendente, E la figura del cubo la attribuirno alla terra. Perche quala e quella cosa in le figure che habbia piu de bisogno di maggior uolentia al moto chel cubo, & in li elementi qual se ritroua piu fiso e costante della terra, Adonque se dalle uinti iscritioni i se ne toglie le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottoedron non comporta, Et similmente quella una che repugna la figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodici iscritioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottoedro: tre del ycocedro, & quattro del dodecedro. Da tutte le quale come penso sufficientemente e stato disputado,

Nicolo Tartalea Traduttore.

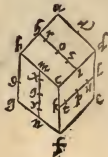
Quantunque euclide non habba a noi assignato ouer proposto saluo che dodici iscritioni (che p auanti e stato disputado) et che medesimamente il commentatore affermi con certe sue ragioni non poter esserne piu delle pre dette dodici, Niente di meno due altre ne hauemo nouamente ritrouate. La prima e a descriuere in uno proposto cubo, il corpo de uinti base. La seconda e a inscriuere nel uinti base, il corpo di otto base. La qual iscritione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor uengnando alla prima dico che

E e possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di uinti base triangolare equilatero.

Sia il proposto cubo, a. f. nel quale uoglio inscriuere il uinti base diuido il duoi lati a. b. & c. d. (della superficie superiore in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli duoi ponti, h. i. li medesimo fazzo delli altri duoi lati a quelli oppositi & equidistanti della superficie subgiacente (non apparente che e basa del cubo) & quelli congiongo con due linee rette l'una del le quale e la linea, h. i. l'altra a lei equidistante uien a restar occulta & coperta dal cubo. Da puol diuido anchora li duoi lati, d. e. & c. f. (& similmente li altri duoi a quelli oppositi & equidistanti) pur in due parti equali & congiongo pur medesimamente



definamente con le due linee rette l'una delle quale e la linea .K.I. l'altra resta oculata dal corpo. Similmente faccio delli duoi lati .b.c. & .g.f. tirando la linea .m.n. & il medesimo faccio nella superficie occulta (a questa opposta) fatto questo diuido cadauna delle tre linee .h.k.l. & .m.n. in due parti eguali nelli ponti .o.p q. il medesimo faccio delle altre tre occulte (a queste opposte) & cadauna de queste nita diuido secondo la proportion e haueute il mezzo e duoi istremi nelli ponti .r.s. t.u.x.y. talmente che la maggior parte di cadauna siano uerso il ponto medio cioe che la maggior parte della .h.o. sia la .r.o. & della .o.l. sia la .o.s. & così che tutte le altre (si delle occulte come delle apparenti) fatto questo congiungo cadauno di questi ponti diuidenti con cadauno circonstante con linee rette cioe dal ponto .s. tiro quattro linee la prima dal .s.al.x. la seconda dal .s.al.z. la terza dal .s.al.u. la quarta dal .s.al ponto occulto de la linea che termina nel ponto z. similmente farò con il ponto .x. tirando .x.r. x.t. & .x.al ponto della linea occulta terminante in .g. & così procederò in tutti li altri (le quale linee non le ho uolse tirare perche generariano confusione ma le immaginaremo che siano tirate) & fatto questo se uedera mentalmente inscritto nel detto cubo una figura contenuta da uindri triangoli de li quali uno ne farò sotto a cadauno lato del cubo essemplici gratia il triangolo .x.t.y. e sotto giacente al lato .c.f. & lo triangolo .s.t.u. e sotto giacente al lato .c.d. & così si trouara in cadauno delli altri lati & per esser li lati del cubo .i.z. li triangoli adonque sotto giacenti alli lati saranno dodeci li altri otto (che manca andar a uindri) sotto giaceranno alli otto angoli solidi del cubo bognuno di quali sarà il triangolo .s.x.t. & così si trouara sotto giacere a cadauno delli altri angoli solidi del cubo. Adonque lo inscritto corpo sarà contenuto da uindri triangoli, hor resta de dimostrare che siano equilateri la qual cosa facilmente se dimostra in questo modo: immaginamo che sia tirata una linea dal ponto .t. al ponto .i.a. quale (per la diffinitione) contenera angolo retto con la linea .s.j. (per esser la .s.i. perpendicolare alla superficie .d.f.) adonque il quadrato della .s.t. (lato del triangolo dello inscritto corpo) sarà eguale (p la penultima del primo) alli duoi quadrati delle due linee .t.i. & .s.i. Et perche la detta linea .t.i. e eguale alla linea che fusse tirata dal .u.al.i. il che se manifestara (per la quarta del primo) tirando una linea dal .i.al.p. Seguita adonque (per communia scientia) che le due linee .s.t. & .u.i. lati del triangolo esser fra loro eguale. Et perche il quadrato della linea .s.t. e eguale alli duoi quadrati delle due linee .t.i. & .s.i. & il quadrato della .t.i. (p la penultima del primo) e eguale alli duoi quadrati delle due linee .t.p. & .p.i. seguita che il quadrato della .s.t. sia eguale alli tre quadrati delle tre linee .s.i. i.p. & .p.t. & perche .p.i. e eguale alla .p.K. (diuisa) & la .p.t. e la maggior parte di quella & la .s.l. e eguale alla minor parte. Et perche il quadrato di tutta la linea .p.K. (ouer .p.i.) insieme co il quadrato della .s.i. (sua minor parte) e triplo (per la quinta del terzodecimo) al quadrato della .t.p. (sua maggior parte) giointoula tal somma il quadrato della detta .t.p. (sua maggior parte) tal somma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta .t.p.) maggior parte adonque per communia scientia la linea .s.t. (lato del triangolo) sarà quadrupla in potentia alla .t.p. Et perche etiam tutta la .t.u. (per la quarta del secondo) e medefinamente quadrupla in potentia alla medesima .t.p. Seguita (per communia scientia) la .s.t. esser eguale alla .t.u. & di sopra fu dimostrato che la .s.t. era eguale alla .s.u. adonque il triangolo .s.t.u. sarà equilatero & per lo medesimo modo se dimostrara de tutti li altri che e il proposito. Et questa inscriptione trouerai all. 21. di Decembro che fu il giorno di Sai Thomaso. 1542. in Venetia con la qual inscriptione lo giorno sequente ritrouai l'altra seconda detta di sopra cioe che



Eglie possibile a inscriuere nel corpo di uindri base, il corpo di otto base,

Perche egli manifesto (per il conuerſo della Inſcrizione per noi di ſopra adurta) eſſer poſſibile de circonſcriuere uno cubo, a ogni dato corpo di uini ti baſe. Sia adonque il dato yoccedron (nel qual uolemo inſcriuere el detto otto baſe) quelle medefimo che diſopra fu inſcritto nel cubo circa diſi quale imas ginaremo che gli ſia circonſcritto il medefimo cubo. a. f. Et perche ſu ciaſcaduna delle ſei ſuperficie del detto cubo uſe ſe ripoſa uno lato del dato corpo de uinri baſe delli quali luno ne e la linea. l. k. e della figura precedente) laltro. x. y. laltro t. u. li altri ſono a queſti tre oppoſiti & perche li ponti. o. g. p. & ſimilmente li altri tre a queſti oppoſiti diuidono cadauno di detti lati in due parti equali & ſono etiam centri delle medefime ſuperficie del cubo, congiungendo adonque cadauno di detti centri con cadauno di quattro circonſtanti con linee retti ſi come ſi fece nella terza propoſitione di queſto a inſcriuere le otto baſe nel cubo (per il ſecondo modo adutto dal commentatore) ſi manifeſtara il propoſito, cioe che il corpo di otto baſe che ſera inſcritto nel detto cubo ſara medefimamente inſcritto nel uinri baſe. & perche il lato del cubo (detto di ſopra) e eguale a tutta la linea. l. k. & la detta. l. k. e doppia alla p. k. (della figura) diuidendo adonque la detta. l. k. (ouer il lato del cubo) ſecondo la medefima proportionione hauente il mezzo e duoi ſtremi la ſua maggior parte ſara etiam doppia alla. p. t. & perche il lato del uinri baſe inſcritto (cioe la. t. u.) e etiam doppio alla medefima t. p. ne ſeguita lo ſottoſcritto correlario.

Correlario

E per queſto e manifesto che diuiſo il lato del cubo ſecondo la proportionione hauere il mezzo & duoi ſtremi la ſua maggior parte ſara eguale al lato del uinri baſe inſcritto nel medefimo cubo.

Problema. xiii. Propoſitione. xiii.

13 Fabricato qual ſi uoglia di cinque corpi regolari poſſemo in quello inſcriuerui una ſphera,

Adonque (per lo terzo decimo libro) e manifesto cadauno de queſti cinque corpi eſſer inſcriuibile alla ſphera. Al preſente adonque ſara manifesto el contrario cioe a cadauno di quelli eſſer inſcriuibile la ſphera. Et per dimoſtrar queſto uoſcano (ouer ſiano prostrate mentalmente) le perpendicolare dal centro della circonſcribente ſphera a tutte le baſe uniuersale de qual ſi uoglia de quelli, le quale e neceſſario cadere dentro li centri di quelli cerchi che circonſcriuono eſſe baſe, & conſcio ſia che, tutti li cerchi che circonſcriuono quelli ſiano equali: Etiam queſte perpendicolare ſaranno eguale. Adonque le ſopra el centro della ſphera (che circonſcriue) deſcriuerai un cerchio ſecondo la quantita di una di queſte, & eſſendo piecondutto la mitra di quello per ſina a tanto che quel ritorno al loco doue comincio a eſſer moueſto & perche quello e neceſſario tranſire per le ſtremi di tutte le perpendicolare, tu conuincerai (per el correlario della decima ſeſta del terzo) la ſphera deſcritta da mouimento di queſto ſemicerchio toccare tutte le baſe dello aſſignato corpo in li ponti doue concorrono le perpendicolare, perche la ſphera non puo toccar piu delle baſe di quel corpo di quel che tocca el ſemicerchio circondueto mentre che quello era moueto, per la qual coſa e manifesto noi hauer inſcritto una ſphera in lo aſſignato corpo ſi come era il propoſito.

Fine di tutta lopera di Euclide Megarense philosopho preclarissimo delle due
quantita, cioè continua, & discreta: & della proporzione, & proporzionalità,
di quelle di Nicolo Tartalea Brisciano con diligentia reassetata secondo le due
tradomioni & per commune utilita dal latino in uolgar tradotta, & in ogni passo
oscuro dilucidata.

Registro di tutta lopera.

A. B. C. D. E. F. G. H. I. K. L. M. N. O. P. Q. R. S. T. V. X. Y. Z.

& 2. 3. A. A. B. B. C. C. D. D.

Tutti sono quaterni eccetto A, che e quinterno

Stampato in Vinegia per Venturino Rossinelli ad instantia erequissi-
tione de Guilielmo de Monferra, & de Pietro di Facolo da
Vinegia lioraro, & de Nicolo Tartalea Briscia,
no Traduttore: Nel Mese di Febraro.
Anno di nostra salute

M. D. XLIII.

Con gratia & priuilegio dal Illustrissimo Senato Veneto che nius-
no ardisca ne presuma di stampare detta opera, ne stampate altroue
uendere ne far uendere in Vinegia ne in alcuno altro luoco o terra
del dominio Veneto per anni dieci sotto pena de Ducati trecento
& Ducato uno per opera che fusse trouata, el terzo della qual pe-
na immediate che sia denunciata si applica al Arsenale & un terzo
sia del magistrato ouer rettore del luoco doue se fara la effecutione
& laltro terzo fara del denunciante, come nel priuile gio si contiene.



A	K	T	B
Euclide	dimostra	diale &	le quale
Al Reuerendo	equalita	fiano le	circonuoluto
la preuaricatione	(leuato in	la uigefima	adonque
la scientia de pefi	medefimo o	mente	tro in
il Tradottore	fia maggiore	el propofito	arguiremo
fabricate	L	V	CC
B	duoi angoli	mine in ponto	to fono
fta diffinitione	a.c.del	za con la	del fetto
Diffinitione.16.	Problema.4.	za alla	Theorema.9.
to e de	fiano le	finplicitemente	Correlario
tella non	il Tradottore	(per la	fina &
te langolo	M	X	DD
C	il Tradottore	come fe	Incomincia
fiano li	(per la	fia tagliata	problema.3.
fono e quali	lati che	fe feranno	che contengono
fto intendo	circonferentia	della medefima	di quella)
Anchora fe	Incomincia	ta cofi	nuluna del
prouato quando	N	Y	
D	maggiore	mediale le	
paraello c. mma	me detto	refiduo ouer	Tutti fono quater
cede nte	mente	to al termino	ni eccettu. a. qual
cie fia	decima &	a.e.b,	e quatermo
contenuto	numeri	di quella	
Incomincia	O	Z	
E	uoglio	fi fopra	
Theorema. 6	Theorema. 16,	li ouer	
fia la	Theorema. 20.	Diffinitione. 12	
e quale al	Theorema. 21.	cerchio	
per la qual cofa	Theorema. 29.	perficie a.b,	
Incomincia	P	&	
cofto	A. cercare	la quantita	
ponto.e.	Incomincia	crete	
Anchora per	non prodar	lo.a.d.e.	
maggiore	&.k.)	del folido	
Theorema. 16.	Theorema. 6	fi effer	
G	Q	2	
che el	Incomincia	ficie in	
primo)adonque	le numerano	del fetto	
e) dal	fiano.a.	corpo	
Incomincia	proportionalita	Theorema. 2	
chio.e.f.g.	laduerfario	feratili	
H	R	9	
m.& per	Siano	ramide che	
Correlario	Theorema. 31.	non e meno	
Incomincia	pofto de	cie di alcun	
medefimo	ouero mifuri	angolo di	
unaltra	proportione	fia alongate	
I	S	A A	
fi debbe	le linee	feconda del	
il Tradottore	mo e fi	cioe (quea	
glie	che fe la	fequitra	
la.f. alla	Theorema. 13.	terro (4	
la parte	in due	del terzo	



Small, dark, illegible markings or text, possibly a signature or date, located near the bottom center.



BIBLIOTHECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE





